

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24540361

研究課題名(和文)不均一ボース・アインシュタイン凝縮系における超流動・超固体の安定性と密度ゆらぎ

研究課題名(英文) Stability and Density fluctuation of superfluids and supersolids in non-uniform Bose-Einstein condensates

研究代表者

加藤 雄介 (KATO, Yusuke)

東京大学・総合文化研究科・准教授

研究者番号：20261547

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：粘性がなく、熱の発生がないマクロな流れのことを超流動と呼ぶ。超流動状態は遅い流れでは安定であり、ある限界速度(臨界速度と呼ぶ)を超えると、渦の生成を伴い崩壊することが知られている。安定あるいは準安定であった超流動状態が崩壊する様子は、安定な状態と不安定な状態がどのようにつながっているかを示す「地図」を得ることで見通しよく理解できる。地図における標高は今の場合各状態のエネルギーに対応し、その地図のことをエネルギーランドスケープと呼ぶ。超流動崩壊に関連したランドスケープがこれまでに知られていたものとは違うことを示したのが本研究の成果である。

研究成果の概要(英文)：Superfluidity is a macroscopic flow without viscosity and energy dissipation. Superfluid state is stable when the velocity of flow is sufficiently slow. When the velocity exceeds a threshold(which is called critical velocity), the superfluid breaks down accompanied by vortex generation. Physicists try to understand the mechanism of breakdown of superfluidity by making a "map" that tells us how the stable(metastable) and unstable states are connected in the physical space. "The height" in this map corresponds to the energy of each physical state and the map for physicists is called "energy landscape". We have found that the map has more rich structures or connectivity of "valleys" (stable state) and "ridges" than anticipated. Each ridge corresponds to physical state with many pairs of quantum vortices.

研究分野：物性理論

キーワード：超流動 量子渦 臨界速度 密度揺らぎ エネルギーランドスケープ

1. 研究開始当初の背景

1938年の発見以来、超流動現象は液体ヘリウム4の実験を念頭において、理論面からも精力的に研究されてきた。さらに1995年の冷却原子系の実現、2006年のエキシトンポラリトン系のボース・アインシュタイン凝縮(BEC)の実現、(と、その後の超流動性の確認2008年)などにより、超流動は分野横断的テーマになりつつある。また液体ヘリウム4における超流動固体相の存在の有無についても2012年ころまで活発に研究が行われていた。

しかし超流動の理解に関しては基礎的な部分で課題が残されていた。すなわちBECであれば、必ず超流動性を示すわけではなく、超流動の成立条件がはっきりしていなかったこと、障害物の存在下での超流動の安定条件・不安定化の条件について明確な基準が得られていなかったことの2点が未解決であった。我々のこれまでの研究により、障害物回りの超流動が不安定化する前駆現象として動的な密度ゆらぎが増大することが明らかになっている。このことからBECと密度揺らぎの抑制が超流動が生じるための条件であることが示唆されていた。またグロス・ピタエフスキー方程式のエネルギーダイアグラム(安定定常解と不安定定常解の相空間での連結性=トポロジー)についてはswallow-tail structureが仮定され、実験の解釈にも用いられてきたが、障害物回りの超流動状態について、その妥当性は検証されていなかった。

2. 研究の目的

密度揺らぎに注目し、ボース・アインシュタイン凝縮対における障害物・散乱体の効果をあらわに取り入れた超流動特性に関する統一理論を確立する。研究期間内に障害物ポテンシャル下の超流動の臨界速度近傍の動的密度揺らぎを解析的・数値的に調べる。また揺らぎだけでなく、臨界速度近傍での超流動の安定定常状態と不安定定常状態の相空間での連結性=トポロジーを明らかにする。

3. 研究の方法

凝縮体の性質についてはグロス・ピタエフスキー方程式、どのまわりの量子揺らぎの性質はボゴリューボフ方程式により扱う。ソリトン生成を伴う超流動不安定性については障害物ポテンシャルをデルタ関数型にとり、これらの方程式を解析に解く。渦生成をとともなう超流動不安定性については、両方程式の解を数値的に解く。密度揺らぎは局所密度揺らぎに関するスペクトル関数または局所密度揺らぎ演算子の行列要素を各励起状態と基底状態の間で求める。グロス・ピタエフスキー方程式の妥当性の評価は、quantum depletionをボゴリューボフ方程式の解を用いて計算し、それが1より十分小さいことを確認する。凝縮体波動関数のうち、グロ

ス・ピタエフスキー方程式の不安定定常解は擬弧長法を求める。グロス・ピタエフスキー方程式のエネルギーダイアグラム(安定定常解と不安定定常解の相空間での連結性=トポロジー)を求めることで、従来仮定されていたswallow-tail structureの妥当性を検証した。

