

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 4 月 21 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540126

研究課題名(和文) 極大性条件を満たす実数の集合

研究課題名(英文) Sets of reals with maximality properties

研究代表者

Brendle Jorg (Brendle, Jorg)

神戸大学・その他の研究科・教授

研究者番号：70301851

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、実数全体とその部分集合の構造を組合せ論的集合論と記述集合論の観点から調べた。特に、極大のほとんど交わりがない集合族、極大フィルター、ギャップやタワーのような、与えられた極大性条件を満たす実数の集合族の幾つかの局面について強制法による独立性証明を行うことに焦点を絞って研究を行った。例えば、極大性条件を満たす集合族の最小の濃度として定義されている基数不変量と古典的な連続体の基数不変量の大小関係について新しい無矛盾性結果を得た。また、その集合族の射影的階層における可能な計算量についても新しい無矛盾性結果を証明した。

研究成果の概要(英文)：We investigated the structure of the real numbers and of its subsets from the points of view of combinatorial set theory and descriptive set theory. A main focus of this research was to carry out independence proofs, using the method of forcing, about aspects of sets of reals satisfying certain maximality properties, like maximal almost disjoint families, ultrafilters, gaps, and towers. We obtained new results about cardinal invariants which are defined as the least size of such families with maximality properties, and their relationship with other classical cardinal invariants of the continuum, showing for example that the closed almost disjointness number can consistently be both larger and smaller than the unbounding number. We also proved new results about the possible complexity of such families in the projective hierarchy, showing for example that the existence of a coanalytic maximal almost disjoint family is consistent with large unbounding number.

研究分野：集合論

キーワード：数学基礎論 集合論 トポロジー 測度論 強制法

### 1. 研究開始当初の背景

実数全体は数学の最も重要な構造の一つである。実数全体の部分集合の構造を調べることによって、カントルが集合論とその基本的な概念である「順序数」や「基数」の理論を發明し、数学における無限の新しいコンセプトを発展させた。**極大のほとんど交わりがない集合族**、**極大フィルター**、**ギャップ** (gap) や **タワー** (tower) などの強い組合せ論的性質をもつ自然数全体の部分集合からなる集合族についての研究は、20世紀の始めから Hausdorff、Sierpiński などの数学者によって着手され、数十年間にわたって積極的に行われてきている。

それらの集合族の組合せ論的観点からの研究において、maximal almost disjointness number  $\mathfrak{a}$ 、ultrafilter number  $\mathfrak{u}$ 、ギャップと密接に関連する unbounding number  $\mathfrak{b}$  や tower number  $\mathfrak{t}$  などの連続体の基数不変量が重要な役割を果たしている。ここで、 $\mathfrak{a}$  が無限な mad family の最初の濃度として定義され、 $\mathfrak{u}$  が極大フィルターの基の最初の濃度として定義されている。特に、 $\mathfrak{a}$  のほかの基数不変量との関係が積極的に調べられ、dominating number  $\mathfrak{d}$  について Shelah ( *Two cardinal invariants of the continuum ( $\mathfrak{d} < \mathfrak{a}$ ) and FS linearly ordered iterated forcing*, Acta Math. **192** (2004), 187-223 ) によって  $\mathfrak{d} < \mathfrak{a}$  の無矛盾性を証明するために template 沿いの反復強制法という技法が発展した。

実数全体の部分集合を計算量の観点から調べる記述集合論においては、ボレル集合の連続像である解析的集合 ( $\Sigma_1^1$  集合)、それらの補集合である余解析的集合 ( $\Pi_1^1$  集合) や繰り返しして連続像と補集合をとって得られた射影的集合が重要な役割を果たしている。ここで、極大のほとんど交わりがない集合族のような極大性条件を満たす集合族が低い計算量をもつことができるかどうかは、従来に調べられてきている。例えば、Mathias ( *Happy families*, Ann. Math. Logic **12** (1977), 59-111 ) の古典的な結果によって、極大のほとんど交わりがない集合族が解析的ではない。90年代に、Miller が構成可能集合のクラスにおいて余解析的な極大のほとんど交わりがない集合族が存在することを示し、また Todorcević が Hausdorff のギャップが解析的になれないことを証明した。近年、ウィーン大学の Kurt Gödel Research Center のメンバーのいくつかの結果によって、極大のほとんど交わりがない集合族の計算量についての興味が復活した。

