

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 9 月 25 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2012～2014

課題番号：24560556

研究課題名(和文) 微小ノイズ印加時におけるMMOs現象の挙動に関する解析

研究課題名(英文) Analysis of the behavior of MMOs under weak noise

研究代表者

遠藤 哲郎 (Endo, Tetsuro)

明治大学・理工学部・教授

研究者番号：60247145

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、拡張BVP発振器において見られるMMOsの微小外乱印加時における数値実験と回路実験を行った。数値実験では拡張BVP発振器に非常に小さい周期外力を印加するとMMOsが歪み、崩壊し、カオスへ遷移することが明らかとなった。この数値実験によって、MMOsに関連する豊富な複雑な分岐の構造が存在することが明らかとなった。更に回路実験においても、MMOsの崩壊によるカオスが観察された。しかしながら、回路実験に見られるMMOsの崩壊によるカオスは、集中定数回路に存在するガウスノイズの影響というよりは、直流電圧源のドリフトのような長周期の摂動によって説明できることが分かった。

研究成果の概要(英文)：This study conducts laboratory measurements and numerical experiments on mixed-mode oscillations (MMOs) generated in an extended BVP oscillator. According to our numerical results, the waveform of MMOs is significantly distorted and MMOs are frequently submerged by chaos subjected to an extremely weak periodic perturbation. The numerical results show that MMOs under weak perturbation generate a rich variety of interesting phenomena. Furthermore, the breakdown of MMOs into chaos is observed in experimental measurements. However, chaos via MMOs breakdown is not explained by a white Gaussian noise existing in real circuits, but is generated owing to a slight drift of DC voltage source.

研究分野：工学

キーワード：非線形回路ダイナミクス Mixed-mode oscillations カオス

1. 研究開始当初の背景

Mixed-mode oscillations (MMOs) は slow/fast 系において見られる特有な振動現象である。しかしながら、研究代表者遠藤哲郎の数値実験によると、微小な外力を印加した場合に MMOs は容易に崩壊し、カオス現象が観察された。本研究は、MMOs が実回路実験においてどのように振る舞うかに興味を持ったことから始まった。

2. 研究の目的

本研究では、MMOs を発生する拡張 Bonhoeffer-van der Pol(BVP)発振器を用いて、数値実験においてどのような分岐現象が生じるのかを明らかにし、回路実験による MMOs 現象の振る舞いを調べる。

3. 研究の方法

- (1) 拡張 BVP 発振器をブレッドボード基盤上において実現し、オシロスコープによって、MMOs がどのように振る舞うかを観察する。数値実験において観察された MMOs の崩壊によるカオスとの関連性を明らかにする。
- (2) 拡張 BVP 発振器に微小周期外力を印加し、MMOs がどのように振る舞うかを明らかにする。特に、2-パラメータ分岐図を作成し、MMOs の外力応答を詳細に調べる。

4. 研究成果

図 1 に拡張 BVP 発振器の回路構成を示す。Bonhoeffer-van der Pol(BVP)発振器はヤリイカの神経系を模擬する電気回路として知られており、拡張 BVP 発振器は BVP 発振器の自然に拡張されたモデルとして知られている。図において、 $g(v)$ は非線形抵抗の電圧電流特性を表し、本報告を通じて、3 次の非線形負性抵抗によって表わされる場合を対象とする。

まず、拡張 BVP 発振器の数値に見られる MMOs 現象について説明する。

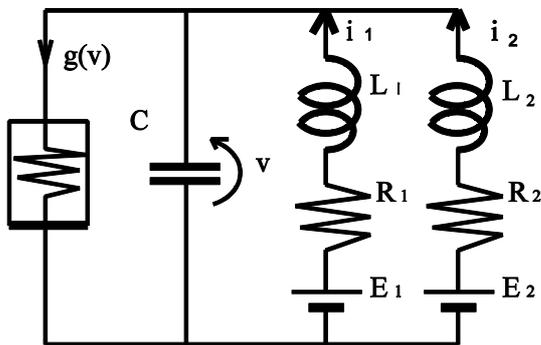


図 1. 拡張 BVP 発振器の回路図。

正規化を行うと、拡張 BVP 発振器の回路方程式は次式によって記述される。

$$\begin{aligned} dx/d\tau &= x(1-x^2)+y+z \\ dy/d\tau &= -x-k_1y+B_1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$dz/d\tau = k_3(-x-k_2z+B_2)$$

