

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 30 日現在

機関番号：12101

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2015

課題番号：24700007

研究課題名(和文) 圧縮センシング理論の統計物理学的解析による解明

研究課題名(英文) Statistical Mechanical Approach for the Theory of Compressed Sensing

研究代表者

竹田 晃人 (Takeda, Koujin)

茨城大学・工学部・准教授

研究者番号：70397040

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：圧縮センシングの問題で重要な疎信号復元法として、Approximate Message Passing(AMP)と呼ばれる計算量が小さくかつ収束条件が理論的に解明されたものが知られる。この復元法は信号観測過程を表現する観測行列にある種の仮定を置き導出されているが、本研究ではその仮定をはずした上で同種の復元法の構築を試みた。結果として無線通信系の性能解析の定式化を援用しAMPの一般化が可能であることを示した。それに加えデータ疎性に関わる研究を幾つか行った。観測行列が疎な場合におけるさらに計算量の小さい圧縮センシングの疎信号復元法の開発、深層学習における疎性を重視した学習法等である。

研究成果の概要(英文)：In the problem of compressed sensing, a significant algorithm called Approximate Message Passing (AMP) is widely-known, whose computational cost is small and convergence condition has been revealed theoretically. In deriving AMP, an assumption is made on the measurement matrix, which represents the process of signal measurement. In this project, we have attempted to construct generalized algorithm of AMP without such assumption, and have shown that such generalization can be achieved with the aid of formulation for the performance analysis of telecommunication system. We also investigated several topics on data sparsity: For example, we developed a sparse signal recovery algorithm of compressed sensing with less computational cost for sparse measurement matrix. We also studied the sparsity-based learning algorithm for deep-learning.

研究分野：統計物理学・情報科学

キーワード：圧縮センシング 統計力学

1. 研究開始当初の背景

圧縮センシングとは近年極めて注目を集めている大規模データ観測の新技法で、観測データの疎性を利用し Shannon-Nyquist のサンプリング定理の制約を外れ少数の観測により大規模データの再構築を可能にするものである。応用範囲は医療画像 (MRI・CT スキャン) や天体観測等大量のデータを扱う分野全般といえ極めて広い。

歴史を見ると疎性を利用する同様の考え方は以前からあったが、データ再構築アルゴリズムに関し問題が残っていた。最良の復元結果を与える最疎解を求めるアルゴリズム (=L0 ノルム最適化) は NP 困難で実用的でないからである。しかし 2004 年頃 Candès・Donoho らにより L1 ノルムを最適化関数としたアルゴリズムが提唱された。このアルゴリズムは線形計画法に基づき多項式時間で実行可能であり、加えて観測過程をランダムとした場合、或る程度の少数の観測データがあれば元のデータをほぼ完全に再構成可能な事が Candès・Tao (2006) により制限等長性の概念の導入とランダム行列理論の利用により理論的に示された。この注目すべき成果以降圧縮センシングの理論解明が爆発的に進み、同時に圧縮センシングを画像再構成等実問題に応用、或いは実際のデータ再構成回路を設計しようとする試みがなされていた。

2. 研究の目的

本研究では統計物理学的手法を利用した圧縮センシングの理論解析とその情報処理への応用を主軸とした。

当初の研究遂行では次の 3 点を重視した。

- 高速データ再構成アルゴリズムの統計力学的定式化、及びアルゴリズムの一般化
- 圧縮センシングの計算複雑性の統計物理学的解析
- 圧縮センシングの性能評価の拡張

特に最初の項目の「高速データ再構成アルゴリズムの統計力学的定式化、及びアルゴリズムの一般化」を重点的に取り組むこととした。

前述の通り圧縮センシングのデータ再構成アルゴリズムとして L1 ノルム再構成等が提案された。しかし L1 アルゴリズムはデータサイズの 3 乗の計算量を要し大規模データの再構築に適しているとはいえない。そこでさらに計算量を軽減すべく様々なアルゴリズムが考案された。

その中で統計物理学的手法に基づいた Approximate Message Passing (AMP) と呼ばれる高速復元アルゴリズムが Donoho・Maleki・Montanari(2009) により提案され注

目された。AMP では計算量はデータサイズの 2 乗まで軽減され、さらに L1 最適化と同数の観測データで原データが再構成可能であることが密度発展法による解析で示されている。但しこれは理想化された観測過程及びデータに特化したアルゴリズムなので一般の状況設定に対応するものではない。そこで一般のデータに対応出来る高速アルゴリズムを開発する必要がある。

