

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 5 月 28 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560187

研究課題名(和文) マルチモーメント制約を用いた高解像度数値解法の一般化と実用化

研究課題名(英文) Generalized numerical formulation for multi-moment constrained high resolution schemes for practical use

研究代表者

肖鋒(Xiao, Feng)

東京工業大学・総合理工学研究科(研究院)・准教授

研究者番号：50280912

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,100,000円

研究成果の概要(和文)：(1) マルチモーメント制約高精度数値解法の一般的な定式化を提案し、制約条件の数値的性質について理論解析と数値実験による検討を行い、実問題の数値モデルを構築する際に制約条件の選び方における指針を見出すことができた。(2) マルチモーメント制約条件を用い、高い実用性を有する4次精度高解像度数値解法MCV-WENO4法を提案し、検証した。(3) Gauss-Legendre点を用いたラグランジュ補間関数に基づく高精度数値解法(GLPCC)を提案し、DG法と同等の数値性を有することを示した。(4) 非構造格子へ拡張し、任意形状メッシュ要素におけるマルチモーメント有限体積法のフレームワークを構築した。

研究成果の概要(英文)：(1) A generalized numerical formulation has been developed to provide a base for designing new schemes with various constraints. The guideline to choose the proper multi-moment constraints for the desired numerical properties has been investigated through both theoretical and numerical analysis. (2) A novel 4th order high resolution scheme, MCV-WENO4, has been proposed and verified to be of advantage in comparison with other existing methods. (3) An efficient and conservative collocation method, Gauss-Legendre point based conservative collocation (GLPCC) method, has been proposed by using the collocation constraints. A three-point scheme of fifth-order accuracy has been adopted to develop the global shallow-water model on the cubed sphere grid. (4) A multi-moment finite volume method has been developed on unstructured grids with arbitrary mesh elements, which provides a numerical framework that well balances accuracy, efficiency and robustness for practical applications.

研究分野：数値流体力学

キーワード：高精度数値解法 圧縮性流体 浅水波モデル 保存解法 マルチ・モーメント制約 WENO再構築 衝撃波 数値振動

### 1. 研究開始当初の背景

数値流体力学は数十年の歴史を経て大きな発展を成し遂げてきた。現在までに、様々な計算スキームが提案され、また商用ソフトが広く普及していることに象徴されるように、当分野は成熟化に向かっていているという印象を受ける。しかし、当分野の中心的な課題として計算手法の基礎研究において未解決の課題が依然多数残されている。その一例として、ほとんどの現行商用ソフトは二次精度の計算手法を使用している。これらの手法には過剰な数値拡散誤差が伴い、渦など時間的に変化する流れや流体音響などの現象を捉えるのが困難である。より高精度かつ計算効率と強靱性にも優れた高解像度スキームが求められる。高解像度スキームとは、渦など連続かつ複雑な構造を持つ解を散逸誤差が少なく高精度で求めることができるとともに、衝撃波や接触面など不連続の解に対しても、数値振動を抑え、安定な計算結果を保証する数値解法である。

近年、局所的に高い適合性を持つ高解像度手法として、DG (Discontinuous Galerkin) 法、SC (Spectral collocation) 法、SV (Spectral Volume) 法]などが提案されている。特に、一般化された定式化としてFR (Flux Reconstruction) 法が提案され、上述の既存高精度手法を統一した数値フレームワークに集約することができた。これらの手法では、局所的にソリューション変数 (solution variable) を増やすことによって、コンパクトなステンシルにおける高次補間関数を構築できることから、スペクトルの数値収束性を有する。しかし、計算精度を上げるにつれ、CFL 安定条件が厳しくなるなど計算効率や強靱性の面で必ずしも優れているとは言えず、実際応用において、より高い計算効率と強靱性を持つ高解像度数値流体計算手法の研究開発が必要である。

研究代表者のグループによる先行研究では、FR 法の流束再構築において様々な制約条件を加えることでより柔軟に新しい数値解法を提案することができることを示し、またマルチモーメントを制約条件として用いた数値解法の提案にも成功したが、実用的なスキームの設計にあたって一般的な指針や制約条件の選択基準などの重要事項についてまだ明らかにされていない。

### 2. 研究の目的

本研究では、これまでの研究成果を発展させ、マルチモーメント制約を用いた高精度数値解法の一般的な定式化を構築する。さらに、実際応用に向けて、実用的な流体数値解析モデルを開発する。具体的には、本研究計画を実施することによって、次の目標を達成する。(1) マルチモーメント制約を用いたフラックス (流束) 関数再構築の一般的な定式化を提案し、それに基づく高精度スキームの数値的フレームワークを確立する。

