

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 8 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24540533

研究課題名(和文) グラフィックスプロセッサを用いた磁気回転不安定性の非線形シミュレーション

研究課題名(英文) Nonlinear simulation of magnetorotational instability using graphics processors

研究代表者

龍野 智哉 (Tatsuno, Tomoya)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：60313011

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：銀河などの降着円盤において、観測される物質の降着率が古典的な理論では説明できないほど速いという問題があった。1991年に提案された磁気回転不安定性は、磁場の影響を考慮することで電磁流体的な不安定性を引き起こして乱流を発生させるという点で画期的であった。しかし電磁流体的な解析では局所熱平衡を仮定しており、低衝突の極限でやはり観測に合わないという指摘がある。

本研究ではこの問題を解決するため、局所熱平衡を仮定しない運動論による理論・数値シミュレーション研究に取り組んだ。数値計算には近年計算能力進歩の著しいグラフィックスプロセッサを用いることとし、数理モデルの開発も同時に行った。

研究成果の概要(英文)：In accretion disks, it has been known that the observed accretion rate cannot be explained by the classical theory. Magnetorotational instability, proposed in 1991, was a breakthrough in a sense that it could lead to magnetohydrodynamic instability of accretion disks and consequent turbulence by taking magnetic field into account. However, magnetohydrodynamic analyses assume local thermodynamic equilibrium, and it is pointed out that they did not fully explain the observed accretion rate in the limit of small collisionality.

In order to solve this issue, we have addressed theoretical analyses and numerical simulations by means of kinetic theory without assuming local thermodynamic equilibrium. We used recently-emerging graphics processors in numerical simulation, and also addressed the development of mathematical modelings.

研究分野：プラズマ物理

キーワード：プラズマ物理 高速計算 グラフィックスプロセッサ

1. 研究開始当初の背景

近年グラフィックプロセッサユニット (GPU) の演算性能が飛躍的に向上しており、Tesla C2050 が発表された平成 21 (2009) 年 12 月には倍精度計算でも CPU を大幅に凌駕するようになった (右図の○). NVIDIA が GPU による汎用計算 (General-Purpose computation on Graphics Processing Units; GPGPU) を実現するための開発言語 CUDA を発表してから、科学計算における GPU の利用が大幅に広がっており、平成 22 (2010) 年 11 月には GPU を超並列に配した中国や東工大のマシンが TOP500 Supercomputer Sites [1] の第 1 位や第 4 位に躍り出て話題にもなった。

こういった現状に鑑み、GPU 上で高速に走るシミュレーションコードを制作することは、シミュレーション工学において大きな利点となるばかりでなく、今後の大規模シミュレーションの必須条件とさえなるかもしれない。これまでにプラズマ物理分野でも粒子コードや流体コードを GPU 上で開発する試みは幾つか行われているが、運動論的プラズマコードを GPU 上で開発する試みはまだない。研究代表者は米国メリーランド大学在籍中、米国のみならずヨーロッパでも広く使われている大規模並列計算用の運動論コード AstroGK の共同開発に携わってきた [2]。またメリーランド大の研究室にあった GPU マシンを利用し、CUDA による簡単な流体コードを作成して約 20 倍の高速化が実現できることを確認している。

一方、銀河などの差動回転する降着円盤 (accretion disk) は、弱い磁場の存在によって magnetorotational instability (MRI) と呼ばれる不安定性が引き起こされることが Balbus & Hawley [3] によって指摘され、この不安定性の非線形乱流状態が物質の降着率を決定すると考えられてきた [4]。降着率とは、物質が重力によって中心へ落ちていく割合であり、この際に失われる重力ポテンシャルエネルギーの熱への変換を通じて天体の輝度に寄与するものである。ただし物質は通常天体の周りを回転しており、角運動量保存則によれば簡単に中心に落ちこむことはない。保存則を破るには系の角運動量を減少させる必要があるが、通常天体では粒子間の衝突が極めて稀であるので、粒子間衝突による散逸だけでは現象を説明するには不十分である。MRI ではその非線形発展として乱流が引き起こされるため、乱流の異常輸送と異常粘性によって角運動量の減少、ひいてはプラズマの速い降着が説明されるだろうと考えるわけである。

