

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 4 月 20 日現在

機関番号：14401

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24654004

研究課題名(和文) 岩澤理論の一般化から派生する数学の新展開

研究課題名(英文) Development of Mathematics Arising from Generalization of Iwasawa Theory

研究代表者

落合理(ochiai, tadashi)

大阪大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：90372606

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 混標数の完備局所環の研究(下元氏と共同)，(2) 虚数乗法をもつヒルベルトモジュラー形式の岩澤主予想(原氏と共同)，(3) non ordinaryなガロア変形のColeman写像の構成(Nuccio氏と共同)，を中心に研究した。(1)の研究では本研究中に最初の可換環論部分に関する論文を完成させ投稿し受理にこぎつけた。可換論的な結果を数論的な状況に応用する第二論文を準備中である。(2)に関しては現在最初の論文を最終的に推敲する段階である。近いうちに投稿し次のステップに進みたい。(3)に関しては引き続き論文の細部を書き進めている段階である。まず完成を急ぎたい。

研究成果の概要(英文)：In this research, we studied mainly (1) behaviour of mixed characteristic complete local rings under specialization (joint with Shimomoto), (2) Iwasawa Main Conjecture for Hilbert modular forms with complex multiplication (joint with Hara), (3) Coleman map for non ordinary Galois deformation (joint with Nuccio). For (1), we finished the first paper and it was recently accepted. We are now preparing the second paper which treats arithmetic applications of the first paper. For (2), we are now in the final revision of the first paper. For (3), we are trying to fill some missing details of the paper and we hope to finish the first paper soon.

研究分野：数論幾何学

キーワード：Euler系 岩澤理論 肥田変形 Selmer群

## 1. 研究開始当初の背景

受け入れ研究者は従来の個別のガロワ表現ごとの岩澤理論からガロワ表現の変形族に対する岩澤理論の対象物を調べる「変形空間の岩澤理論」の研究を行っている。今まで盛んに研究されてきた個別のモチーフに対する円分岩澤理論をモチーフの  $p$  進変形空間に対する岩澤理論へ拡張するという目的の下、既に  $GL(2)$  の ordinary な肥田変形の場合に大きな進歩が得られ、現在も進展中である。ここ 10 年程のモチーフの  $p$  進変形空間変形の岩澤理論の研究過程で、数学の他分野(混標数の可換環論、群コホモロジー、 $p$  進積分の理論や  $p$  進 Hodge 理論、 $\mathbb{S}$  進超越数論、保形  $L$  関数の周期など)における新しい数学的問題が副産物として定式化できる。このような岩澤理論の研究から掘り起こされて、他分野の数学へ発信される新しい数学的問題を積極的に追求して広めていくことは数学全体の有機的な発展のためにとても大切であると信じている。変形空間の岩澤理論と絡む上述の数学領域との相互作用から生じる研究を進めていくことは数学研究の新しい展開を生む大事な方向性であると信じている。

## 2. 研究の目的

特に、申請者の研究と近い以下のテーマについて横断的に研究を行う。

- (1) 虚数乗法をもつ肥田変形の岩澤理論(原隆氏と共同)。
  - (2) Coleman 族に関する円分岩澤理論の研究(Filippo Nuccio 氏と共同)。
  - (3) 特異点をもつ肥田変形に対する Euler 系の理論の研究(下元数馬氏と共同)。
  - (4) 非可換岩澤代数の代数的な振る舞いの研究(Somnath Jha 氏と共同)。
- 他にも、セミナーや集会を開催して新しい相互作用を積極的に推進していく。

## 3. 研究の方法

上記のテーマについて共同研究を行った。

- (1)を原隆氏との共同研究、(2)を Filippo Nuccio 氏との共同研究、(3)を下元数馬氏との共同研究、(4)を Somnath Jha 氏との共同研究として実現した。他にも、博士課程の学生の学位論文の指導を通じて積極的に岩澤理論と別の数学領域との新しい相互作用を生む研究を開拓することを試みた。佐久川憲児君の学位論文を通して岩澤理論と遠アーベル幾何とを結びつける研究、川島誠君の博