式(1)において、 x はキャパシタにかかる電圧 v に対応する状態変数、 y はインダクタ L_1 を流れる電流 i_1 に対応する状態変数、 z は L_2 を流れる電流 i_2 に対応する状態変数である。図 1 において、キャパシタ C は小さな場合を対象とし、これに対応するパラメータは微小である。本報告を通じて数値実験の都合上から $\omega = 0.1$ に固定する。 k_1 は抵抗 R_1 に対応するパラメータ、 k_2 は抵抗 R_2 に対応するパラメータ、 k_3 は 2 つのインダクタ L_1 と L_2 の比を表すパラメータである。以下では $k_1=0.35$, $k_2=0.35$, $B_1=0.49$, $B_2=0.49$ に固定し、 k_3 を分岐パラメータに選ぶ。

図 2 に本研究において得られた MMOs の波形を示す。MMOs の振動は一つの大振幅振動といくつかの小振幅振動から構成される。慣例によって、 s 個の小振幅振動を含む MMOs を 1^s と表す。このように、MMOs の定義は一見非常に曖昧であるように見受けられるが、実際に数値実験を行うと MMOs は周期倍分岐やアーノルドタンクといった現象のように普遍的である。

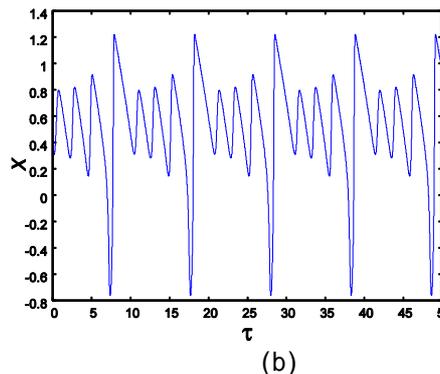
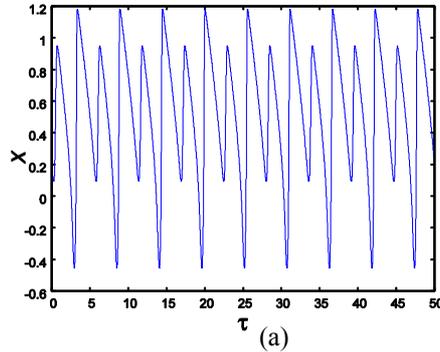


図 2. 数値シミュレーションにおいて観察された MMOs の波形。(a) 1^1 の例($k_3=0.6$), (b) 1^3 の例($k_3=0.39$).

ノイズの比較的小さいと考えられる数値実験においては、図 2(a)(b)のように MMOs が観察された。

これに対し、図 1 の回路に微小外力を印加した次式について考察する。ノイズは至る所に存在するが、簡単のため、以下のように微小周期外力 $B \sin \omega t$ を印加する。

$$\begin{aligned} \epsilon dx/d\tau &= x(1-x^2) + y + z + B \sin \omega \tau \\ dy/d\tau &= -x - k_1 y + B_1 \\ dz/d\tau &= k_3(-x - k_2 z + B_2) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $0 < B \ll 1$ を仮定した。微小外力に周期性を仮定すると、分岐集合を詳細に求めることが出来る。 $k_3=0.6$ に固定した場合の分岐集合の例を図3に示す。図3においてGはサドルノード分岐を表し、Iは周期倍分岐を表す。上付きの数字は、解の周期の次数を表し、下付きの数字は同じ周期の同期引き込み領域を区別するために添えた。また、図においてドットはカオスの発生する領域を表す。

