

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 25 日現在

機関番号：11301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2014

課題番号：24654018

研究課題名(和文) 散逸系における粒子性と波動性の連関

研究課題名(英文) Wave-particle duality in dissipative systems

研究代表者

西浦 廉政 (NISHIURA, Yasumasa)

東北大学・原子分子材料科学高等研究機構・教授

研究者番号：00131277

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：振動するテールをもつ粒子解のスリット通過における回折現象を数値的に調べた。スリット通過後は、初期には一様分布であるにもかかわらず、軌道のクラスター化が起こり、スポットが到達できない領域が生まれ、粒子解とスリットとの干渉作用による波動性の出現が確認された。一般の不均一場におけるダイナミクスの有限次元系への帰着をドリフト分岐点近くにおいて実施した。これにより厳密な形での粒子性と波動性の関連を築く基礎ができた。空間1次元に対しては、ジャンプ型、バンプ型の不均一性に伴う平衡点の存在やその安定性が厳密に証明でき、さらに不均一性の強さの変化によって生じる、反射やピン留め状態などの存在も証明できた。

研究成果の概要(英文)：Dynamics of traveling pulses and spots with oscillatory tails were investigated, especially focusing on the properties of wave-particle duality. This duality reflects on the two aspects of the localized traveling waves: one is the particle-like behavior coming from spatial localization and the other is the wave dynamics from the oscillatory tails. Oscillation of the tail part makes the interaction with other objects much more complicated than the monotone tail case. In fact, it is confirmed numerically that the traveling spots display an interference pattern when they go through the heterogeneity of slit type. A finite dimensional ODE system was also derived near a drift bifurcation point and existence and stability of critical points are rigorously shown for the 1D heterogeneous problem.

研究分野：応用数学

キーワード：自己組織化 トンネル現象 反応拡散系 流体 応用数学

## 1. 研究開始当初の背景

孤立波は保存系、散逸系を問わず、信号伝達、つまり情報のキャリアーとして極めて重要な空間局在パターンである。とりわけ散逸系における孤立波（空間局在進行波解）は神経パルスの伝播を記述する Hodykin-Huxley 方程式あるいは FitzHugh-Nagumo 方程式などでよく知られているが、これまでは空間 1 次元かつ単調なテールのパルスの解析が主流であった。近年の実験技術の発展はガス放電系、化学反応系、Granular 系、対流系などにおいて、2 次元以上の自己駆動する空間局在解（以下粒子解とよぶ）が発見され、そのダイナミクスが注目されている。それらの間の衝突などの強い相互作用や不均一媒質での振る舞いについては長らく未開拓であったが、代表者らによりその本質的部分はかなり明らかになってきた (Y. Nishiura et al., Chaos, 15(2005) and Chaos, 17(3) (2007))。しかしすべてこれらは高次元の場合も含めテールは単調な粒子解に限定されていた。それでは背景解が振動的、すなわち複素固有値をもつ減衰型の場合はどうなるのであろうか？ 実際そのようなものは実験的にも観察され、数値的にも再現できる。しかしながらそれらの間の相互作用や不均一性（境界や障害物）に対する振る舞いは全く未知と言ってよい状況である。その最大の理由は『粒子性と波動性の非局所的相互作用』の解析の困難さにあった。粒子性と波動性の 2 面性に関してはミクロの量子力学において典型的に現れるが、その古典版として Couder らにより (Y. Couder et al., Nature 437, 208 (2005))、液滴とその生成波の対の形で、実験的にも検証され、大きな注目を浴びていた。自己組織的に振動が生成される散逸系粒子解とは多くの点で異なる。対比研究という観点かしかしこれはファラデー不安定性とよばれる外的に振動を与えることが必要であり、らも振動テールをもつ 2 次元粒子解 (TSO: Traveling Spot with Oscillatory tail) を対象にそのダイナミクス、とくに粒子性と波動性の連関について研究することが望まれていた。

## 2. 研究の目的

散逸系における粒子性と波動性について振動型のテールをもつ粒子解を用いて考察する。背景解が複素型の漸近安定性をもつ 3 種反応拡散系における空間局在進行波 (Traveling Spot 解) は振動的テールをもつ。これらは波を引き連れた粒子とみなすことができる。これらが相互作用をし、あるいは干渉作用を行い、さらには媒質の不均一性に遭遇する際のダイナミクスを散逸系における粒子性と波動性という観点から統一的に理解したい。ミクロの量子力学における粒子性と波動性とマクロ版という

側面もあり、実際、流体力学においては Walker とよばれる表面を跳躍しながら進行する微小液滴がこの 2 面性を古典的レベルで実現することは知られている。それらとの対比という意味でも興味深く、散逸系における粒子解ダイナミクスの全体像を全く新たな視点から解明することを目指す。