(2) 本手法の関連分野における位置づけを明らかにするとともに、計算スキーム設計の原則と指針を提示する。

(3) 実用化に向けて計算精度を保持できる新しいリミターを開発する。

(4) 実用的な高解像度数値解析モデルを構築する。

### 3. 研究の方法

(1) マルチモーメント制約を用いたフラックス関数再構築及び高精度数値解法の提案。

(2) 理論解析と数値実験による検証。

(3) 新しいスキーム設計に関する原則と指針の検討。

(4) マルチモーメント制約高次再構築のための新しいリミター修正法の開発。

(5) 双曲型微分方程式である浅水波モデルや圧縮性流体モデルに対し、実用的な高解像度数値解析モデルの力学コアの開発。

### 4. 研究成果

本研究は、平成 24 年～26 年度の実施期間において、以下の方面に研究成果をあげている。

(1) ノダル (nodal) 型マルチモーメント制約高精度数値解法の一般的な定式化を提案し、検討を行った。数値流束の再構築に用いられる制約条件セットを変えることによって様々なスキームを提案できることを示すと同時に、様々な制約条件の数値的性質 (精度、CFL 安定条件など) について、理論解析と数値実験の両面において検討し、実問題の数値モデルを構築する際に制約条件の選び方における指針を見出すことができた。

(2) マルチモーメント制約条件を用いた 3 点 MCV 法に WENO 法による数値振動を制御する定式化を導入し、MCV-WENO4 法を提案した。この手法は 4 次の収束率を示しており、また不連続の解に対して数値振動を抑える機能を持っている。この手法は既存の DG に対する WENO リミターとは異なり、局所自由度を最大限に利用することから、コンパクトなステンシルで高次精度の WENO 法を構築できる。

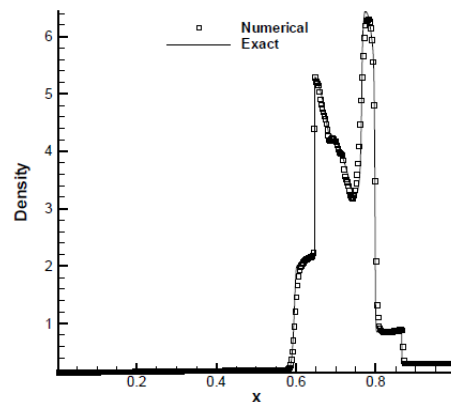


図 1. 圧縮性気体プラスト波干渉ベンチマークテスト。

図 1 に示すように、衝撃波を含む圧縮性流れのベンチマーク問題による検証結果から、

他の既存手法に比べ、本手法は高い計算精度及び実用性を有することが検証された。

(3) Gauss-Legendre 点を用いたラグランジュ補間関数に基づく高精度数値解法 (GLPCC) を提案し、Discontinuous Galerkin (DG) 法と同等の数値性質を有することを示した。

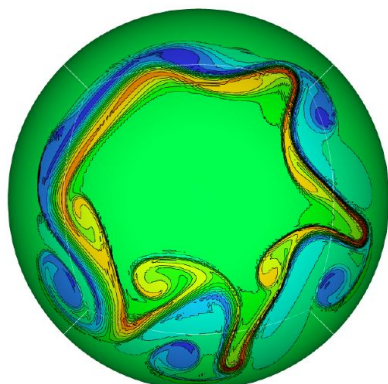


図 2 .球面浅水波順圧不安定性ベンチマークテスト。

その応用例として、すでに球面浅水波方程式に適用し、立方体全球モデルを開発した。図 2 に示すように検証用ベンチマークテストにおいて他の高精度解法に遜色のない結果を得られている。

(4) より広範囲の実際問題に適用するために、非構造格子への拡張を行い、任意形状メッシュ要素におけるマルチモーメント有限体積法のフレームワークを構築した。本手法は、計算精度・ロバスト性と計算負荷の総合的な面において、従来型の有限体積法及び Discontinuous Galerkin 法に代表される既存の局所再構築に基づく高精度解法に比べ、高い実用性を示している。

## 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 14 件)

X.L. Li, C.G. Chen, F. Xiao and S.X. Shen: A high-order multi-moment constrained finite volume global shallow water model on the Yin-Yang grid, Q. J. R. Meteorol. Soc., 査読有, in press. DOI: 10.1002/qj.2504