4. 研究成果

Quantum depletionは臨界速度のごく近傍(超流動速度が臨界速度の0.999999)でようやく10%弱となる程度であり、我々の用いたパラメタ領域ではグロス・ピタエフスキー方程式の妥当性が確認できた。障害物がある場合にquantum depletionを計算した初めての例である。

エネルギーダイアグラムを計算したところ、従来信じられていたswallow-tail structure

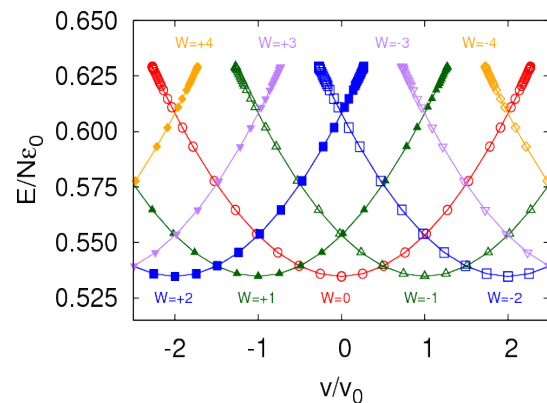


図1:障害物ポテンシャルの存在下での2次元トーラス状の超流動体のエネルギーダイアグラム。横軸は規格化された超流動速度。Wは各分枝のwinding numberを表す(Kunimi-Kato 2015)。

ではないことがわかった。

図1は安定定常解と準安定定常解のみを描いたものである。各分枝のWはwinding numberを表し、今の場合の断熱普遍量になる。すなわちゆっくりと超流動速度を上げて行くとWは変わらず、一つの分枝に沿って時間発展する。この場合の断熱性は、各安定分枝の定常解まわりのボゴリューボフ励起の最小値の逆数で与えられる時間内に、パラメタがほとんど変化しないという条件であらえられる。

図1のエネルギーダイアグラムの2回微分に相当する物理量から臨界速度近傍では有効質量が負になる不安定領域が存在することを見出した。負の有効質量状態は光学格子中のボース流体に対して先行研究で見出されていたがそれらの状態は動的不安定性(dynamical instability)のため準安定に

はなりえない。われわれは負の有効質量状態の準安定性をポゴリューボスペクトルが正実数の励起エネルギーのみからなることを確かめている。

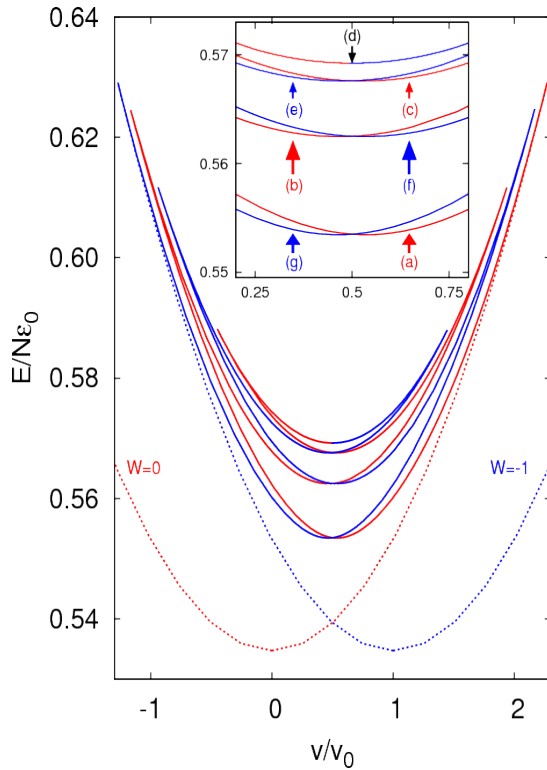


図2：エネルギーダイアグラム
1の $W=0, 1$ を拡大し、不安定定常解も描き加えたもの。かつ不安定定常解はつづらおりのような形状で互いにつながっている。各不安定分枝に対する凝縮体波動関数の振幅の空間分布は図3を参照。

図2は図1の $W=0, 1$ を拡大したものである。これまでは swallowtail structure (ツバメの尾のような構造) であると予想されていたが、 $W=0$ の winding number をもつ安定 (準安定) 定常解は、臨界点で不安定分枝 (b) につながったあと、臨界点でさらに別の不安定分枝 (c) に接続し、これを繰り返して、安定定常解 ($W=1$) につながっていく。

それぞれの不安定分枝はどんな状態になっているのかを示したのが、図3である。(a) は渦・半渦の一对がある状態。それと接続する不安定定常状態は渦・半渦が2対ある状態。これを繰り返して、三対状態 (c) と接続するのはソリトン (ドメイン壁) 状態 (d) である。これと接続するのは (c) とは渦度を逆符号にした状態 (e) である。すなわち (e) (f) (g) は (c) (b) (a) の渦度を反転させて状態である。