### 2. 研究の目的

この研究の目的は、強い極大性条件を満たす実数全体の部分集合を組み合わせた論的集合論や記述集合論の観点から調べることであった。

(1) まず、反復強制法などの最先端の技法を用いることによって、与えられた極大性条件を満たす実数の部分集合の最小の濃度として定義されている基数不変量と他の古典的な基数不変量の間の大小関係について独立性結果を示すことは本研究の目的の一つであった (研究成果(1)、(2)、(3)、(4)と(5)を参照)。特に、集合論や一般トポロジーで重要な役割を果たしている極大のほとんど交わりがない集合族に焦点を絞った研究計画であった。また、強制法の理論と実数の集合論の相互関係についての洞察を深めることも本研究の目的であった。

(2) さらに、低い計算量をもつ、与えられた極大性条件を満たす実数の部分集合の存在が大きな連続体と無矛盾であることを証明することは本研究の目的であった (研究成果(1)を参照)。その上、解析的イデアルとそれらによる商構造における極大性条件を満たす集合族を調べることによって、実数全体上の定義可能な構造についての理解を深めることも本研究のテーマにした (研究成果(2)、(3)と(5)を参照)。

### 3. 研究の方法

本研究では、強制法の理論をはじめ、組み合わせ論的集合論、記述集合論、巨大基数の理論、計算可能性理論などの数学の分野の最先端の技法を用いることによって、極大性条件を満たす実数全体の部分集合についていくつかの問題を解決した。特に、無矛盾性証明を行うために最新の強制法とその反復法の様々な手法を使った。例えば、splitting number や distributivity number について独立性結果を得る際に重要な役割を果たしている、フィルターに対応する Laver 強制法 (研究成果(1)と(4)を参照) 及び Mathias 強制法 (研究成果(1)と(5)を参照) を用いた。また、クリーチャー強制法 (creature forcing) とその可算台による反復法 (研究成果(1)を参照)、強い連結性条件 (linkedness condition) を満たす強制法 (研究成果(3)を参照)、強制法における中心化性条件 (centeredness condition) の到達不可能基数への一般化、超コンパクト基数のような大基数に関する強制法の技法などの洗練された技術を使った。

実数の集合論についての組み合わせ論的集合論や記述集合論の観点からの研究は、世界的に行われているため、海外の研究者との議

論、特に共同研究は必要不可欠であった。研究成果の多くは、Yurii Khomskii、Dilip Raghavan、Jana Flašková、Boban Veličković、Diego Mejía、Michael Hrušák、Luz García、Barnabas Farkas、Wolfgang Wohofsky、Andrew Brooke-Taylor、Sy Friedman、Diana Montoya、Keng Meng Ng や André Nies らとのディスカッションや共同研究により得られた。また、本研究者は研究集会及び国際会議に招待された際、様々な研究者との意見交換を行った。主な研究打ち合わせは下記通りであった。

(1) 2012年7月：国際会議「Sixth European Congress of Mathematics」(クラクフ、ポーランド)と研究集会「Trends in Set Theory」(ワルシャワ、ポーランド)の際、Jana Flašková (研究成果(2)を参照)、Michael Hrušák や Yurii Khomskii などの参加者とのディスカッション。

(2) 2012年10月～11月：Fields Institut(トロント、カナダ)で行われた「Thematic Program on Forcing and its Applications」の際、Dilip Raghavan との共同研究を完成した(研究成果(1)と雑誌論文を参照)、Luz García や Michael Hrušák などの参加者とのディスカッション。

(3) 2013年5月：André Nies が神戸大学を訪問した際、Andrew Brooke-Taylor と本研究者との共同研究に着手した(研究成果(8)と雑誌論文を参照)。

(4) 2013年8月～11月：Luz García が神戸大学を訪問した際、共同研究を始めた(研究成果(4)を参照)。

(5) 2014年8月～11月：Luz García が神戸大学を訪問した際、上記の(4)の共同研究を出来上がった。

(6) 2014年8月と11月：Andrew Brooke-Taylor が神戸大学を訪問した際、研究成果(7)と(8)に関する共同研究を行った。

(7) 2014年9月：研究集会「ARA Japan 2014」(御殿場、静岡県)の際、Keng Meng Ng と André Nies とのディスカッション。共著論文を完成した(研究成果(8)を参照)。