C.S. Huang, F. Xiao and T. Arbogast: Fifth order multi-moment WENO schemes for hyperbolic conservation laws, J. Sci. Comput., 査読有, in press. DOI: 10.1007/s10915-014-9940-z

B. Xie and F. Xiao: An efficient and accurate algebraic interface capturing method for unstructured grids in 2 and 3 dimensions: The THINC method with quadratic surface representation, Int. J. Numer. Method in Fluids, 査読有, 76,

1025-1042 (2014). DOI: 10.1002/flid.3968  
B. Xie and F. Xiao: Two and three dimensional multi-moment finite volume solver for incompressible Navier-Stokes equations on unstructured grids with arbitrary quadrilateral and hexahedral elements, Computers and Fluids, 査読有, 104, 40-54 (2014).  
doi:10.1016/j.compfluid.2014.08.002

B. Xie, S. li, A. Ikebata and F. Xiao: A multi-moment finite volume method for incompressible Navier-Stokes equations on unstructured grids: volume-average/point-value formulation, J. Comput. Phys., 査読有, 277, 138-162 (2014). doi:10.1016/j.jcp.2014.08.011

C. G. Chen, X.L. Li, X.S. Shen and F. Xiao: A high-order conservative collocation scheme and its application to global shallow water equations, Geosci. Model Dev., 査読有, 8, 221-233 (2015) doi:10.5194/gmd-8-221-2015

C.G. Chen, X.L. Li, X.S. Shen and F. Xiao: Global shallow water models based on multi-moment constrained finite volume method and three quasi-uniform spherical grids, J. Comp. Phys., 査読有, 271, 191-223 (2014)  
doi:10.1016/j.jcp.2013.10.026

K.M. Shyue and F. Xiao: An Eulerian interface sharpening algorithm for compressible two-phase flow: The algebraic THINC approach, J. Comp. Phys., 査読有, 268, 326-354(2014)  
doi:10.1016/j.jcp.2014.03.010

S. li, B. Xie and F. Xiao: An interface capturing method with a continuous function: The THINC method on unstructured triangular and tetrahedral meshes, J. Comput. Phys., 査読有, 259, 260-269 (2014).  
doi:10.1016/j.jcp.2013.11.034

B. Huang, T. Tomizuka, B. Xie, Y. Sakai, Q. Zhu, I. Song, A. Okino, F. Xiao, M. Watanabe and E. Hotta, Simulation and mitigation of the magneto-Rayleigh-Taylor instabilities in Z-pinch gas discharge extreme ultraviolet plasma radiation sources. Physics of Plasmas, 査読有, 20, 112113 (2013).  
doi:10.1063/1.4835275

C.G. Chen, J.Z. Bin, F. Xiao, X.L. Li, X.S. Shen: A global shallow-water model

on an icosahedral-hexagonal grid by a multi-moment constrained finite-volume scheme. Q. J. R. Meteorol. Soc., 査読有, 140, 639-650 (2014). DOI: 10.1002/qj.2157

X.L. Li, X.S. Shen, X.D. Peng, F.Xiao, Z.R. Zhuang and C.G. Chen: An accurate multi-moment constrained finite volume transport model on Yin-Yang grid, Adv. Atmos. Sci., 査読有, 30, 1320-1330 (2013) doi: 10.1007/s00376-013-2217-x.

X.L. Li, C.G. Chen, X.S. Shen and F.Xiao: A Multimoment Constrained Finite-Volume Model for Nonhydrostatic Atmospheric Dynamics. Mon. Wea. Rev., 査読有, 141, 1216-1240(2013). doi:10.1175/MWR-D-12-00144.1

F. Xiao, S. Li, C.G. Chen and X.L. Li: A note on the general multi-moment constrained flux reconstruction formulation for high order schemes, Applied Mathematical Modelling, 37, 5092-5108 (2013). Doi: 10.1016/j.apm.2012.10.050

[学会発表](計 19件)

F.Xiao, B. Xie, Z.Y. Sun: A Robust and Efficient Solver for Interfacial Multi-phase Flows on Unstructured Grids, 2015 SIAM Conference on Computational Science and Engineering, Mar. 14-18, 2015, Salt lake city, Utah, USA.

X.L. Li, Z.Y. Sun, F.Xiao, C.G.Chen, X.S.Shen and M.Xue: A New Atmospheric Dynamic Core using 4th Order Flux Reconstruction Method with WENO Limiting, , 2015 SIAM Conference on Computational Science and Engineering, Mar. 14-18, 2015, Salt lake city, Utah, USA.