その為に統計物理学の Bethe 自由エネルギー・Thouless-Anderson-Palmer 自由エネルギーの最小化の手法を利用し高速アルゴリズムの開発を目指した。研究代表者は CDMA/MIMO 無線通信系の信号復調法に上記の自由エネルギー最小化の枠組みを利用したものを開発しており、これを圧縮センシングに応用し高速なアルゴリズムを構築し、同時にそのアルゴリズムの性能評価も行うことを目標とした。

またデータ疎性が大きい・原データが特定の構造を持っている・ランダムな観測過程が必要無い状況等ではさらに高速なアルゴリズムが開発出来るものと予想されるので、その場合の具体的なアルゴリズムの設計も目標とした。

3. 研究の方法

研究目的の欄で述べた AMP は L1 最適化と同等の疎信号復元性能を示す事が解析で示されている。一方 AMP の性能評価はデータや観測過程を相当に理想化した状況で行っており、より現実的な大規模データの再構成に関してはさらに適したアルゴリズムが存在すると考えられる。しかしながら AMP は(統計物理学的背景には基づくが) 発見法的に構築されており理論的構造が明確で無く一般化の方法が不明である。

そこで統計物理学の不純物モデルの解析で用いられる定式化の Thouless-Anderson-Palmer 自由エネルギーの最小化の知識を利用し AMP の理論構造を明らかにする。その結果を元に、より一般のデータ、例えば観測データに特定の構造が存在する場合や観測過程にある種のバイアスが存在する場合等でも高速で動作するアルゴリズムを構築する。そのようなアルゴリズムを構築した後に人工データや実データで疎データ再構成の計算機実験を行い、動作性能が理論限界まで到達しているかを確認する。

4. 研究成果

統計力学的視点に基づき、圧縮センシングおよびそれに関連したデータ疎性の問題に取り組んだ。具体的な成果は以下である。

- 統計力学的視点に基づいた新たな疎信号復元アルゴリズムの開発
- 疎性を利用した深層学習器における

学習法

- グラフ上の疫病感染の研究
- 実問題へ対応出来る疎データ復元アルゴリズムの開発

(1) 統計力学的疎信号復元アルゴリズムの無線通信方式に基づく定式化と拡張

研究の目的の箇所で触れた AMP は高速に実行出来かつアルゴリズムの収束条件も理論的に明らかとなっており重要だが、その定式化において信号観測過程を表現する「観測行列」と呼ばれるものにある種の仮定を置きアルゴリズムが導出されている。

そこで、その仮定を外した上で同種のアルゴリズムが構築可能かを考察した。当初は **Thouless-Anderson-Palmer** 自由エネルギー最小化の立場から上記のアルゴリズムの理論構造を明らかにする予定だったが、無線通信系での信号復調法に基づく定式化を利用するのが都合がよいことが分かり、方針を変更した。具体的には、無線通信系として知られる **CDMA** 通信系での干渉除去の理論及び干渉除去の統計力学的解釈法を疎信号復元に応用することで、AMP の一般化が可能であることを示した。さらにこのアルゴリズムが元々の AMP よりも良好な復元性能を持つことを数値実験で確認した。

本研究については国際会議論文及び特許等で一部成果が公表されている。また、国際会議論文で示されていない成果については国際会議や各種研究会で既に発表しており、関連する研究者にそれなりのインパクトを与えている。

但し成果の学術誌論文文化が遅れ、研究期間中に出版が出来なかった為、早急に出版することを予定している。また、論文文化後に海外の研究者の意見も踏まえて研究をさらに発展させようと考えている。

(2) 疎性を持つ観測行列に関する疎信号復元アルゴリズム

圧縮センシングの問題において観測行列が疎性を持つ場合、高速な復元アルゴリズムを構成することが原理的に可能である。そこで、原データと観測データの関連性を 2 部グラフを用い表現した際、その構造が疎なランダムグラフに近い場合において、キャビティ法と呼ばれる統計力学的手法及びインターリーバの手法を利用した高速復元アルゴリズムを考案した。

本研究の成果は共同研究者により国際会議で発表され、特許も取得している。

(3) データ疎性を利用した深層学習の学習アルゴリズムの改良

近年盛んに研究されている深層学習の問題について、ニューラルネットワークに含ま

れる情報を適宜刈り込むことにより、画像認識率を向上させる研究を行った。このことは、深層学習器においても、疎性を重視した学習アルゴリズムが効果的であることを意味している。