ところが電磁流体 (MHD) 的な計算では乱流の角運動量輸送率が散逸パラメータ (レイノルズ数) に強く依存し、宇宙空間のような高レイノルズ数の極限ではゼロであるか、あつ

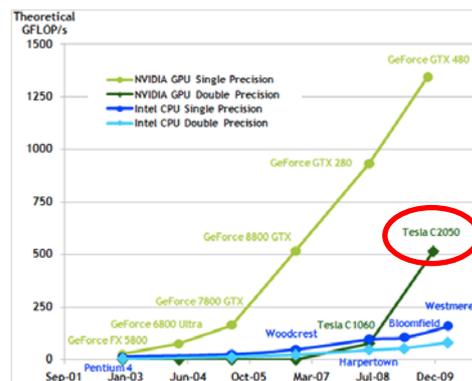


図1 GPU と CPU の性能比較. 横軸は年月, 縦軸は浮動小数点演算性能を表す. 出典: NVIDIA CUDA C Programming Guide.

ても極めて小さい値であることが指摘された [5]. その一方で、宇宙空間では粒子の平均自由行程が特徴的スケールに比べて長いので、粒子が局所熱平衡分布から外れ、運動論的な効果が重要になることも多い。Quataert らはそういった運動論的な効果に着目し、磁化プラズマにおける圧力の非等方性をモデル化した流体方程式を用いて、非等方性が降着率の決定に重要な影響を及ぼすことを指摘した [6]。また Sharma らは数値シミュレーションによってモデルが妥当な角運動量輸送率を与えることを示した [7]。

2. 研究の目的

本研究は、グラフィックプロセッサを用いた数値シミュレーションを行うという情報科学的側面と、銀河の降着円盤についての解析を行うという物理学的側面の 2 つにおいて、運動論に基づいたモデルを用いるという新しい試みを行うものである。

情報科学的側面においては、前項で述べたように、研究代表者は大規模運動論コードの開発や CUDA による GPU プログラミングなどに携わってきた。これらの経験を活かし、本研究では GPU 上で高速動作する汎用運動論コードの開発に取り組むことを第一の目的とした。

また物理学的側面においては、銀河の降着円盤などで発生すると考えられる磁気回転不安定性について、これまでは主に磁気流体的な解析が行われてきた。これを見直し、運動論的な理論・シミュレーション解析にチャレンジして新たな知見を得ようとするのが第二の目的である。

3. 研究の方法

本研究では、GPU を用いた高速計算のた

め、新たに NVIDIA のグラフィックスカード Tesla K20X を導入して数値コードを作成し、新たな問題のための運動論に基づく物理モデルの構築を行う。

4. 研究成果

これまでも述べてきたように、本研究は情報科学的側面と物理学的側面の両方から研究を行うものである。

まず情報科学的側面から、運動論コードでは、粒子の速度分布関数を速度空間について積分することから、密度や電流などの場の量が求まるため、速度空間積分に対応する総和計算を繰り返し行う必要がある。この総和計算は、多数の数から1つの数を導き出すという、原理的に並列化が困難な操作であり、並列計算においてもよく取り上げられる問題である。この計算について、グラフィックスプロセッサに適したアルゴリズムを検討し、実装した。

NVIDIA が開発した GPU 用のプログラミング言語 CUDA は、それだけでは複数マシンにまたがる並列計算をサポートしない。したがって、この目的に合致した、Message Passing Interface (MPI) などのマシン間の通信を利用するには、MPI に対応した他言語との混在プログラミングが求められる。本研究では、並列プログラミングには c++ を使用し、CUDA との混在プログラミングが可能であることを確認した。