Z.Y. Sun and F. Xiao (invited): A WENO derivative constrained 4th order flux reconstruction method, International Conference on Progress in Fluid Dynamics and Simulation (Celebrating the 60th Birthday Anniversary of Tony Wen-Hann Sheu), October 25-27, 2014, National Taiwan University, Taiwan.

F.Xiao (Keynote): Development of accurate and robust CFD solvers for complex flows in complex geometries, 7th Taiwan-Japan Workshop on Mechanical and Aerospace Engineering. Sep. 12 -15, 2014, National Taiwan University, Taiwan.

N. Hirano, Y. Miyazaki, S. Bae, H. Takata, T. Kawanami, F. Xiao, T. Okamura, H. Wada: Development of Room Temperature Magnetic Heat Pump Technologies as a National Project in Japan, 6th IIF-IIR International Conference on Magnetic Refrigeration, Sept. 7-10, 2014, Victoria, BC, Canada.

F.Xiao and B. Xie: Accurate and robust multi-moment finite volume solver on unstructured grids for incompressible flows, 11th. World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI)/ 5th. European Conference on Computational Mechanics (ECCM V)/ 6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI), July 20-25, 2014, Barcelona, Spain.

C.G. Chen, R.X. Zhai and F. Xiao: A high-order scheme by multi-moment constrained flux reconstruction and its application on global modeling, 11th. World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI)/ 5th. European Conference on Computational Mechanics (ECCM V)/ 6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI), July 20-25, 2014, Barcelona, Spain.

B. Xie and F. Xiao: A multi-moment finite volume method for incompressible Navier-Stokes equations on unstructured grids, 8th International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD8), July 14-18, 2014, Chengdu, China.

F.Xiao, S. Li and B. Xie: An algebraic VOF method for unstructured grids: The THINC scheme, 2nd International Conference on Numerical Methods in Multiphase Flows (ICNMMF-II), June 30 -July 2, 2014, Darmstadt, Germany.

F.Xiao and B. Xie (invited): Constructing accurate, robust and efficient finite volume CFD models on unstructured grids with both cell average and point value, 17th Across-Strait Workshop on Shock/Vortex Interaction, June 23-28, 2014, Tamshui, Taiwan.

F.Xiao, B.Xie, S.Li and A.Ikebata: An Accurate and Robust Numerical Model for Interfacial Multiphase Flows on Arbitrary Unstructured Grids, The 1st International Conference on

Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, April 13-16, 2014, Sendai, Japan.

B.Xie, S.Ii and F.Xiao: Interface Capturing Schemes on Arbitrary Unstructured Grids: the THINC Formulations, The 1st International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, April 13-16, 2014, Sendai, Japan.

A.Ikebata, S. Yoshida and F. Xiao: Multiphase Fluid Simulations for Water Saving Products, The 1st International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, April 13-16, 2014, Sendai, Japan.

K.M.Shyue and F. Xiao: A Simple Eulerian THINC Scheme for Compressible Two-Phase Flows, The 1st International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, April 13-16, 2014, Sendai, Japan.

F.Xiao (invited): Accurate and Robust Multi-Moment Finite Volume Fluid Solver for Arbitrary Unstructured Grids, Advances in Computational Fluid-Structure Interaction and Flow Simulation (A Conference Celebrating the 60th Birthday of Tayfun E. Tezduyar), March 19-21,2014, Tokyo, Japan.

F.Xiao and B.Xie(invited): A robust and practical multi-moment finite volume model for computational fluid dynamics, The 2nd International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation (ACMS 2013), July 17-19, 2013, Kunming, China.

B.Xie and F.Xiao: A 3D numerical model for free interfacial flows and applications to offshore waves with submerged obstacles, The 2nd International Conference on Advances in Computational Modeling and Simulation (ACMS 2013), July 17-19, 2013, Kunming, China.

F. Xiao, S. Ii and B. Xie: THINC method: An accurate and efficient algebraic approach for capturing free interfaces, The V Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering (COUPLED 2013), 17-19

June, 2013, Ibiza, Spain.

F.Xiao (invited): Development of numerical model toward DNS and modeled simulations of gas/liquid interfacial flows, International Workshop on Numerical simulations of Particle/droplet/bubble-laden Multiphase flows, May 24, 2013, Tokyo, Japan.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

肖 鋒 (XIAO Feng)

東京工業大学・大学院総合理工学研究科・  
准教授

研究者番号：50280912