(8) 2015年2月：Kurt Gödel Research Center、ウィーン大学(オーストリア)を訪問した際、Barnabas Farkas との共同研究(研究成果(5)を参照)。また、Sy Friedman と Diana Montoya と研究成果(7)のテーマ、Yurii Khomskii と Wolfgang Wohofsky と研究成果(6)のテーマについてのディスカッション。

#### 4. 研究成果

極大のほとんど交わりがない集合族、極大フィルター、ギャップやタワーのような極大性条件を満たす実数の集合族の組み合わせ論的構造や定義可能性についていくつかの新

しい結果を得た。特に、反復強制法による集合論の公理系のモデルを構成するによって、それらの集合族に対する基数不変量と他の連続体の古典的な基数不変量の間の大小関係について独立性証明を行った。主な研究成果は下記通りである。

#### (1) 極大のほとんど交わりがない集合族 (maximal almost disjoint families)

Yurii Khomskii (Kurt Gödel Research Center for Mathematical Logic、ウィーン大学、オーストリア)と Dilip Raghavan (シンガポール国立大学、シンガポール)との共同研究で、自然数全体  $\omega$  上の極大のほとんど交わりがない集合族の組み合わせ論的構造について新しい結果を得た上に、この結果を通してその集合族の可能な計算量について無矛盾性の証明も行った。まず、 $\mathfrak{a}(\text{closed})$  をその和集合が極大のほとんど交わりがない集合族となるような、ほとんど交わりがない閉集合の無限族の最小の濃度として定義する。「分割の club splitting 列の存在」という、 $\mathfrak{s} = \mathfrak{w}_1$  より強い組み合わせ論的原理が  $\mathfrak{a}(\text{closed}) = \mathfrak{w}_1$  を導くことを示した。また、 $\mathfrak{d} = \mathfrak{w}_1$  のもとで分割の club splitting 列が存在するため、これにより「 $\mathfrak{d} = \mathfrak{w}_1$  ならば  $\mathfrak{a}(\text{closed}) = \mathfrak{w}_1$ 」という Raghavan と Shelah の結果の新しい証明を得た。同様に、Hechler のモデルにおいて分割の club splitting 列が存在するので、本研究者と Khomskii による  $\mathfrak{a}(\text{closed}) < \mathfrak{b}$  の無矛盾性を新しく証明した。この結果を用いて、Khomskii との共著論文において、 $\prod_1^1$  の極大のほとんど交わりがない集合族の存在が  $\mathfrak{b} > \mathfrak{w}_1$  と無矛盾であることを示すことによって、Friedman と Zdomskyy の問題を解いた。また、Raghavan との共著論文において、 $\mathfrak{b} < \mathfrak{a}(\text{closed})$  の無矛盾性を二つの方法で証明した。片方は Shelah のもとの  $\mathfrak{b} < \mathfrak{a}$  の無矛盾性の証明に基づいて、proper な強制法の可算台の反復法による証明であり、もう一方は本研究者による  $\mathfrak{b} < \mathfrak{a}$  の無矛盾性の証明に基づいて、ccc 強制法の有限台の反復法で得られたものである。さらに、片方に用いられる Shelah によって  $\mathfrak{b} < \mathfrak{s}$  の無矛盾性のために導入された強制法が、 $\omega$  上の真の  $F_\sigma$ -フィルターからなる強制法と、この強制法によって付け加えられた極大フィルターに対応する Mathias 強制法の二つの強制法の二段反復と同値であることも証明した。この仕事は雑誌論文として出版された。また、極大のほとんど交わりがない集合族についての未解決の問題をテーマにするサーベイが雑誌論文としてまとめられ、本研究者による  $\mathfrak{b} < \mathfrak{a}$  の無矛盾性の新しい証明が雑誌論文として出版された。

(2) 自然数上の極大フィルターの存在とジェネリックな存在 (existence and generic existence of ultrafilters on the natural numbers)、本研究の開始の前に始まった、