具体的には、**persistent contrastive divergence** 法という深層学習器向けに用いられる学習アルゴリズムを、**L1** ペナルティ項を導入し改良することで、画像認識、特に **MNIST** と呼ばれる手書き数字認識の認識率が改善できることを確認した。

なお、本研究は自身の主宰する研究室の学生との共同研究である。

この成果については、学生により既に国内研究会で予備実験の成果を公表しているが、研究成果の中心部分の公表がまだなされていない。現在も研究を継続しており、結果がまとまり次第早急に国際会議で公表する予定である。

(4) グラフ(ネットワーク)上の疫病感染の研究

グラフ(ネットワーク)上の疫病感染モデルは近年保健衛生・疫学的立場から継続的に研究されている。またこの問題は、疫学のみならずグラフ上の情報伝達の問題と密接に関連する。特に「疎性」を持つグラフと、そうではない「密な」グラフでは疫病感染・情報伝搬の性質がかなり異なる。

そこで、幾何学的な「疎性」と情報伝搬の関係性を詳しく調べるべく、疫病感染の基礎モデルである **Susceptible-Infected-Recovered (SIR)** モデルを拡張した模型(拡張 **SIR** 模型)について、グラフの形状と感染爆発相転移との関連性を数値的に調べた。その結果、グラフの幾何的形狀により相転移の有無に違いが存在することを示唆する結果を得た。

なお、本研究は自身の主宰する研究室の学生との共同研究であり、学生の発表により国内学会で成果を発表している。

(5) 疎性を利用した MRI スペクトルの復元アルゴリズム

本題目は少数のシグナルの観測結果から、**MRI** スペクトル全体の復元を試みる研究であり、圧縮センシングの応用例として重要である。有用な手法が開発出来れば、実験的に取得に時間がかかる **MRI** スペクトルを情報科学的立場からより効率よく構成出来ることが示される為、応用面でインパクトが大きい。

他の科研費の科目とも重複する研究であり、この研究に関しては現在も進行中であり、まだ成果を公表していないため詳細は本稿に記述出来ないが、結果については今後随時公表予定である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 8 件)

① 竹田晃人, 田中利幸
部分並列干渉除去法の疎信号復元問題への
応用

IEICE Technical Report,
IBISML2014, No.35, 2014, 査読無

② 須田玲輝, 竹田晃人
Restricted Boltzmann Machine を用いた画
像分類のための特徴抽出

IEICE Technical Report,
IBISML2014, No.36, 2014, 査読無

③ 竹田晃人
情報理論におけるランダム行列理論
日本物理学会誌, 69 巻, pp.522-530, 2014,
査読有

④ Koujin Takeda, Yoshiyuki Kabashima
Reconstruction algorithm of Compressed
Sensing based on a maximum posteriori
Estimation
Journal of Physics Conference Series,
vol.473, No.12003, 2013, 査読有

⑤ 竹田晃人, 樺島祥介
事後確率最大化推定に基づく圧縮センシ
ングのデータ復元アルゴリズム
研究会 SITA2012 講演録, 2012, 査読無

⑥ 竹田晃人, 樺島祥介
事後確率最大化推定に基づく圧縮センシ
ングのデータ復元アルゴリズム
IEICE Technical Report,
vol.112 No.279, 2012, 査読無

⑦ Doohwan Lee, Yoshiyuki Kabashima,
Koujin Takeda, Takayuki Yamada,
Kazunori Akabane, Kazuhiro Uehara
Sparse-matrix-based compressed sensing
for spectrum sensing in Flexible Wireless
System,
18th Asia-Pacific Conference on
Communications Proceedings,
pp.418-422, 2012, 査読有

⑧ Koujin Takeda, Yoshiyuki Kabashima
A Study of the Universal threshold
In the L1 recovery by statistical
Mechanics, 2012 46th Annual Conference
On Information Sciences and Systems
Proceedings,
IEEE Xplore Electric Library
(DOI:10.1109/CISS.2012.6310755), 2012,
査読無(招待論文)

〔学会発表〕(計 14 件)

① 小林正伸, 竹田晃人
「拡張 SIR 模型におけるネットワーク形状
と相転移との関係」
日本物理学会年次大会,
2016.3.20, 東北学院大学(宮城県仙台市)

