2版

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２８ 年　 ５ 月 ２４ 日現在

機関番号：１２５０１
研究種目：挑戦的萌芽研究
研究期間：2012～2015
課題番号：２４６５０００２
研究課題名（和文）古典論理計算系から直観主義論理計算系への翻訳

研究課題名（英文）Translation from Classical to Intuitionistic Logic

研究代表者
桜井　貴文（SAKURAI, Takafumi）

千葉大学・理学（系）研究科（研究院）・教授

研究者番号：６０１８３３７３

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　1,900,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、古典論理の計算系から直観主義論理の計算系への簡約を保存する翻訳を与える。本研究で考察する古典論理の計算系は、lambda-bar-mu、名前呼びlambda-bar-mu-tilde、値呼びlambda-bar-mu-tildeおよびlambda-muであり、いくつかの簡単な翻訳を合成することにより、新規および既知の翻訳を統一的に導くことができる。そしてこれより上記の古典論理計算系の強正規化性を導くことができる。

研究成果の概要（英文）：We present strict reduction-preserving translations from classical type systems to intuitionistic type systems. The classical type systems we consider are lambda-bar-mu, call-by-name lambda-bar-mu-tilde, call-by-value lambda-bar-mu-tilde and lambda-mu. The contributions of this research are the new translations and the systematic view of the various translations. To achieve these results, we introduce several simple translations and derive our new translations and the known translations by composing the simple translations. The immediate consequence of our translations is the strong normalization property of each type system.

研究分野：計算系の論理学的基礎理論

キーワード：古典論理　直観主義論理　簡約保存　CPS変換　強正規化性

1. 研究開始当初の背景

(1) 直観主義論理の証明図の簡約がラムダ計算の計算 (簡約) に対応しているという事実は広く知られているが、古典論理については現在研究が進められている状況である。

古典シークエント論理に基づく計算系は様々なものが提案されているが、たとえば、Curien と Herbelin による $\bar{\lambda}\mu$, $\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$ [CH00] が代表的なものである。$\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$ の簡約規則は合流性を持たない非決定性を持つが、その簡約戦略に call-by-value や call-by-name と呼ばれる制限を付けたものは合流性を持つようになり、その計算系は $\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$-CBV や $\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$-CBN と呼ばれる。$\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$-CBV/CBN のラムダ計算への翻訳は等しさを保存するものは知られているが、簡約を厳密に保存する翻訳 (1 ステップの簡約が 1 ステップ以上の簡約に対応する翻訳) は知られていない。

一方、Parigot による自然演繹の古典論理に基づく $\lambda\mu$ [P97] は広く知られているが、その性質を理解するために $\lambda\mu$ を CPS 変換により通常のラムダ計算に翻訳することがしばしば考えられている。しかしこれらは簡約を厳密に保存する翻訳ではなく、1 ステップの簡約が 0 ステップ以上の簡約に対応する翻訳である。したがって簡約を厳密に保存する翻訳も考えるのは自然であるが、それには困難な点があり論文にもしばしば誤りがみられる。したがって、この翻訳の仕組を明らかにし、理解しやすいものにする必要がある。

2. 研究の目的

(1) 古典論理に基づく計算系は、例外処理などの変則的な実行制御のメカニズムを論理的な整合性を持って表現できると考えられているので、より表現力を持つ計算系を構築する研究が 1990 年頃からなされている。本研究では、古典論理に基づく計算系を直観主義論理に基づく計算系に翻訳する新しい方法を提案することにより、古典論理に基づく新たな計算系を提案する。

3. 研究の方法

(1) 共同研究者や関連する研究をしている方とと互いに訪問して研究打ち合わせをしたり、研究集会等での発表や面会を通じて議論を行なった。

4. 研究成果

(1) まず、古典論理の計算系 $\bar{\lambda}\mu$ の単純型付ラムダ計算 λ への翻訳について考察した。そのために、$\bar{\lambda}\mu$ を対と否定を持つ単純型付ラムダ計算 $\lambda^{\wedge\neg}$ に翻訳し、$\lambda^{\wedge\neg}$ を λ に翻訳する変換を考えた。$\bar{\lambda}\mu$ から $\lambda^{\wedge\neg}$ への等しさを保存する翻訳 [HS97, CH00] は知られているが、ここで与える翻訳はいずれも簡約を保存する翻訳である。そしてそれぞれは簡単な翻訳であるが、それらを合成すると既知の CPS 変換になることがわかった。

具体的には、$\bar{\lambda}\mu$ から $\lambda^{\wedge\neg}$ への翻訳 $^\diamond$ を

$$
\begin{aligned}
\langle t \,|\, e\rangle^\diamond &\triangleq t^\diamond e^\diamond \\
x^\diamond &\triangleq x \\
(\lambda x.\, t)^\diamond &\triangleq \lambda(x,\gamma).\, t^\diamond\gamma \\
(\mu\beta.\, c)^\diamond &\triangleq \lambda\beta.\, c^\diamond \\
\alpha^\diamond &\triangleq \alpha \\
(s\cdot e)^\diamond &\triangleq (s^\diamond, e^\diamond)
\end{aligned}
$$

$$X^\diamond \triangleq X \quad (A{\to}B)^\diamond \triangleq \neg A^\diamond{\times}B^\diamond$$