Jana Flašková (西ボヘミア大学、プルゼニ、チェコ)との共同研究を出来上がった。集合  $X$  上のイデアル  $I$  に対して、自然数  $\omega$  上の極大フィルター  $U$  が  $I$ -極大フィルターであるとは、すべての関数  $f: \omega \rightarrow X$  に対して  $f[A]$  が  $I$  に属するような極大フィルター  $U$  の元  $A$  が存在するときをいう。この研究においては、密度ゼロイデアル、総和可能イデアルなどの様々な定義可能なイデアル  $I$  に対応する  $I$ -極大フィルターを調べた。例えば、 $\sigma$ -中心化された強制法に対するマーティンの公理  $MA(\sigma\text{-centered})$  のもとで、 $K_s$ -極大フィルターでない離散的極大フィルター (discrete ultrafilter) が存在することを証明した。極大フィルターのクラスがジェネリックに存在するとは、すべてのその濃度が連続体の濃度より小さいフィルター基がこのクラスに属する極大フィルターへ拡大できるときをいう。密度ゼロ極大フィルターや総和可能極大フィルターなどの極大フィルターのクラスのジェネリックな存在を特徴づける基数不変量と古典的な基数不変量の大小関係についていくつかの結果を得ており、大小関係がないことを示す独立性証明も行った。この仕事は、*Generic existence of ultrafilters on the natural numbers* として投稿された。

**(3) 断片されたイデアルによる商構造におけるギャップ (gaps in quotients by fragmented ideals)**。Hausdorff と Rothberger の古典的な定理によって、商ブール代数  $P(\omega)/fin$  において  $(w_p, w_1)$ -ギャップと  $(\omega, \mathbf{b})$ -ギャップが存在するが、proper な強制法の公理 PFA のもとでその以外のギャップが存在しないことがわかっている。自然数上の定義可能なイデアル  $I$  に対して、Rothberger number  $\mathbf{b}(I)$  を、 $P(\omega)/I$  において  $(\omega, \kappa)$ -ギャップが存在するような最小の基数  $\kappa$  として定義する。そのとき、上記の Rothberger の結果によって、 $\mathbf{b}(fin) = \mathbf{b}$  となり、解析的な  $P$ -イデアル  $I$  に対して  $\mathbf{b}(I) = \mathbf{b}$  や、 $F_s$ -イデアル  $I$  に対して  $\mathbf{b}(I) = \mathbf{b}$  であることもわかっている。Diego Mejía (ウィーン工科大学、オーストリア)との共同研究で、 $F_s$ -イデアルの部分クラスである断片されたイデアル  $I$  の Rothberger number を調べ、線形増大イデアル (linear growth ideal) などのいくつかのイデアルに対して  $\mathbf{b}(I) = w_1$  が成り立つことと、多項式増大イデアル (polynomial growth ideal) のような漸進的に断片されたイデアルに対して  $\mathbf{b}(I)$  が測度の加法性数以上であることを証明した。また、無限個の異なる断片されたイデアルの Rothberger number が同時に異なる値を取り得ることが無矛盾であることも示した。この仕事は雑誌論文 として出版された。

**(4) Hindman の定理の強制法理論的的局面 (forcing-theoretic aspects of Hindman's Theorem)**。Hindman の定理は、すべての自

然数  $\omega$  の空でない有限部分集合を二つの色で着色するとき、その族の元のすべての空でない有限和集合が同じ色をもつような  $\omega$  の有限部分集合からなる無限族が存在することを主張する。概凝集 (almost condensation) に順序づけられたブロック列全体からなる半順序  $(FIN)^\omega$  の Hindman の定理との関係は、 $P(\omega)/fin$  の Ramsey の定理との関係と類似している。両方とも、ある種類の極大フィルターを付け加える  $\sigma$ -閉じた強制法である。Luz García (アメリカ大学、プエブラ、メキシコ)との共同研究で、 $(P(\omega)/fin)^2$  が  $(FIN)^\omega$  へ完備に埋め込まれるが、 $(P(\omega)/fin)^3$  が  $(FIN)^\omega$  へ完備に埋め込まれないことが無矛盾であることを証明した。後者の証明に Taylor の標準化の定理が用いられた。また、 $(FIN)^\omega$  の almost disjointness number  $\mathfrak{a}(FIN)$  が瘦集合の最小の濃度以上であることを示すことによって、 $\mathfrak{a}(FIN) > \mathfrak{a}$  の無矛盾性を得た。この仕事は、*Forcing-theoretic aspects of Hindman's and Taylor's Theorems* としてまとめて出版される予定である。

