

平成 27 年 6 月 2 日現在

機関番号：62603

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540152

研究課題名(和文)無限次元の弱収束理論と統計的応用

研究課題名(英文)Weak convergence in infinite-dimensional spaces and statistical applications

研究代表者

西山 陽一(Nishiyama, Yoichi)

統計数理研究所・数理・推論研究系・准教授

研究者番号：90270412

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：従来、最大不等式を証明するためには chaining や bracketing の手法が採用されてきた。本研究では、無限次元マルチンゲールに対する確率的最大不等式を証明するための新手法の研究を行った。伊藤の公式により、高次元のマルチンゲールの最大値を多数のマルチンゲールの和の最大値に帰着させる手法を採用した。この手法は、Kolmogorov 以来の研究の流れに一石を投じるものである。

研究成果の概要(英文)：As an alternative to the well-known methods of chaining and bracketing, a new method to establish a stochastic maximal inequality was studied. We took an approach to reduce the maximum of high-dimensional martingales to that of the one-dimensional martingale as the sum of the original martingales.

研究分野：統計科学

キーワード：マルチンゲール 確率場 最大不等式

1. 研究開始当初の背景

独立同一分布にしたがう確率変数列に基づく経験過程に対する中心極限定理は、1978 年に出版された R.M. Dudley 教授による論文を皮切りに、1980 年代に活発に研究された。その当時採用されたアプローチには、uniform エントロピーに基づくものと、bracketing エントロピーに基づくものの二つに大別されていた。これらの結果は、1996 年に出版された van der Vaart and Wellner の著書に詳しくまとめられている。

一方、有限次元空間における中心極限定理については、古典的な研究を受けて、1980 年ごろに連続時間マルチンゲールの場合にまで拡張された。その詳細は 1987 年に出版された Jacod and Shiryaev の著書に体系的にまとめられている。

無限次元空間における中心極限定理を独立性の仮定が緩められた状況で証明する努力が 1990 年代になされた。ミキシング性に基づくアプローチやマルチンゲール性に基づくアプローチが研究されたが、後者については、報告者自身が研究したことであった。そのような無限次元マルチンゲールに対する汎関数中心極限定理を導出するためには、独立同一分布列に対して用いられた bracketing エントロピーによるアプローチのみが、一定の成功を収めている状況であった。

2. 研究の目的

無限次元マルチンゲールに対する最大不等式を導出するステップから再考し、確率場に最大値に対する新しいモーメント不等式や、より弱い条件のもとでの汎関数中心極限定理を証明する。さらに、その統計的応用を研究する。とりわけ、セミパラメトリック Z-推定量の漸近分布の導出や、その生存解析への応用を研究する。

3. 研究の方法

従来から用いられてきた chaining や bracketing の方法に代えて、確率解析を用いた新手法を開発する。すなわち、既存のアプローチとは全く異なる手法を創造する。

それを実現するために、イタリア共和国の Ilia Negri 博士、フランス共和国の Jean Jacod 教授、オランダ王国の

Richard D. Gill 教授、Aad W. van der Vaart 教授、Harry van Zanten 教授を訪問し、研究連絡を行う。

4. 研究成果

[1] 新しい「確率的最大不等式」を証明した。そのために、まず有限次元確率過程の最大値を、指示関数も援用しつつ伊藤の公式を適用することによって、本質的に 1 次元の確率過程の議論に帰着させるといふ、画期的なアイデアを採用した。

さらに、ルベグ積分における単調収束定理を用いるために、確率変数の可算族と確率変数列の違いとは何かという根源的問題を考察し、狭義可算集合という新しい概念に到達した。

それらを用いて、確率場の最大値に対する新しいモーメント不等式の導出や、従来から知られていたものよりも弱い条件のもとで無限次元マルチンゲールに対する汎関数中心極限定理を証明することに成功した。その応用として、Cox 回帰モデルにおける adaptive estimator の構成に成功した。そこでは、妨害母数の収束率を導出する際に、確率場の最大値に対する新しいモーメント不等式が有用となった。