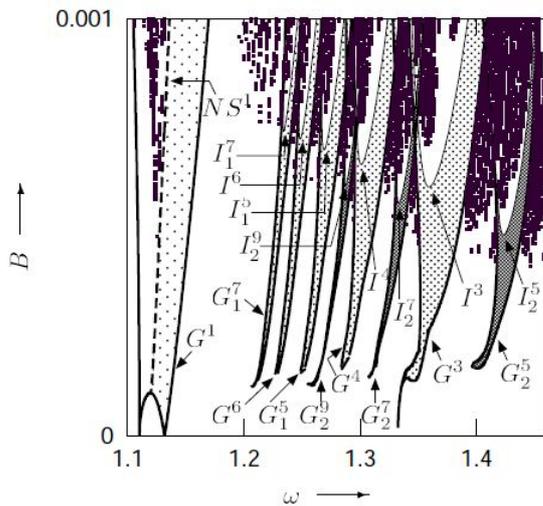


図3. 分岐集合($k_3=0.6$ に固定)。

図3より、周期倍分岐が集積し、外力の振幅が非常に小さいところでカオスが発生していることが分かる。図3より、興味深い現象が見られる。 G^3 と G^4 の間には $G^7(=3+4)$ の同期引き込み領域が観察される。また、 G^4 と G^5 の間には $G^9(=4+5)$ の同期引き込み領域が観察される。このように興味深い分岐構造がMMOs現象に伴って発生することが明らかとなった。

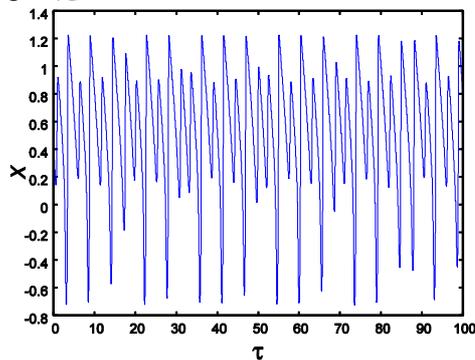


図4. 微小外力の印加でカオスになった例。
($k_3=0.6, B=0.001, \omega=1.34$)。

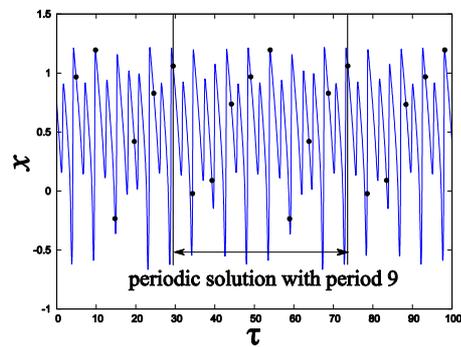


図5. 9周期解の例($k_3=0.6, B=0.0004, \omega=1.28$)

図5は図4のカオスの例より、さらに小さな外力の印加時において見られる周期9の周期解の例である。図2(a)に僅かな大きさの外力を加えただけであるが、図5から分かるように、波形は著しく異なっていることが分かる。これは、ノイズのような非周期的なものが外力として加わった場合には、カオス現象が現れることを意味している。