**(5) フィルターにおけるタワー (towers in filters)**。Barnabas Farkas (Kurt Gödel Research Center for Mathematical Logic、ウィーン大学、オーストリア)との共同研究で、自然数  $\omega$  上のフィルターにおけるタワーを調べた。まず、組み合わせ論的原理「ダイヤモンド」のもとで、タワーを含まない極大フィルターが存在することと、組み合わせ論的原理「フィルターの擬同調」(near coherence of filters)のもとで、すべての極大フィルターがタワーを含むことを証明した。また、多くの定義可能なフィルターにタワーが含まれないが、解析的な  $P$ -フィルターにおいて連続体仮説のもとでタワーが存在することを示した。さらに、解析的な  $P$ -フィルターによる Mathias 強制法がこのフィルターにおけるタワーを壊すことを証明することで、これらの強制法の反復法によってすべての解析的な  $P$ -フィルターがタワーを含まないことが無矛盾であることを得た。その上、定義可能なフィルターにおけるタワーの存在の、連続体の基数不変量や Luzin 型の集合族との関係も調べた。この仕事は、*Towers in filters, cardinal invariants, and Luzin type families* としてまとめて出版される予定である。

**(6) Marczewski のイデアルとその同類イデアル (Marczewski's ideal and its relatives)**。Marczewski のイデアル  $s_0$  は、瘦イデアル  $M$  や零イデアル  $N$  のコーエン強制法やランダム強制法との関係と同様に、Sacks 強制法と密接に関連している。実数全体  $2^\omega$  上の移動不変  $\sigma$ -イデアル  $I$  に対して、 $I^*$  をイデアル  $I$  のすべての元  $A$  に対して  $X+A \neq 2^\omega$  となるような実数の部分集合  $X$  の全体として定義する。

例えば、 $M^*$  は強零集合のイデアルであり、 $N^*$  は強瘦集合の全体である。進行中の研究で、すべての  $s_0$  集合の濃度が連続体の濃度より真に小さいことを証明することによって、Marczewski イデアルに対するポレル予想が連続体仮説から導かれることを得た。また、Laver 強制法に対応する Laver イデアルと Miller 強制法に対応する Miller イデアルの共終数が連続体の濃度より真に大きいことを示した。

(7) **巨大基数に関する基数不変量 (cardinal invariants on large cardinals)**  $\kappa$  を非可算基数とすると、多くの連続体の基数不変量は、カントル空間  $2^w$  やベール空間  $w^w$  の代わりに一般化されたカントル空間  $2^k$  や一般化されたベール空間  $k^k$  のコンテキストへ拡大できる。Andrew Brooke-Taylor (ブリストル大学、英国) との共同研究で、Cichoń の図式における基数不変量の大小関係についての多くの証明を到達不可能基数  $\kappa$  の状況へ一般化した。特に、 $\kappa$  上のスラロームを考慮することによって、Bartoszyński-Raisonnier-Stern の定理の自然な一般化を証明した。また、到達不可能基数  $\kappa$  に対して、 $k^k$  のスラロームの bounding number が  $2^k$  のカテゴリーの加法性数より真に小さいことの無矛盾性のようなくつかの独立結果も示した。この仕事は、*Cardinal invariants on large cardinals* としてまとめて出版される予定である。

(8) **基数不変量とチューリング次数 (cardinal invariants and Turing degrees)** Andrew Brooke-Taylor (ブリストル大学、英国)、Keng Meng Ng (南洋理工大学、シンガポール) と André Nies (オークランド大学、ニュージーランド) との共同研究で、集合論における連続体の基数不変量と計算可能性理論におけるチューリング次数の高度性質 (highness properties) の間の類似を発展させた。特に、Cichoń の図式における基数不変量に集中し、10 個の基数不変量に対応する 7 個の高度性質を詳細に取り扱った。また、閉じた零集合によって生成された  $\sigma$ -イデアルと Kurtz ランダム性という概念の間の類似を調べ、前者に関する Bartoszyński と Shelah の結果と類似する、後者に関する結果を証明した。この仕事は雑誌論文として出版される予定である。

5 . 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Jörg Brendle, Andrew Brooke Taylor,

Keng Meng Ng, and André Nies, *An analogy between cardinal characteristics and highness properties of oracles*, in: Proceedings of the 13<sup>th</sup> Asian Logic Conference (Guangzhou, China, 16-20 September 2013), X. Zhao et al. eds., World Scientific, Singapore, 2015, 1-28, 査読あり

Jörg Brendle and Diego Mejía, *Rothberger gaps in fragmented ideals*, *Fundamenta Mathematicae*, **227** (2014) 35-68. 査読あり