エネルギーダイアグラムはこれまでに予想されていなかったものであるが、図3をみるとその物理的描写は明確である。この場合は3対状態までが出現するが、超流体の流れる領域の縦幅 (y 方向) が広げれば、あるいは障害物ポテンシャルの空間的ひろがり小さければ5対状態も出現する。この結果を踏まえると最近のリング状の超流動体においても、リングの幅 (外径と内径の差) を大きくする、あるいはポテンシャル障壁の空間的ひろがりを小さくすることで、多重渦半渦対状態が観測されると期待される。正確なエネルギーダイアグラムは、準安定状態から安定状態への量子トンネルが起きる場合のトンネル確率を計算する際の基礎になる。その点においても本研究の成果は重要である。

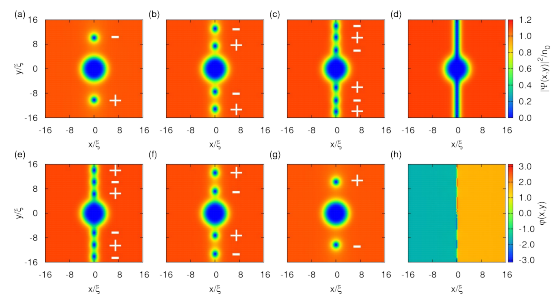


図3：図2 (a-h) の各不安定分枝の凝縮体波動関数の振幅の空間分布。図中の符号は、渦度の符号を表す。図の中心付近には強い斥力ポテンシャルがあり、密度が低い。

図4は $W=0$ の安定分枝における各励起状態における密度揺らぎ演算子の行列要素と波動関数の絶対値の積を y 軸とエネルギーの関数としてプロットしたものである。この結果は、臨界速度に近づくともポテンシャル障壁の近くで低エネルギーの密度揺らぎが増大することがわかる。これは図3の $W=0$ の安定分枝と不安定分枝 (a) が合流する点での揺らぎである。このことから、 $W=0$ の安定性が失われるとき、低エネルギーの密度揺らぎが大きくなることを示している。同様な結果は超流動ジョゼフソン系でも得られている。そのことと考え合わせると超流動崩壊にもなって低エネルギーの動的密度揺らぎが増大するのは位相欠陥の生成を伴う超流動の崩壊現象において広く見られる性質であると考えられる。エネルギーダイアグラムとの関連で言えば、準安定分枝が不安定分枝と接続するところで、揺らぎが発散して不安定化すると解釈できる。

われわれは有限系ではあるが、臨界速度に近

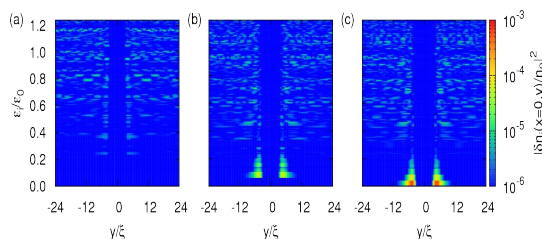


図 4: 励起状態における密度揺らぎの行列要素と励起状態波動関数の積。2次元平面上 $x = 0$ に固定し、 y 依存性と励起エネルギー依存性を示す。熱力学極限では密度揺らぎのスペクトル関数に相当する。左図、中図、右図の順に、臨界速度に近づき、かつ密度揺らぎの強度が強くなり、かつ低エネルギーへシフトする。

づく最低励起エネルギーがゼロに近づくこと、その近づき方がハミルトニアン・サドルノード型の分岐構造に特有のスケール則に従うことを見出した。最低励起エネルギーがゼロになることは、断熱的に v を変えることが不可能になることを意味する。有限系の超流動の臨界速度は、断熱性の消失によっても特徴付けられることがわかる。

5. 主な発表論文等

研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 9 件)

加藤 雄介, 渡部 昌平:

日本物理学会誌 2015 年 5 月号 362-367, "超流動、ボース・アインシュタイン凝縮、密度ゆらぎ"

M. Kunimi and Y. Kato :

Phys. Rev. A **91**, 053608 (2015) Metastability, excitations, fluctuations, and multiple-swallowtail structures of superfluid of a Bose-Einstein condensate in the presence of a uniformly moving defect

M. Kunimi and Y. Kato:

J. Low Temp. Phys. **175**, Issue 1-2, pp 201-207, "Precursor phenomena of nucleations of quantized vortices in

the presence of a uniformly moving obstacle in Bose-Einstein condensates"

S. Watabe and Y. Kato:

Phys. Rev. A **88**(2013)063612 "Stability Criterion for Superfluidity in the light of Density Spectral Function"

M. Kunimi and Y. Kato:

Phys. Rev. B **86** (2012) 060510(R)

"Mean-field and stability analysis of two-dimensional flowing soft-core bosons modeling a supersolid"

S. Watabe, Y. Kato, Y. Ohashi: Phys. Rev. A **86** (2012) 023622 "Excitation Transport through a Domain Wall in a Bose-Einstein Condensate"

S. Watabe, Y. Kato and Y. Ohashi: Journal of Physics: Conference Series **400**(2012)012079(4pages)doi:10.1088/1742-6596/400/1/012079 "Anomalous Tunneling of Spin Wave in Polar State of Spin-1 BEC"

M. Kunimi, M. Kobayashi and Y. Kato: Journal of Physics: Conference Series **400** 012037 (4pages)

doi:10.1088/1742-6596/400/1/012037

"Dynamics of one-dimensional supersolids"

Y. Kato, S. Watabe and Y. Ohashi: Journal of Physics: Conference Series **400**(2012)032036(4pages)

doi:10.1088/1742-6596/400/3/032036

"Anomalous Tunneling of Spin Wave in Heisenberg Ferromagnet"

〔学会発表〕(計 15 件)

- 1 越田真史, 加藤雄介 日本物理学会年会、2015年3月21日、早稲田大学、新宿区、東京都、"不均一ポテンシャル中の超流動"
- 2 國見昌哉, 加藤雄介、日本物理学会年会、2015年3月21日、早稲田大学、新宿区、東京都、"トラス中 BEC における多重 swallowtail 構造"
- 3 越田真史, 加藤雄介 日本物理学会秋季大会、2015年9月8日、中部大学、春日井市、愛知県、"不均一ポテンシャル中のボース系の超流動"
- 4 Shinji Koshida, Higgs mode in condensed matter and quantum gases 2014年6月24日 京都基礎物理学研究所、京都市、京都府、"Superfluidity of a Bose system in a non-uniform potential"
- 5 Yusuke Kato, Higgs mode in condensed matter and quantum gases 2014年6月26日、基礎物理学研究所、

- 京都市、京都府、”Transmission and scattering properties of Nambu-Goldstone modes.
- 6 國見昌哉、加藤雄介、日本物理学会秋季大会、2013年9月26日、徳島大学、徳島市、徳島県、”量子渦生成にともなう超流動崩壊の前駆現象としての密度ゆらぎ”
 - 7 國見昌哉、加藤雄介、熱場の量子論とその応用、2013年8月27日、京都大学基礎物理学研究所、京都市、京都府”量子渦生成にともなう超流動崩壊の前駆現象”
 - 8 M. Kunimi and Y. Kato, QFS2013, 2013年8月3日、くにびきメッセ、松江市、島根県、”Precursor phenomena of nucleations of quantized vortices in the presence of a uniformly moving obstacle in Bose-Einstein condensates”
 - 9 M. Kunimi and Y. Kato, StatPhys25, 2013年7月25日、Seoul National University, Seoul, Korea,”Stability Analysis of two-dimensional Bose-Einstein condensates in the presence of a Gaussian potential”
 - 10 M. Kunimi and Y. Kato, StatPhys25, 2013年6月5日、Quebec City Convention Center, Quebec city, Quebec, Canada,”Stability Analysis of two-dimensional Bose-Einstein condensates in the presence of a Gaussian potential”
 - 11 國見昌哉、加藤雄介、日本物理学会年会、2013年3月28日、広島大学、東広島市、広島県、”空間的に不均一な Bose 凝縮体の超流動臨界速度近傍における動的密度揺らぎの解析”
 - 12 國見昌哉、加藤雄介、日本物理学会秋季大会、2012年9月19日、横浜国立大学、横浜市、神奈川県”2次元超流動固体の超流動状態の安定性および励起状態の解析”
 - 13 加藤雄介、基研研究会 2012 非平衡の物理、2012年8月3日、京都大学基礎物理学研究所、京都市、京都府”超流動の安定性と分岐理論”
 - 14 M. Kunimi and Y. Kato, QFS2012, 2012年8月18日、Lancaster University, Lancaster, United Kingdom,”Excitation spectrum and stability analysis of a supersolid”
 - 15 G. Anagama, M. Kunimi and Y. Kato, QFS2012, 2012年8月18日、Lancaster University, Lancaster, United Kingdom,”Josephson effect in two-dimensional supersolid”

6 . 研究組織

(1)研究代表者

加藤雄介 (KATO Yusuke)

東京大学・大学院総合文化研究科・准教授

研究者番号：20261547

{その他}

ホームページ等

<http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/katoyusuke-lab>