## 3. 研究の方法

単独 TSO の基本性質を調べる。とりわけドリフト分岐点と分岐後の速度及びテール部分周波数のパラメータ依存性を 3 種反応拡散方程式系において調べる。ここではガス放電系で現れる一般化 FitzHugh-Nagumo 方程式を対象にする。必要に応じて AUTO 等の解追跡ソフトウェアを用い、その枝の大域的振る舞いを調べる。次に 2 つの TSO 同士の様々な衝突現象を数値的に調べる。とりわけ複数の TSO が一定の秩序構造（分子状態）を形成するダイナミクスを調べる。次に不均一場（ジャンプ型、バンプ型）における TSO の振る舞い、とりわけ入射角、速度依存性を調べる。また数値計算の効率化のためのコード開発を実施する。以上の準備の下、ミクロのヤングのスリット実験に対応する不均一形状がスリット型の場合の TSO の振る舞いを数値的に調べる。TSO の振る舞いをスリットの幅と高さをパラメータとして検証する。必要に応じ単調テールをもつ粒子解との比較も行う。トンネル現象に対応するダイナミクスの探索も実施する。さらにドリフト分岐点近くでの有限次元系への縮約を実施する。これにより振動性からくる無限湖の平衡点の存在およびダイナミクスの分類の解析を組織的に実施する。これらの成果を元に、非局所的相互作用ダイナミクスの数理的機構を粒子性と波動性の連関の立場から明らかにする。以上の数値コードの開発及びその計算は分担者の寺本および研究協力者の高志軍の協力を得て実施する。

## 4. 研究成果

1. 粒子性と波動性を考察する上で最も基本となる TSO (Traveling Spot with Oscillatory tail) のパラメータ領域における存在範囲を 3 種反応拡散系に対して調べ、その範囲を理論的に特定し、数値的に検証した。

2. 流体実験系での微小水滴の跳躍における walker とよばれる粒子性と波動性を兼ね備えた系における現象論的モデル方程式の散逸系への適用可能性を調べた。2 つの現象は全く異なるが、振動的テールの取り扱いについては、類似性が確認できた。

3. TSO の壁における反射およびスリット通過における回折現象に対する数値シミュレーションを組織的に実施した。とくに不均一性がスリット型の場合ではミクロの量子系

と定性的に似た、軌道のクラスター化が生じ、波動性からくる回折現象を数値的に検証できた(図1参照)。実際スリット通過後は、初期値分布は一様分布であるにもかかわらず、軌道のクラスター化が起こり、スポットが到達できない領域が生まれ、TSOのスリットとの干渉作用による波動性の出現が確認された。一方、テールが単調なTSM(Traveling Spot with Monotone tail)スポットに対しては、このような挙動は見られず、2つのクラスにおける挙動の違いは明確となった。

4. クラスター化以外にも、スリット付近での跳ね返り解、またスリットの間に留まる拘束された解が数値的に発見された。この拘束解が安定なピン留めされた周期解であるかどうかは現在検証中である。これらは散逸系のTSOに特徴的な解であり流体系では見られないものであり興味深い。

5. ドリフト分岐点近くにおいて有限次元常微分方程式系への帰着を実施した。その運動方程式の導出に際しては、ドリフト分岐点の特定、そこでの線形化作用素の固有関数の決定が必要であり、とくに共役作用素の固有関数形状は、縮約された常微分方程式の具体的な計算には不可欠である。ガス放電系に現れる3種反応拡散系においては、これらの固有関数が陽的に計算可能であり、平衡点の位置やその安定性の判定が解析的に可能となった。

6. 縮約された有限次元系と元の反応拡散系の解の振る舞いの比較を実施した。具体的には空間2次元に対しては4個の未知数をもつ非線形常微分方程式系となるが、スリット形状に対する軌道のダイナミクスはクラスター化や初期値への敏感な挙動も含め、元のモデル方程式の振る舞いと定性的に一致した。またスリット近傍でのpinning解なども同様に存在することが判明した。空間1次元に対しては、未知数が2個であり、より詳細な解析が可能となり、2次元でのスリットに対応するバンプ型の不均一性に伴う平衡点の存在やその安定性が厳密に証明できた。不均一性の強さの変化によって生じる、反射、振動的ピン留め、定常的ピン留め、などの軌道の振る舞いの周期的構造は振動するテールという波動的側面を反映するものであるが、有限次元系への帰着により、厳密に示すことが可能となった。図2では媒質がジャンプ型の不均一性をもつ場合の2次元常微分方程式の軌道の振る舞いの変化を示した。ある高さを超えると、軌道は通過から反射にダイナミクスを変える。以上の結果は学術論文にまとめ今後発表予定である。

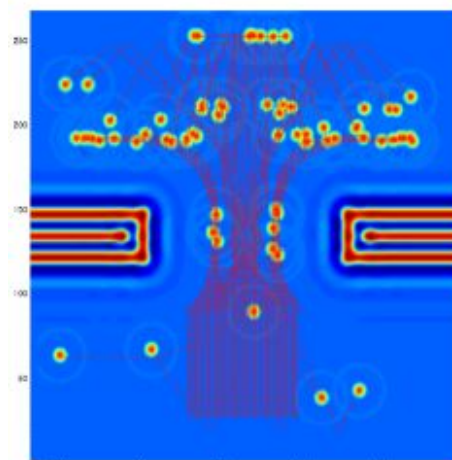


図1: 2次元振動テールをもつ粒子解のクラスター化

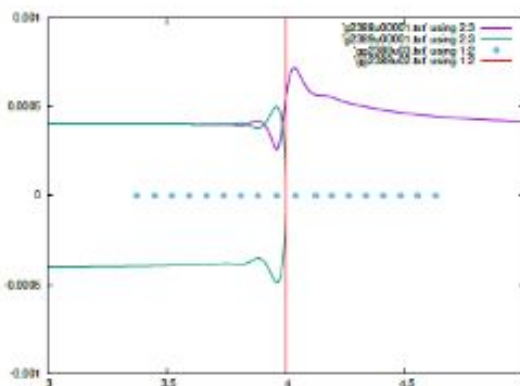


図2: 縮約常微分方程式系の通過解と反射解

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計8件)

Zhijun Gao, Yasumasa Nishiura,  
Dynamics of traveling spots with oscillatory tails for the generalized three-component FitzHugh-Nagumo equations, A3 joint Workshop on Fluid Dynamics and Material Science, Peking University, 北京(中国), 2015年2月12日

Zhijun Gao, Yasumasa Nishiura,  
Dynamics of traveling spots with oscillatory tails for the generalized three-component FitzHugh-Nagumo equations, 2014年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス(滋賀), 2014年12月18日

Zhijun Gao, Yasumasa Nishiura,  
Dynamics of traveling spots with oscillatory tails for the generalized three-component FitzHugh-Nagumo equations, HeKKSaGOn Summer School in

Göttingen, Göttingen University, ゲッティンゲン(ドイツ), 2014年9月16日

Zhijun Gao, Yasumasa Nishiura,  
Dynamics of traveling spots with oscillatory tails for the generalized three-component FitzHugh-Nagumo equations, RIMS International Conference "Mathematical Challenge to a New Phase of Materials Science", 京都大学益川ホール(京都), 2014年8月6日(ポスター発表)

Takashi Teramoto, Yasumasa Nishiura,  
Kei Nishi  
Sliding motion of oscillations interfaces in heterogeneous media, The 6th Pacific RIM Conference on Mathematics, 札幌, 2013年7月1日(ポスター発表)

Takashi Teramoto, Kei Nishi,  
Yasumasa Nishiura  
Dynamics of two interfaces on a hybrid system with jump-type heterogeneity, IMA Workshop Joint US-Japan Workshop for Young Researchers on Interactions among Localized Patterns in Dissipative Systems, Institute for Mathematics and its Applications, ミネアポリス(アメリカ), 2013年6月4日(ポスター発表)

Yasumasa Nishiura, Takashi Teramoto,  
Katsuya Suzuki  
What is the origin of rotational motion in dissipative systems? IMA Workshop Joint US-Japan Workshop for Young Researchers on Interactions among Localized Patterns in Dissipative Systems, Institute for Mathematics and its Applications, ミネアポリス(アメリカ), 2013年6月4日(ポスター発表)

Takashi Teramoto, Masaaki Yadome,  
X. Yuan, Yasumasa Nishiura  
Heterogeneity-induced pulse generators in a generalized FitzHugh-Nagumo system, IMA Workshop Joint US-Japan Workshop for Young Researchers on Interactions among Localized Patterns in Dissipative Systems, Institute for Mathematics and its Applications, ミネアポリス(アメリカ), 2013年6月3日(招待講演)

{その他}

<http://researchmap.jp/ynishiura/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

西浦 廉政 (NISHIURA, Yasumasa)  
東北大学・原子分子材料科学高等研究機構・教授

研究者番号: 00131277

### (2) 研究分担者

寺本 敬 (TERAMOTO, Takashi)  
旭川医科大学・医学部・准教授  
研究者番号: 40382543

小布施 祈織 (OBUSE, Kiori)  
東北大学・原子分子材料科学高等研究機構・助教  
研究者番号: 90633967

### (3) 研究協力者

高 志軍 (GAO, Zhijun)  
東北大学大学院・理学研究科数学専攻・博士後期課程2年