これらの成果を約 40 ページの学術論文の形にまとめ、現在それを学術雑誌に投稿中である。また、arXiv にもアップロードしており、現在は version 5 を公開中である。

また、その成果の概要を 2013 年の日本数学会における特別講演として発表した。

[2] 佃康司との共同研究として、変化点問題に関する一編の論文を国際学術誌において出版した。

より具体的には、Z-推定量を推定方程式の部分和過程にプラグインし、その二次形式を考えることにより、未知パラメータの変化点の有無を検定するための新しい統計量の漸近分布を導出した。その際には、ヒルベルト空間に値をとる確率変数の弱視収束理論を用いて証明を行った。

[3] Ilia Negri との共同研究として、Z-推定量の性質とその応用に関する二編の論文を完成させ、投稿にこぎ着けた。

より具体的には、非エルゴード的なモ

デルにおける変化点問題を考察する論文を完成させた。また、Z-推定量の高次モーメントの収束を保障するための十分条件を提示する理論を構築した。

それらを、拡散過程の離散観測問題や、Cox 回帰モデルにおける回帰係数の推定問題に応用した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

[1] Nishiyama, Y. (2012). Rank statistic for the nonparametric change point problem. (In Japanese). *Proc. Inst. Statist. Math.* **60** 215-217.

[2] Fujii, T. and Nishiyama, Y. (2012). Some problems in nonparametric inference for the stress release process related to the local time. *Ann. Inst. Statist. Math.* **64** 991-1007.

[3] Negri, I. and Nishiyama, Y. (2012). Asymptotically distribution free test for parameter change in a diffusion process model. *Ann. Inst. Statist. Math.* **64** 911-918.

[4] Tsukuda, K. and Nishiyama, Y. (2014). On L2 space approach to change point problems. *J. Statist. Plann. Inference.* **149** 56-69.

[補記]: 上の4で述べたように、世界の研究者の多くが閲覧している arXiv に当該期間における主要論文の原稿をアップロードしている。

[学会発表](計7件)

[1] Nishiyama, Y.: Entropy martingale methods in statistics. Bernoulli Society Satellite Meeting to the ISI world statistics congress 2013.

[2] 西山陽一: Adaptive Z-estimators and semiparametric AIC. 統計関連学会連合大会. 2013年9月.

[3] 西山陽一: A stochastic maximal inequality and related topics. 2013年度統計関連学会連合大会 2013年9月.

[4] 西山陽一: A stochastic maximal inequality, weak convergence of infinite-dimensional martingales,

and semiparametric statistics. 日本数学会 2013 年度秋季総合分科会. 2013年9月. (特別講演)

[5] 佃康司・西山陽一: 変化点問題における L_1 および L_2 空間の Z-process 法. 日本数学会 2014 年度秋季総合分科会. 2013年9月.

[6] 佃康司・西山陽一: エルゴード的拡散過程の変化点の検出のための L_2 空間アプローチ. 日本数学会 2013 年度年会. 2014年3月.

[7] 西山陽一: 狭義可算集合の概念の導入とその動機. 統計関連学会連合大会. 2014年9月.

[8] 佃康司・西山陽一: L_2 空間アプローチによるパラメータ経時的不均性の検定. 2014年度統計関連学会連合大会. 2014年9月.

[7] 佃康司・西山陽一: L_2 空間アプローチによるエルゴード的パラメータ経時的不均性の検定. 日本数学会 2014 年度秋季総合分科会. 2014年9月.

[図書](計0件)

[産業財産権]
出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

<http://www.ism.ac.jp/~nisiyama/>

5. 研究組織

(1)研究代表者

西山陽一（統計数理研究所・数理・推論
研究系・准教授）

研究者番号：90270412

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：