GPU には、グラフィックスカード内のグローバルメモリに加え、コンスタントメモリ、テクスチャメモリ、またプロセッサ上のコア間で共有できる共有メモリなど、メモリに階層構造がある。これまでの研究から、グローバルメモリを用いるだけでも数十倍程度の高速化が可能であることがわかっているが、メモリの階層性を考慮に入れ、更なる高速化の可能性を探った。これまでに得られた高速フーリエ変換 (Fast Fourier Transform; FFT) や積分計算の性能には満足しているので、今回は衝突項などに適用を検討している差分法を対象とし、高速化には、コアから近くアクセス速度の速い共有メモリをできるだけ活用することを指針とした。各コアで時間発展計算を担当するグリッドよりも多めにグローバルメモリから関数値を共有メモリにコピーし、共有メモリ内で十〜数十回程度の時間発展を行う。アクセス速度の遅いグローバルメモリへのアクセスを、毎時間ステップから数十回に一度へと減らすことで、高速化が実現できると考えたわけである。

また CUDA Visual Profiler を用いてコアレッシング、バンクコンフリクト、ダイバジェント分岐などの遅延要素を一つずつ解消するような地道な作業を行った。1次元問題への適用は期待通りに働き、すべての計算

をグローバルメモリ上で行った時と比べて2倍程度の高速化に成功した。しかし多次元問題では効率が落ちて数%程度の高速化にとどまった。

開発中の数値コードについて、プロファイリングツール nvprof を用いて解析を行った。グラフィックスボードではメモリの割当てと解法に CPU よりも時間がかかることがあり、従来のコードのボトルネックとなっていることがわかった。メモリの割当てを最適化することで、最終的に CPU と比較した高速化率は約 30 倍となった。

物理学的な側面からは、本研究の予備実験として、磁化プラズマにおける2次元静電乱流の運動論的な解析を行った。2次元配位では2つの無衝突保存量が存在するが、それらが互いに逆方向にスケール間を移動する、双カスケードが起こる。AstroGK を用いて自由減衰乱流の大規模数値シミュレーションを行ったところ、これらの量は時間について代数的に減衰するが、これは2つの量のカスケードによってうまく説明できることを示し、論文にまとめた。

また、磁気回転不安定性で用いられる剪断的境界条件を、擬スペクトル法で実現するアルゴリズムを考案し、実装した。大雑把に言えば、Kelvin 卿が19世紀に用いた、剪断流の系に乗った座標系で非線形計算を行い、引き延ばしが系の長さを超えたところで離散的な座標変換をする、というものである [8]。

次に、磁気回転不安定性の元となる、剪断流のある平衡について考察を行った。銀河などの降着円盤は、ケプラー回転(回転角速度の逆数が半径の $3/2$ 乗に比例)することで中心天体の重力と釣り合い、定常的に回っていると考えられる。そういった力学的平衡の流体的な表現は古くから知られており、Navier-Stokes 方程式の定常解となっているが、運動論による記述を用いる場合、Vlasov 方程式の定常解としてケプラー回転する平衡を見つけるのは容易ではない。一般的な楕円軌道を含む運動論平衡を作ることは困難であるが、構成粒子がほぼ円軌道を取ると仮定して、近似的にケプラー回転を示す解析解を求めることに成功した。

さらに時間発展を記述する Vlasov 方程式を、上で述べた仮定を用いて簡約化した。運動論方程式を大域的にシミュレーションするには、GPU を用いたとしても現在のコンピュータでは性能が足りないため、何らかの仮定をおく必要がある。本研究では、粒子軌道が円軌道から大きく外れないと仮定し、降着円盤の一部を切り取ることにした。平衡軌道のまわりを回転しながら、差動回転によって変形する局所的なデカルト座標を考え、その座標系での Vlasov 方程式を導出した。電場や磁場についても、相対性理論の小速度極限としての Galilei 変換性を満たすよう変換することで、理論的に整合するものが導けた。