Jörg Brendle and Andrew Brooke-Taylor, *A variant proof of  $Con(b < a)$* , 数理解析研究所講究録, **1895** (2014) 16-25. 査読なし

Jörg Brendle and Dilip Raghavan, *Bounding, splitting, and almost disjointness*, *Annals of Pure and Applied Logic*, **165** (2014) 631-651. 査読あり

Jörg Brendle and Yurii Khomskii, *Mad families constructed from perfect a.d. families*, *The Journal of Symbolic Logic*, **78** (2013) 1164-1180. 査読あり

Jörg Brendle, *Some problems concerning mad families*, 数理解析研究所講究録, **1851** (2013) 1-13. 査読なし

Jörg Brendle and Yurii Khomskii, *Polarized partitions on the second level of the projective hierarchy*, *Annals of Pure and Applied Logic*, **163** (2012) 1345-1357. 査読あり

Jörg Brendle and Diana Montoya, *A base-matrix lemma for sets of rationals modulo nowhere dense sets*, *Archive for Mathematical Logic*, **51** (2012) 305-317. 査読あり

[学会発表](計 14 件)

Jörg Brendle, *Analytic quotients and complete embeddings*, 14th Asian Logic Conference (ALC 2015), 2015.1.5, ムンバイ (インド)

Jörg Brendle, *Complete embeddability between  $P(\omega)/fin$  and its relatives*, 13th International Workshop in Set Theory, 2014.9.29, マルセイユ (フランス)

Jörg Brendle, *Aspects of randomness in set theory and computability theory*, Joint Meeting of the German Mathematical Society and the Polish Mathematical Society, 2014.9.18, ポズナニ (ポーランド)

Jörg Brendle, *Cardinal invariants on larger cardinals*, Workshop in Set Theory, 2014.9.15, ベドレヴォ (ポーランド)

Jörg Brendle, *Highness properties of oracles and cardinal invariants of the continuum*, *Analysis, Randomness and*

Applications (ARA Japan 2014), 2014.9.5, 国立中央青少年交流の家(静岡県)

Jörg Brendle, *Forcing-theoretic aspects of Hindman's and Taylor's Theorems*, 49th General Topology Symposium, 2014.6.6, 京都工芸繊維大学(京都府)

Jörg Brendle, *Cardinal invariants and highness properties*, Infinity, computability, and metamathematics: Celebrating the 60th birthdays of Peter Koepke and Philip Welch, 2014.5.25, ボン(ドイツ)

Jörg Brendle, *Rothberger gaps in analytic quotients*, Oberwolfach Workshop on Set Theory, 2014.1.16, オーバーヴォルフアッハ(ドイツ)

Jörg Brendle, *Mad families: recent results and open problems*, plenary lecture, The 13th Asian Logic Conference (ALC 2013), 2013.9.16, 広州(中国)

Jörg Brendle, *Forcing theory and the size of the continuum*, plenary lecture, Logic Colloquium 2013, 2013.7.26, エボラ(ポルトガル)

Jörg Brendle, *Maximality and definability*, Sy David Friedman's 60th-Birthday Conference, 2013.7.10, ウィーン(オーストリア)

Jörg Brendle, *Almost disjoint families built from closed sets*, RIMS 研究集会「強制法による拡大と巨大基数」, 2012.12.7, 京都大学数理解析研究所(京都府)

Jörg Brendle, *Methods in iterated forcing* (mini-course of three lectures), Workshop on Iterated Forcing and Large Cardinals, 2012.11.14 ~ 2012.11.16, トロント(カナダ)

Jörg Brendle, *Recent results on splitting and almost disjointness*, Trends in Set Theory, 2012.7.8, ワルシャワ(ポーランド)

[その他]

ホームページ等

本研究者のホームページ : <http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~brendle/index.html>

神戸大学の集合論のリサーチグループ : <http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~brendle/settheory.html>

研究集会「Workshop on Mathematical Logic on the Occasion of Sakaé Fuchino's 60<sup>th</sup> Birthday」(神戸大学、2014年11月17日 ~ 19日) : <http://kurt.scitec.kobe-u.ac.jp/~brendle/saka60/home.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

ブレンドル ヤーグ (BRENDLE, Jörg)  
神戸大学・大学院システム情報学研究所・教授

研究者番号 : 70301851

(2) 研究分担者

( )

研究者番号 :

(3) 連携研究者

( )

研究者番号 :