と定義し、$\lambda^{\wedge\neg}$ から λ への翻訳 $^\wedge$ を

$$
\begin{aligned}
x^\wedge &\triangleq x \\
(\lambda(x,y).\, t)^\wedge &\triangleq \lambda z.\, z(\lambda xy.\, t^\wedge) \\
(t,s)^\wedge &\triangleq \lambda z.\, z t^\wedge s^\wedge \\
(\lambda x.\, t)^\wedge &\triangleq \lambda x.\, t^\wedge \\
(ts)^\wedge &\triangleq t^\wedge s^\wedge
\end{aligned}
$$

$$X^\wedge \triangleq X \qquad (A{\times}B)^\wedge \triangleq \neg(A^\wedge{\to}\neg B^\wedge)$$
$$(\neg A)^\wedge \triangleq \neg A^\wedge$$

と定義する。また、$^\wedge$ の定義において組の順番を変更したものを $^{\bar{\wedge}}$ と定義する。そして $^\diamond$ と $^\wedge$ または $^{\bar{\wedge}}$ を合成することにより、$\bar{\lambda}\mu$ から λ への翻訳を得ることができるが、これらの翻訳は CPS 変換に相当するものである。$^\diamond$, $^\wedge$, $^{\bar{\wedge}}$ は単純なものであるが、以降の研究で複雑や翻訳

を理解する際に有用な役割を果たす。

さらに $\lambda\mu$ を同じ考え方で λ に翻訳することを考えたが、$\lambda\mu$ に新しい規則を加えることにより $\lambda^{\wedge\neg}$ への簡約を保存する簡単な翻訳を定義することができた。これは従来の C(G)PS 変換を使った翻訳をわかりやすく構成し直したものとみなすことができる。

(2) 次に、$\bar{\lambda}\mu$-CBN から $\lambda^{\wedge\neg}$ への簡約を保存する翻訳を定めた。これを上記の $\lambda^{\wedge\neg}$ から λ への翻訳と合成すると、$\bar{\lambda}\mu$-CBN から λ への簡約を保存する翻訳が得られるが、それぞれの翻訳を少し変更することにより既知および新規の翻訳を見通しよく得ることができた。

具体的には、$\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$-CBN から $\lambda^{\wedge\neg}$ への翻訳 $^{\triangleright}$ を

$$
\begin{aligned}
\langle t \,|\, e\rangle^{\triangleright} &\triangleq e^{\triangleright} t^{\triangleright} \\
x^{\triangleright} &\triangleq x \\
(\lambda x.\, t)^{\triangleright} &\triangleq \lambda(x,\gamma).\,(\lambda x.\, \gamma t^{\triangleright})x \\
(\mu\beta.\, c)^{\triangleright} &\triangleq \lambda\beta.\, c^{\triangleright} \\
\alpha^{\triangleright} &\triangleq \lambda z.\, z\alpha \\
(s \cdot e)^{\triangleright} &\triangleq \lambda z.\, z(s^{\triangleright}, e^{\triangleright}) \\
(\tilde{\mu}x.\, c)^{\triangleright} &\triangleq \lambda x.\, c^{\triangleright}
\end{aligned}
$$

$$
X^{\triangleright} \triangleq X \quad (A{\to}B)^{\triangleright} \triangleq \neg A^{\triangleright}{\times}\neg\neg B^{\triangleright}
$$

により定義し、これを $^{\wedge}$ や $^{\bar{\wedge}}$ と合成することにより、$\bar{\lambda}\mu$-CBN から λ への翻訳を得ることができる。

$\bar{\lambda}\mu$-CBN から λ への翻訳としては、J. Espirito Santo ら [SMP07] による変換があるが、彼らの変換は $\bar{\lambda}\mu$-CBN を直観主義に制限した部分系 $\lambda\mathbf{J}^{\mathbf{m}se}$ からの変換であり簡約も保存していない。そのため彼らは強正規化性を証明するには、さらに CGPS 変換を使わなければならなかったが、本研究の翻訳は簡約を保存するのでその必要はない。さらに本研究の変換を簡約することにより彼らの翻訳を得ることができることもわかった。

J. Espirito Santo らはさらに、[SMNP13] において [SMP07] とは別の変換により $\bar{\lambda}\mu$-CBN から λ への簡約を保存する翻訳を与えたが、本研究の翻訳はそれとはまた異なるものである。