次に、回路実験結果について述べる。

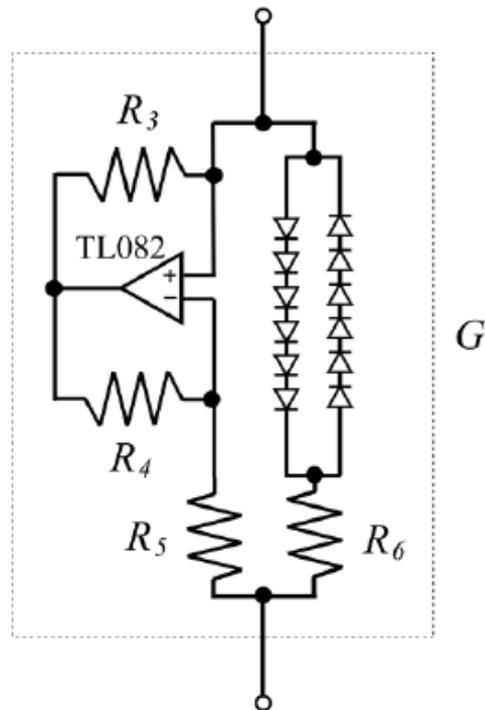


図6. 非線形抵抗の実現回路図。

3次の多項式によって表わされる非線形負性抵抗の実現回路図を図6に示す。この抵抗はオペアンプ(TL082)を用いた線形負性抵抗とダイオード対によって実現した。回路実験において得られたアトラクタの例を示す。

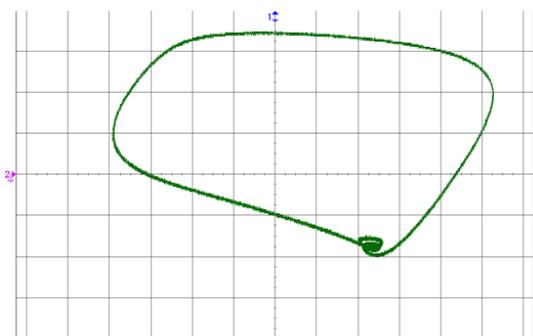


図 7. 過渡的な MMOs(1²) : 回路実験におけるパラメータ $C=9.74\text{nF}$, $L_1=102.5\text{mH}$, $L_2=1.005\text{mH}$, $R_1=713.6$, $R_2=714.0$, $R_3=R_4=100$, $R_5=1,320$, $R_6=430$.

図 7 は一見, 1² の MMOs アトラクタのように見えるが, 長時間観察すると, 図 8 のようなカオスへ遷移し, これを延々と繰り返す. この回路実験において見られた現象を筆者は MMOs 遍歴と呼んだ. しかしながら, 実回路実験と微小外力印加時に見られる数値実験においては共にカオスが観察されたが, 集中定数回路において存在する白色ガウス雑音によって説明することが出来ない.

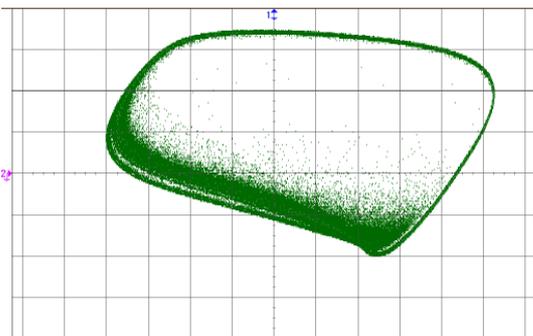


図 8. カオスへ遷移した例

そこで, 回路実験における現象を説明するため, 直流電圧源に当たる B_1 および B_2 に非常に長周期の外乱を加えた以下のようなダイナミクスを考案した.

$$\begin{aligned} dx/d\tau &= x(1-x^2)+y+z \\ dy/d\tau &= -x-k_1y+B+bsin(\tau) \\ dz/d\tau &= k_3(-x-k_2z+B+bsin(\tau)) \end{aligned} \quad (3)$$

ただし, b は非常に大きなパラメータである. このダイナミクスに見られた MMOs の崩壊によるカオスを図 9 に示す. このダイナミクスによって, 実験において見られたカオスの崩壊の一側面が説明されたと考えられる.