これらの研究結果をまとめ、米国物理学会でポスター発表を行ったところ、カリフォルニア工科大の Bellan 教授からモデルの妥当性について質問を受けた。本研究では、従来の電磁流体的モデルに基づく解析で用いられているように、粒子がケプラー回転する、という仮定をおいていた。この流体的な力学平衡を運動論に拡張し、降着円盤の構成粒子がほぼ円軌道を取ると仮定して Vlasov 方程式の定常解を求めたわけである。これに対し Bellan 氏の主張は、重力と電磁力の相互作用下における荷電粒子の運動はケプラー回転から大きく外れるため、「ほぼ円軌道」の粒子集団を仮定することは、対象を限定しすぎることになるのではないかと、いうものである。この疑問に答えるために物理学的側面を見直し、Bellan 氏から紹介頂いた文献 [9] も参照して、新たなモデルによる検討を行った。特殊相対論を用いた簡易モデルに基づいて粒子軌道の分類を行った結果、Bellan 氏の評価以上に多様な粒子軌道の可能性があることが分かった。現在はこの結果を論文にまとめるため、さらに詳細なモデルを用いて解析を進めているところである。

<引用文献>

- [1] TOP500 Supercomputer Sites, <http://www.top500.org/>
- [2] R. Numata, G. G. Howes, T. Tatsuno, M. Barnes and W. Dorland, *AstroGK: Astrophysical gyrokinetics code*, *Journal of Computational Physics* **229**, 9347 (2010).
- [3] S. A. Balbus and J. F. Hawley, *A powerful local shear instability in weakly magnetized disks*, *Astrophysical Journal* **376**, 214 (1991).
- [4] J. F. Hawley, C. F. Gammie and S. A. Balbus, *Local three-dimensional magnetohydro-dynamic simulations of accretion disks*, *Astrophysical Journal* **440**, 742 (1995).
- [5] S. Fromang, J. Papaloizou, G. Lesur, and T. Heinemann, *MHD simulations of the magnetorotational instability in a shearing box with zero net flux*, *Astronomy & Astrophysics* **476**, 1123 (2007).
- [6] E. Quataert, W. Dorland, and G. W. Hammett, *The magnetorotational instability in a collisionless plasma*, *Astrophysical Journal* **577**, 524 (2002).
- [7] P. Sharma, G. W. Hammett, E. Quataert, and J. M. Stone, *Shearing box simulations of the MRI in a collisionless plasma*, *Astrophysical Journal* **637**, 952 (2006).
- [8] W. Thomson, *Stability of fluid motion – Rectilinear motion of viscous fluid between two parallel planes*, *Philosophical Magazine Series 5*, **24**, 188 (1887).
- [9] P. M. Bellan, *Consideration of the relationship between Kepler and cyclotron dynamics leading to prediction of a nonmagnetohydrodynamic gravity-driven Hamiltonian dynamo*, *Physics of Plasmas* **14**, 122901 (2007).

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① T. Tatsuno, G. G. Plunk, M. Barnes, W. Dorland, G. G. Howes and R. Numata, *Freely decaying turbulence in two-dimensional electrostatic gyrokinetics*, *Physics of Plasmas* **19**, 122305 (2012), 査読有, DOI: 10.1063/1.4769029.

[学会発表] (計 2 件)

- ① 龍野智哉, ジャイロ運動論コード *AstroGK* を用いた位相空間乱流のシミュレーション, STE シミュレーション研究会 & STP シミュレーション・モデリング技法勉強会 合同研究集会 (招待講演), 2013 年 12 月, 福岡.
- ② T. Tatsuno, W. Dorland and A. Kanekar, *Towards kinetic simulation of MRI using GPU*, 56th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics, 2014 年 10 月, New Orleans.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

龍野 智哉 (TATSUNO, Tomoya)
電気通信大学・大学院情報理工学研究所・
准教授
研究者番号: 60313011

(2) 研究分担者

なし