士での研究を通して岩澤理論から派生する  $p$  進超越数論の研究を促進した。

## 4. 研究成果

- (1) では  $2d$  次の CM 体  $K$  と  $\mathbb{S}$ -ordinary な CM 型に対する  $d+1$  変数の岩澤主予想の仮定の下、CM を持つ Hilbert cusp 形式に対する円分岩澤主予想を証明した。CM を持つ Hilbert モジュラー形式の円分岩澤主予想を適当な条件や予想のもとで示す最初の論文は全て細部まで証明を書き終えており、読みやすさや数学的な定式化などに関して推敲する最終段階にある。近いうちに投稿したいと考えている。
- (2) では "A generalization of the Coleman map for Hida deformation" (American Jour. of Math., 2003) で研究代表者が得た得た  $GL(2)$  の肥田変型において Bloch-加藤の指数写像の補間する Coleman 写像の理論を、肥田変形の non-ordinary 版である Coleman family における Coleman 写像の理論へと一般化する研究を行った。論文の細部のいくつかを埋めている段階である。Perrin-Riou の仕事などでも若干あいまいに扱われていた Distribution algebra の integral structure の構成の詳細を丁寧に調べ記述し論文内にまとめた。
- (3) では "Euler system for Galois deformation" (Annales de l'Institut Fourier, 2003) で研究代表者が得た「変形における Euler 系の理論」において変形環が正則局所環という技術的な条件を外す研究を行った。混標数の完備局所環において正規性などが特殊化でどれくらい保たれるかを調べ、最初の山場である「混標数の定量的な Bertini 型定理」を得た。この最初の論文が専門誌に掲載許可となり、現在これを応用して当初の目的を完了する第二論文を準備中である。
- (4) では、肥田変形に非可換  $p$  進 Lie 拡大の状況を組み合わせる複合的な岩澤理論の研究を行った。特に、非可換  $p$  進 Lie 拡大での Selmer 群の函数等式を確立することを目的とした。その過程で、与えられた非可換岩澤代数上のねじれ加群に対して全ての数論的な特殊化が有限になるような岩澤加群のよい twist の存在を示す問題が大事であることがわかり、「非可換な岩澤加群に対するよい twist の存在」を調べた。可換な状況では知ら

れた結果であるが非可換では難しく、ある程度結果がまとまりつつあるものの最終的な結果を論文が完成するまでには至っていない。現在論文の完成を急いでいる。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

Tadashi Ochiai and Kazuma Shimomoto, Bertini theorem for normality on local rings in mixed characteristic, accepted for publication at Nagoya Jour. of Mathematics.

Francesco Lemma and Tadashi Ochiai, p-adic L-function and Coleman map for Hida families of  $GS_{p,4}$ , American Journal of Mathematics, Volume 136, Number 3, June 2014 pp. 729--760.

[学会発表](計 8 件)

Tadashi Ochiai, Remark on the cyclotomic Iwasawa Main Conjecture for ordinary Hilbert cusp forms, Automorphic Forms and Arithmetic (a satellite to the ICM, conference number 28)(招待講演), Pohang Mathematics Institute/Korea, 2014年08月25

Tadashi Ochiai, Coleman map for non-ordinary families of modular Galois representations, The sixth annual Pan Asian Number Theory Conference (a satellite to the ICM, conference number 22)(招待講演), Pohang Mathematics Institute/Korea, 2014年08月05日

Tadashi Ochiai, On the Iwasawa Main Conjecture for CM Hilbert cuspforms, p-adic aspects of modular forms(招待講演), IISER Pune /India, 2014年06月20日

Tadashi Ochiai, On the cyclotomic Iwasawa Main Conjecture for ordinary Hilbert cusp forms, Mini-Workshop on Iwasawa theory (招待講演), 京都大学理学

部, 2014年04月04日

落合理, non-ordinary な  $p$  進モジュラーガロワ表現の Coleman 写像, 九州代数的整数論 2014 (KANT2014) (招待講演), 九州大学, 2014年02月07日

Tadashi Ochiai, Interpolation of dual exponential maps of Bloch-Kato for nearly ordinary deformations, Number Theory Forum (招待講演), 慶応大学, 2013年03月25日

Tadashi Ochiai, Coleman map for families of Galois representations, Applications of Iwasawa Algebras (招待講演), Bannff International Research Station/Canada, 2013年03月08日

Tadashi Ochiai, Coleman map for families of ordinary Galois representations, Symposium on ARITHMETIC GEOMETRY, (招待講演), 九州大学, 2012年10月19日

[図書](計 1 件)

落合理, 岩澤理論とその展望(上)208 pages, 岩波書店, 2014.

[産業財産権]  
出願状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~ochiai/work.html>

## 6．研究組織

### (1)研究代表者

落合理 (OCHIAI Tadashi)

大阪大学・理学研究科・准教授

研究者番号：90372606