② Koujin Takeda, Toshiyuki Tanaka
“Application of partial parallel interference
cancellation to sparse signal recovery”
国際会議 Physics Informed Machine
Learning,
2016.1.20, 米国ニューメキシコ州サンタフ
ェ市,

③ Koujin Takeda, Toshiyuki Tanaka
“Application of partial parallel interference
cancellation to sparse signal recovery”
国際会議 HD³-2015,
2015.12.16, メルパルク京都(京都府京都市)

④ 小林正伸, 竹田晃人
「多状態拡張した SIR モデルにおける感染
爆発のシミュレーション」
日本物理学会秋季大会,
2015.9.17, 関西大学(大阪府吹田市)

⑤ 竹田晃人
「統計力学で圧縮センシングを探る」
(招待講演)
新学術領域研究「スパースモデリングの深化
と高次元データ駆動科学の創生」チュートリ
アル,
2014.12.14, 東京工業大学(神奈川県横浜市)

⑥ 竹田晃人, 田中利幸
「部分並列干渉除去法の疎信号復元問題へ
の応用」
IBISML2014(情報論的学習理論と機械学習
研究会),
2014.11.17, 名古屋大学(愛知県名古屋市)

⑦ 須田玲輝, 竹田晃人
「Restricted Boltzmann Machine を用いた
画像分類のための特徴抽出」
IBISML2014(情報論的学習理論と機械学習
研究会),
2014.11.17, 名古屋大学(愛知県名古屋市)

⑧ Koujin Takeda
“Reconstruction algorithm of Compressed
Sensing based on a maximum posteriori
Estimation”(招待講演)
国際会議 ICSG2013,
2013.7.28, 北海道大学(北海道札幌市)

⑨ 竹田晃人, 樺島祥介
「事後確率最大化推定に基づく圧縮センシ
ングのデータ復元アルゴリズム」

SITA2012(第 33 回情報理論とその応用シンポジウム),
2012.12.12, 別府湾ロイヤルホテル (大分県別府市)

⑩ 竹田晃人, 樺島祥介
「事後確立最大化推定に基づく圧縮センシングのデータ復元アルゴリズム」
IBIS2012(情報論的学習理論ワークショップ),
2012.11.8, 筑波大学東京校舎 (東京都文京区)

⑪ Doohwan Lee, Yoshiyuki Kabashima,
Koujin Takeda, Takayuki Yamada,
Kazunori Akabane, Kazuhiro Uehara
“Sparse-matrix-based compressed sensing for spectrum sensing in Flexible Wireless System”
18th Asia-Pacific Conference on Communications,
2012.10.15-17, 韓国済州島

⑫ 竹田晃人, 樺島祥介
「MAPアルゴリズムを用いたL1 ノルム復元に関する考察」(招待講演)
研究会「圧縮センシングとその周辺(3)」,
2012.10.5, 広島県立大学 (広島県広島市)

⑬ 竹田晃人, 樺島祥介, 李斗煥, 山田貴之
「平均場近似に基づく圧縮センシングの復元アルゴリズム」
日本物理学会秋季大会,
2012.9.18, 横浜国立大学 (神奈川県横浜市)

⑭ 竹田晃人
「圧縮センシングの L1 ノルム最適化に関する議論」(招待講演)
FIT2012 第 11 回情報科学技術フォーラム,
2012.9.6, 法政大学 (東京都小金井市)

[産業財産権]

○取得状況 (計 2 件)

①
名称: 信号処理システム及び信号処理方法
発明者: 李斗煥・山田貴之・上原一浩・赤羽和徳・竹田晃人・樺島祥介
権利者: 日本電信電話株式会社・東京工業大学
種類: 特許
番号: 5761811
取得年月日: 2015 年 6 月 19 日
国内外の別: 国内

②
名称: 信号処理システム及び信号処理方法
発明者: 李斗煥・山田貴之・上原一浩・赤羽和徳・竹田晃人・樺島祥介

権利者: 日本電信電話株式会社・東京工業大学
種類: 特許
番号: 5761812
取得年月日: 2015 年 6 月 19 日
国内外の別: 国内

[その他]
竹田晃人の web ページ
<http://takeda.ise.ibaraki.ac.jp/takeda/index.html>

6. 研究組織
(1)研究代表者
竹田 晃人 (TAKEDA KOUJIN)
茨城大学・工学部・准教授
研究者番号: 70397040

(2)研究分担者
無し

(3)連携研究者
無し