

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 12 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2012～2013

課題番号：24654022

研究課題名(和文)位相計算的方法による力学系の新しい時系列解析法の研究

研究課題名(英文)Novel time-series analysis for dynamics based on topological-computation

研究代表者

國府 寛司(Kokubu, Hiroshi)

京都大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：50202057

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円、(間接経費) 900,000円

研究成果の概要(和文)：時系列による力学系の位相計算的モース分解の方法の数学的基礎付けを行い、生命科学における制御ネットワークと気象学における大気大循環の時系列の解析に応用した。

生命科学における制御ネットワークの研究では、Fiedler-望月らによる理論と、代表者の位相計算的時系列解析法を融合させる数学的結果を得た。また、サーカディアンリズムの遺伝子制御ネットワークの数理モデルに対してその有用性を検証した。

気象学の時系列データの研究では、稲津将氏(北海道大学)らと対流圏・成層圏における冬季の等圧面の観測データから得られた時系列から、気象学者が予想している特徴的な気圧パターンの遷移を捉えることに成功した。

研究成果の概要(英文)：Mathematical foundation is given for Morse decomposition of dynamical systems from time-series data using topological-computation method. The theory is successfully applied to time-series data from a biological regulatory network model and global circulation data in meteorology.

For a biological application, our theory on dynamical time-series analysis for Morse decomposition is combined with the Fiedler-Mochizuki theory on regulatory networks, and is tested for a model of a gene regulatory network of circadian rhythm.

Our dynamical time-series analysis for Morse decomposition is also applied to some data on the global circulation in the troposphere and stratosphere, and correctly recovered transition of characteristic pressure patterns which meteorologists empirically observed.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：力学系 時系列 不安定性 大域的構造 位相計算 Morse分解 数理モデル ノイズ

### 1. 研究開始当初の背景

近年の非線型ダイナミクスの研究の進展により、不安定不変集合は不安定であるにも拘らず、ダイナミクスの理解に本質的に重要な役割を果たすことは、西浦らによる分水嶺解の研究などに見られるように、既にダイナミクスの研究者にはよく理解されているが、実際に様々な分野で非線型現象を解析して実用的な研究を行おうとする工学や生命科学などの研究者には、このような発想はまだ十分に浸透しているとはいえないと思われる。その1つの大きな理由は、そのような分野で扱われる非線型現象があまりにも大自由度で複雑であるか、あるいは定量的な実験や観測が困難であるために数学的解析に適するサイズと簡明さを備えた数理モデルを構築することが困難であることもその大きな要因の1つであると考えられる。

### 2. 研究の目的

本研究では、実際の非線型現象から、数理モデルを構築する手順を経ずに直接、測定された実験や観測の時系列データに対して、力学系の位相計算理論に基づく数理的方法を適用することで、これまでは十分に捉えられなかった不安定ダイナミクスの情報も得ることを目的とした。より具体的には、未知の力学系から生成される時系列データに対して、代表者の國府とその共同研究者グループが開発した力学系の位相計算的方法を適用することで、従来の力学系に対する時系列解析の方法では捉えられないダイナミクスの情報を取り出せるような数理的方法を開発することである。これにより、従来の力学系の時系列解析の方法の弱点を補うような、非線型現象の解析のための新しい有用な方法を確立することが本研究の目指すところである。

### 3. 研究の方法

本計画では、挑戦的萌芽研究の趣旨も踏まえて、(1) 位相計算的方法に基づく力学系の時系列解析の理論的基礎を確立することと、(2) それをいくつかの実データに適用して有用性を確認することの2点に絞る。

課題(1)では、位相計算的方法に基づいた上記のような力学系の時系列解析の方法を明確に定式化し、それが以上のような特長を持つことを数学的に証明することで、数理的な手法としての基礎付けを確立することである。

課題(2)では、この位相計算的方法に基づく力学系の時系列解析の方法の有用性を、いくつかの具体的な時系列データに対して適用し、その数理的方法の有用性を検証する。これは本格的な応用展開ではなく有用性の検証が目的であるので、実データとしては、

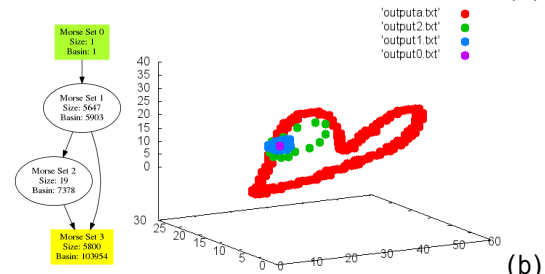
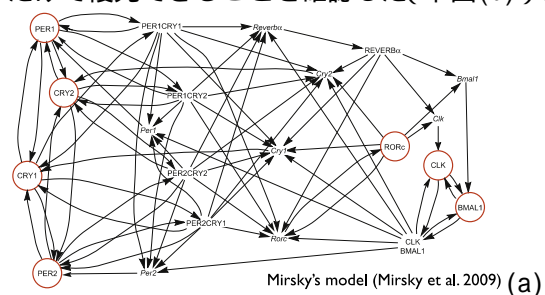
最初はよく理解できている数理モデルによって生成される時系列を取り上げ、どのような場合に良い結果が得られるかを、課題(1)の理論的研究と対照しながら検証を進める。それにより結果の理解が深まってくれば、より実際の現象から得られたデータを用いて、未知の力学系のダイナミクスについてどれくらい有効な結論が得られるかを確認する。

### 4. 研究成果

まず、位相計算的方法に基づく力学系の時系列解析の方法の数学的部分についての理論的基礎付けとして、不安定なダイナミクスの検証を数学的に保証する定理を得た。実際の時系列データに不可避的に含まれるノイズの影響を除去する方法について、簡単な数理的枠組みを用いてその正当性の検証を試みると共に、ノイズを含む具体的な数理的モデルで有用性を確認する数値実験を行った。