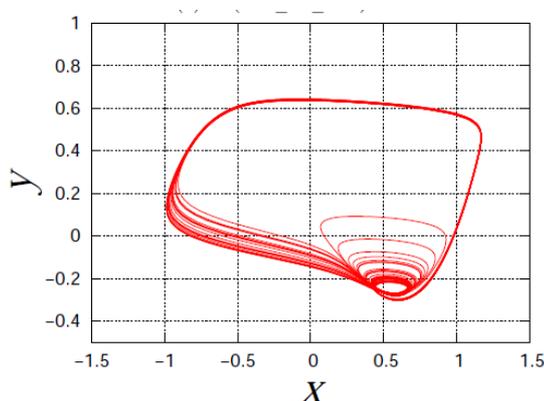


図 9. 図 7, 8 のアトラクタを説明する数値実験結果($b=0.001$, $=0.001$).

5 主な発表論文等

- [雑誌論文](計 12 件)(国際会議を除く)
1. 伊藤薫, 清水邦康, 稲葉直彦, 藤本憲市, 吉永哲哉, 遠藤哲郎, 「拡張 BVP 発振器における微小周期外乱下での MMOs の挙動」, 電子情報通信学会論文誌 A, 査読有, vol. J97-A, pp. 14-22, 2014. http://search.ieice.org/bin/summary.php?id=j97-a_1_14&category=A&year=2014&lang=J&abst=
 2. Naohiko Inaba, Munehisa Sekikawa, Yoshimasa Shinotsuka, Kyohei Kamiyama, Ken'ichi Fujimoto, Tetsuya Yoshinaga, and Tetsuro Endo, "On bifurcation boundaries between a two-dimensional torus and a three-dimensional torus," Prog. Theor. Exp. Phys., 査読有, vol. 2014, pp. 023A01-1-11, 2014. DOI: 10.1093/ptep/ptt1122
 3. Kyohei Kamiyama, Naohiko Inaba, Munehisa Sekikawa, and Tetsuro Endo, "Bifurcation boundaries of three-frequency quasi-periodic oscillations in discrete-time dynamical system," Physica D, 査読有, vol. 289, pp. 12-17, 2014. /article/pii/S0167278914001742

[学会発表](計 25 件)

稲葉直彦, 清水邦康, 遠藤哲郎, 拡張 BVP 発振器に見られる canard-induced MMOs と回路実験と 3-time scale system に見られる MMOs, 電子情報通信学会技術研究報告, NLP2012-46, pp. 47-52, 2012.
 岩崎大輔, 篠塚吉正, 稲葉直彦, 関川宗久, 遠藤哲郎, 微小外力を含む BVP 型拘束方程式に見られる微小振動の崩壊と安定な弛張振動解, 電子情報通信学会技術研究報告, NLP2012-82, pp. 33-37, 2012.
 清水邦康, 斉藤悠斗, 伊藤薫, 稲葉直彦, 遠藤哲郎, 拡張 BVP 発振器に見られる MMOs 遍歴とカオス, 電子情報通信学会技術研究報告 NLP2012-95, pp. 39-43, 2012

伊藤薫、稲葉直彦、関川宗久、遠藤哲郎、
微小周期外乱かにおける二対の安定および
部安定なあひる解の形状の酷似について、
電子情報通信学会技術研究報告
NLP2013-37、pp. 59-62、2013.

稲葉直彦、清水邦康、高坂拓司、遠藤哲
郎、ダイオードを含む強制 BVP 発振器に
見られる複雑な分岐現象 Part I-chaos
disappearance の解析-、電子情報通信学
会技術研究報告、NLP2014-135,
pp.127-132、2014.

6. 研究組織

(1)研究代表者

遠藤 哲郎 (ENDO, Tetsuro)

明治大学・理工学部・教授

研究者番号：60247145

(2)研究分担者

稲葉 直彦 (INABA, Naohiko)

明治大学・研究知財戦略機構・客員研究員

研究者番号：90213123

(3)研究連携者

なし

(4)研究協力者

清水 邦康 (SHIMIZU, Kuniyasu)

千葉工業大学・工学部・准教授

研究者番号：10409451