(3) $\bar{\lambda}\mu$-CBV についても同様の考察を行なった。まず、$\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$-CBV から $\lambda^{\wedge\neg}$ への翻訳 $^{\triangleleft}$ を

$$
\begin{aligned}
\langle t \,|\, e\rangle^{\triangleleft} &\triangleq t^{\triangleleft} e^{\triangleleft} \\
x^{\triangleleft} &\triangleq \lambda z.\, zx \\
(\lambda x.\, t)^{\triangleleft} &\triangleq \lambda z.\, z(\lambda(x,\gamma).\, t^{\triangleleft}\gamma) \\
(\mu\beta.\, c)^{\triangleleft} &\triangleq \lambda\beta.\, c^{\triangleleft} \\
\alpha^{\triangleleft} &\triangleq \alpha \\
(s \cdot e)^{\triangleleft} &\triangleq \lambda z.\, s^{\triangleleft}(\lambda x.\, z(x, e^{\triangleleft})) \\
(\tilde{\mu}x.\, c)^{\triangleleft} &\triangleq \lambda x.\, c^{\triangleleft}
\end{aligned}
$$

$$
X^{\triangleleft} \triangleq X \quad (A{\to}B)^{\triangleleft} \triangleq \neg(A^{\triangleleft}{\times}\neg B^{\triangleleft})
$$

により定義する。この翻訳は [CH00] で与えられている翻訳を $\to$ に制限したものであるが、その翻訳全体は等しさを保存し簡約は保存しない。しかし、$^{\triangleleft}$ と双対化した $^{\triangleright}$ を組み合わせたものは簡約は保存することがわかる。さらに、$^{\triangleleft}$ を $^{\wedge}$ や $^{\bar{\wedge}}$ と合成することにより、$\bar{\lambda}\mu$-CBV から λ への翻訳を得ることができる。そしてこれらの個々の翻訳を少し変更することにより様々な翻訳を得ることがができ、そのうちのひとつは S. Lengrand による翻訳 [L03] である。

(4) 以上で定義した翻訳は、いずれも簡約を保存するので、翻訳元の計算系は強正規化性を持つことがわかる。

(5) また、菊池健太郎氏との共同研究により intersection-union 型に基づいた型理論を構築し、S. van Bake [B10] による型理論との関係を明らかにした。S. van Bakel による型理論は intersection-product 型に基づく型理論であり、一見複雑なものであるが、$\lambda\mu$ をある種の CPS 変換によって変換したものであると見なすと自然に理解できることがわかった。

＜引用文献＞

[CH00] P-L. Curien, H. Herbelin, The Duality of Computation, ICFP '00, ACM, 233–243, 2000.

[P97] M. Parigot, Proofs of Strong Normalization for Second Order Classical Natural Deduction, Journal of Symbolic Logic, 62(4), 1461–1479, 1997.

[HS97] M. Hofmann, T. Streicher, Continuation Models are Universal for $\lambda\mu$-calculus, LICS '97, 387–397, 1997.

[SMP07] J. Santo, R. Matthes, L. Pinto, Continuation-Passing Style and Strong Normalisation for Intuitionistic Sequent Calculi, TLCA '07, LNCS 4593, 133–147, 2007.

[SMNP13] J. E. Santo, R. Matthes, K. Nakazawa, L. Pinto, Monadic Translation of Classical Sequent Calculus, Mathematical Structures in Computer Science, 23(06), 1111–1162, 2013.

[L03] S. Lengrand, Call-by-value, Call-by-name, and Strong Normalization for Classical Sequent Calculus, Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 86, 2003.

[B10] S. van Bakel, Completeness and partial soundness results for intersection and union typing for $\bar{\lambda}\mu\tilde{\mu}$, Ann. Pure Appl. Logic, 161(11), 1400–1430, 2010.

5. 主な発表論文等

［雑誌論文］(2 件)

[1] K. Kikuchi, T. Sakurai: A Translation of Intersection and Union Types for the $\lambda\mu$-Calculus, Proceedings of 12th Asian Symposium on Programming Languages and Systems (APLAS 2014), 査読有, LNCS 8858, 2014, 120–139
DOI: `10.1007/978-3-319-12736-1_7`

[2] M. Sato, R. Pollack, H. Schwichtenberg, T. Sakurai: Viewing λ-terms through Maps, Indagationes Mathematicae, 査読有, **24**:4, 2013, 1073–1104
`http://dx.doi.org/10.1016/j.indag.2013.08.003`

［学会発表］(1 件)

[1] K. Kikuchi, T. Sakurai: A Translation of Intersection and Union Types for the $\lambda\mu$-Calculus (short paper), Fifth International Workshop on Classical Logic and Computation (CL&C 2014), 査読有, (Vienna, Austria), July 13, 2014

6. 研究組織

(1) 研究代表者
桜井　貴文（SAKURAI, Takafumi）
千葉大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：60183373

(2) 研究協力者
佐藤　雅彦（SATO, Masahiko）
菊池　健太郎（KIKUCHI, Kentaro）