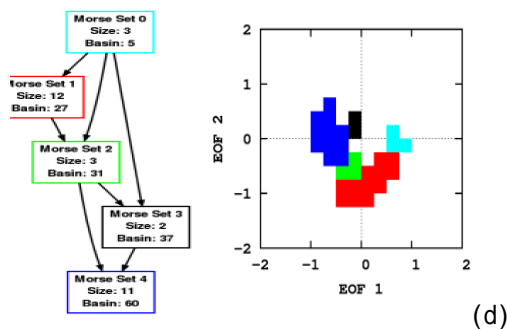
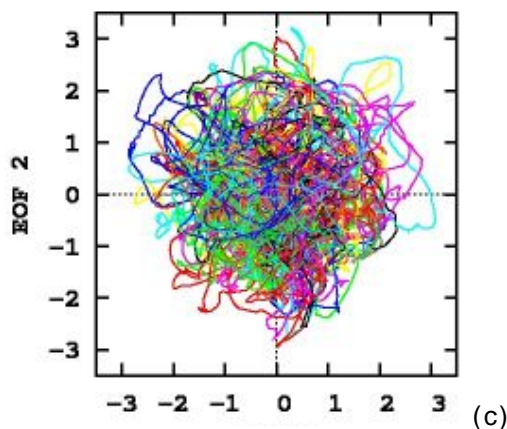
より本格的な有用性の検証として、生命科学における制御ネットワークの時系列解析によるダイナミクスの研究と、気象学における大気大循環の時系列に対する遷移的振舞いの研究を行った。

生命科学における制御ネットワークの時系列解析によるダイナミクスの研究では、数理生物学者の望月敦史氏(理研)、Bernold Fiedler氏(ベルリン自由大学)らによる制御ネットワーク・ダイナミクスの理論と、代表者の位相計算的時系列解析の方法を融合させる数学的結果を得た。また、その有用性を実際に検証するために、サーカディアンリズムの遺伝子制御ネットワーク(下図(a))の数理モデルに対して、ダイナミクスの構造がフィードバック・パーテックス・セットと呼ばれる一部のノードから得られた時系列データだけで復元できることを確認した(下図(b))。



(b) また、気象学における大気大循環の時系列

に対する遷移的振舞いの研究では、気象学者の稲津将氏（北海道大学）らと共同で、対流圏・成層圏における冬季の等圧面の観測データから得られた時系列データ（下図(c)）に対して位相計算的解析を行い、気象学者が予想している特徴的な気圧パターンの遷移を捉えることに成功した（下図(d)）。さらに同様の解析を、GCM と呼ばれる気象学で標準的な大気大循環の数値モデルのシミュレーションから得られた時系列データに対しても適用し、類似の遷移過程が見られることを確認した。これは、大気大循環のような大規模で乱雑な振舞いを示す観測データから、一定の決定論的ダイナミクスの情報が得られたことを意味し、今後も更なる研究を継続する価値のある重要な結果であると考えられる。



## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3件)

J.Bush, M.Gameiro, S.Harker, H.Kokubu, K.Mischaikow, I.Obayashi, P.Pilarczyk, Combinatorial-topological framework for the analysis of global dynamics, Chaos 22 (2012), 047508 ; doi: 10.1063/1.4767672

H.Kokubu and H.Oka, A topological computation approach to the interior crisis bifurcation, Nonlinear Theory and its Applications IEICE, Vol.4,

No.1 (2013), 97-103.; doi: 10.1587/nolta.4.97

Z.Arai, H.Kokubu, and I.Obayashi, Capturing the global behavior of dynamical systems with Conley-Morse graphs, "Advances in Cognitive Neurodynamics (III)", Proc. The Third International Conference on Cognitive Neurodynamics, (Niseko, Japan, June 10-13, 2011), Springer,2013, pp. 665-672

[学会発表](計 7件)\*招待講演のみ

Hiroshi Kokubu, Topological Computation Methods for Global Dynamics and Bifurcations, Part 1: Theory, Part 2: Application, NCTS Workshop on Dynamical Systems, National Center for Theoretical Science, National Tsinghua University, Hsinchu, Taiwan, May 16-19, 2012

國府寛司, ダイナミクス全構造計算による新しい相空間構造解析の方法とその応用, 計測自動制御学会 第50回自律分散システム部会研究会京都大学百周年時計台記念館 国際交流ホール, 2012年6月15日

Hiroshi Kokubu, Topological computation method for global dynamics and its application, Nonlinear Partial Differential Equations, Dynamical Systems and Their Applications (International Conference in honor of Professor Hiroshi Matano), RIMS, Kyoto University, September 3-6, 2012

Hiroshi Kokubu, Topological Computation Method for Dynamical Time Series Analysis and its Applications, The First International Conference on Dynamics of Differential Equations, Georgia Institute of Technology, Atlanta, U.S.A. March 15-20, 2013

Hiroshi Kokubu, Dynamical time series analysis using a topological computation method, 2013 Northeastern Asian Symposium on High Performance Computing Methods and Modeling, Chengdu, China, September 22-24, 2013

Hiroshi Kokubu, Detecting Morse Decompositions of the Global Attractor of Regulatory Networks by Time Series Data, IMA Workshop "Topological Structures in Computational Biology", IMA, U Minnesota, December 9-13, 2013

Hiroshi Kokubu, Analysis of Global Dynamics from Time-series Data: Case Studies, IMA Workshop “Algebraic Topology in Dynamics, Differential Equations, and Experimental Data”, U Minnesota, IMA, February 10-14, 2014

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

國府寛司 (KOKUBU, Hiroshi)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号:

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし