

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 7 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24700282

研究課題名(和文) 対称性のモデルとその分解を用いた多元分割表統計解析法の研究

研究課題名(英文) Asymmetry models and decomposition of symmetry for multi-way contingency tables

研究代表者

田畑 耕治 (Tahata, Kouji)

東京理科大学・理工学部・講師

研究者番号：30453814

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：同じ分類からなる多元分割表解析において、本研究では種々の対称構造を示すモデルを導入した。また、対称構造を示すモデルがうまく当てはまらないデータについて、そのデータが対称性からどの程度の隔たりがあるのかを測る尺度の提案、および対称構造をより制約条件の弱い複数の構造へ分解する定理を与えた。これらの成果によって、既存手法よりもより詳細なデータ解析が可能となった。

研究成果の概要(英文)：For the analysis of multi-way contingency tables with same classifications, we proposed various types of symmetry. Also, when the model of some symmetry fits the data poorly, we gave (1) the measure which represents the degree of departure from symmetry, and (2) the decompositions of symmetry into some models which have weaker restrictions. Using these results, it is possible to analyse the data more details.

研究分野：総合領域-情報学-統計科学

キーワード：統計的推測 分割表解析

1. 研究開始当初の背景

数理統計学におけるカテゴリカルデータ解析は、20世紀初めに二つの分類間の連関を評価する方法の研究に始まり、今では医学、薬学、政治哲学など幅広い分野で利用されている。本研究はカテゴリカルデータ解析のなかでも特に「同じ分類からなる多元分割表の解析」にフォーカスしたものである。

同じ分類からなる二元分割表の解析においては、Bowker (1948) の対称モデル、Stuart (1955) の周辺同等モデル、Caussinus (1965) の準対称モデルがある。一方、非対称性のモデルとしては、McCullagh (1978) の条件付対称モデル、Goodman (1979) の対角パラメータ対称モデルなどがある。また、Caussinus (1965) は「対称モデルが成り立つための必要十分条件は、準対称モデルと周辺同等モデルの両方が成り立つことである」という対称モデルの分解定理を与えた。さらに、対称性からの隔たりを測る尺度に関する研究は、Tomizawa (1994) をはじめとして一連の研究がある。しかし、これらの研究は、二元分割表の解析における統計手法であり、多くの場合に多元分割表へそのまま適用することができない。また、多元分割表解析における方法論は、例えば Bhapkar and Darroch (1990) など数が少ない状況であり、多元分割表解析の方法論の研究が急務であった。

2. 研究の目的

(1) 分割表解析における多重比較の問題

「モデル A が成り立つための必要十分条件はモデル B とモデル C の両方が成り立つことである」が成り立つとする。実際のデータ解析においてモデル A が成り立たないと判断されたとき、多くの人の関心の一つとしてモデル A が成り立たない原因の解明が挙げられる。このとき分解定理は大変有用である。なぜなら、モデル B と C の両方をデータに当てはめて適合度の悪いほうが、モデル A が成り立たない原因であると推測出来るからである。モデル分解については Caussinus (1965)、Read (1977)、Lang and Agresti (1994)、Lang (1996) などで議論されている。しかし、モデル B と C がともに自由度の高いモデルの場合、モデル B と C の両方とも適合度が悪くモデル A が成り立たない原因の特定が難しい場合が起こるかもしれない。その解決策として、例えば、モデル B と C をさらに分解することが考えられる。したがって、モデル A を自由度の低い複数(二つ以上)のモデルへ細分化し、原因の特定をするという方法を考える。

(2) モデル構築及び分解の発展

Tomizawa and Tahata (2007) は、多元分割表において「対称モデルの尤度比検定統計量が、準対称モデルと周辺同等モデルの尤度比検定統計量の和と漸的に同等である」を

示した。このような性質をもつ分解を直交分解と呼ぶことにする。モデルの直交分解が成り立つことは「モデル B とモデル C の適合度がともに良いにもかかわらずモデル A が棄却される」という矛盾した状況が極めて起こりにくいことを意味する。そこでこのような直交分解の背後にどのようなモデル間の関連性が存在するのかに興味があり、グラフィカルモデルを応用することで解釈出来ないか考える。

(3) 分割表解析におけるベイジアンアプローチ

近年の計算機の発展に伴い、様々な分野でベイジアンアプローチの利用が急速に増えてきている。しかし、分割表解析におけるベイジアンアプローチの論文はまだ数少ない状況であり、今後そのような研究が急速に増えることが見込まれる。そこで本研究では、ベイジアンアプローチを用いた解析法の開発を行う。

3. 研究の方法

(1) 周辺研究分野の研究成果を整理する

モデルの構築および分解の発展と応用を考えるうえで、まずどのようなモデル分解が導入されているのか整理する。例えば、Read (1977)、Lang and Agresti (1994)、Lang (1996) など。

(2) モデル分解の情報幾何学的解釈を考察する

モデルの直交分解に関連して情報幾何学の理解を深めるために、Amari and Nagaoka (2008)、Amari (1990)、竹内ら (2003)、甘利ら (2000)、Kass and Vos (1997) などを調べる。基礎研究終了後、モデルの直交分解に関する諸論文を見直し、内容の整理を行う。

(3) 対称性のモデルに関してグラフィカルモデリングとの関係を調査する

モデルの直交分解に関連してグラフィカルモデリングの基礎知識を習得するため、宮川 (1997) などを調べる。宮川 (1997) では、グラフィカル対数線形モデリングについて述べられており、これらは多元分割表における種々の独立性のモデリングに関連している。多元分割表の独立性のモデルに関しては、例えば Bishop et al. (1975) や Agresti (2002) などが詳しい。本研究では、これらの手法を対称性のモデルへ応用することを考える。

(4) ベイジアンアプローチを用いた対称性解析法の開発

近年、従来の伝統的な方法とは異なる方法として、ベイジアンアプローチを用いた分割表統計解析に関する文献が増加している(例えば、Agresti (2010) の参考文献の中に 20 編以上のリストがある)。これらの先行研究

を十分に精査し、対称性の解析へ応用できないか考察する。

(5) 分割表解析における多重比較の調査

モデルの直交分解に関しては、Aitchison (1962)、Darroch and Silvey (1963)、Read (1977)、Lang and Agresti (1994)などがある。これらの研究成果からどのような構造をもつモデルが直交分解可能なのか考察する。さらに、それらの結果を多元分割表へ拡張することを考える。また、モデル分解の細分化につながるアイデアを考える。一方、モデル分解の細分化が可能な場合には、その検定方式や推定方法を考える必要がある。そこで、例えば Hirotsu (1983)、広津 (1983)などを参考にする。

(6) 新しい非対称性のモデルを提案し、対称モデルの分解を考える

項目(1)から(5)までの研究で得られた知見を生かした新しい非対称性のモデルの構築を考える。また、新たな提案モデルを用いた対称性のモデル分解を考える。

4. 研究成果

下記の(1)から(9)の各項目は、主な発表論文に記載されている 1.から 9.に対応しています：

- (1) 正方分割表の解析において、Stuart (1955) は周辺同等性の検定のための適合度検定統計量を提案した。また、Tomizawa and Makii (2001) などで周辺同等性からの隔たりの測る尺度の研究が行われている。雑誌論文 1.では、先行研究で提案された尺度の推定量の改良を行った。提案した推定量は、従来の推定量よりもサンプル数が比較的少ない場合にも推定精度が高いことをシミュレーションを用いて示した。
- (2) 雑誌論文 2.は、新たにグローバル準対称モデルを導入し、準対称モデル (Caussinus, 1965) を拡張準対称モデル (Tomizawa, 1984) とグローバル準対称モデルへ分解する定理を与えた。さらにそれぞれのモデルからの隔たりの測る尺度も導入し、尺度の分解、尺度の推定量とその漸近分布についても議論した。
- (3) 正方分割表解析において、セル確率の対称構造を示す対称モデル (Bowker, 1948) からの隔たりの測る尺度が提案されている (Tomizawa, Seo and Yamamoto, 1998 など)。雑誌論文 3.は Wald 検定統計量を改良し新たな対称性からの隔たりの測る尺度を提案した。その尺度はサンプル数に依存しないため、複数表の比較に役立つ。
- (4) 周辺同等モデルがデータにうまく適合しない場合に、そのモデルからの隔たりの測る尺度を雑誌論文 4.で提案した。

最大の隔たりの条件を先行研究 (Tomizawa, Miyamoto and Ashihara, 2003) より弱めることにより、他のモデルとの関係性を導いた。その結果、周辺同等性からの隔たりの程度を直感的に理解しやすくなり使い勝手が良くなった。また、尺度の推定方法、尺度の推定量の漸近分布を与えた。

- (5) 雑誌論文 5.は、対称モデルからの新しい隔たりの測る尺度を提案した。Tomizawa らのグループにより種々の対称性からの隔たりの測る尺度が導入されているが、提案された尺度はそれらの一部を含む。また、先行研究との比較なども行った。
- (6) 対称モデルがデータにうまく当てはまらない時、その原因を考えるためにいくつもの対称性の分解定理が導入されている。雑誌論文 6.では、累積確率を用いた非対称性のモデルを導入し、新しい対称性の分解定理を与えた。この定理は幾つかの先行研究の結果を含んでおり、それらの一般化として考えることもできる。また、この定理により詳細な解析が可能となった。
- (7) 正方分割表データの解析において、準対称モデルがデータに適合しない場合、準対称モデルを拡張したモデルが必要となる。順序カテゴリ分割表に対して、そのようなモデルは提案されているが、名義カテゴリ分割表においてはそのようなモデルは提案されていない。雑誌論文 7.は分割表の主対角線に関して対称的な位置にあるオッズ比の非対称構造を示すモデルを導入した。そのモデルを用いて実データに対してこれまで得ることの出来なかった新しい結果と解釈を与えた。
- (8) 雑誌論文 8.では、拡張準対称モデルからの隔たりの測る尺度を提案した。この尺度は0以上1以下の値をとり、尺度の値が1に近いほど拡張準対称モデルからの隔たりが大きいことを示す。実際のデータ解析において拡張準対称モデルがデータにうまく適合しない場合に、提案した尺度を用いてそのデータの拡張準対称の構造からの隔たりの程度を推測できる。またこの尺度の導入によって、複数の分割表データに対して、拡張準対称モデルからの隔たりの程度を比較することが可能となった。
- (9) これまでに種々の対称モデルに対する分解定理が与えられている。雑誌論文 9.では、Palindromic 対称モデル (McCullagh, 1978) と累積部分対称モデル (Tomizawa et al., 2006) を用いて「対称モデルが成り立つための必要十分条件は Palindromic 対称モデル、平均一致モデル、累積部分対称モデルのすべてが成り立つことである。」を与えた。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

1. Tahata, K., Tanaka, H. and Tomizawa, S., Refined estimators of measures for marginal homogeneity in square contingency tables, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 90, 2014, 501-513.
<http://dx.doi.org/10.12732/ijpam.v90i4.11> (査読有)
2. Tahata, K., Kozai, K. and Tomizawa, S., Partitioning measure of quasi-symmetry for square contingency tables, *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 28, 2014, 353-366.
doi:10.1214/12-BJPS211 (査読有)
3. Tahata, K., Yamamoto, K. and Tomizawa, S., Wald-type measure of departure from symmetry for square contingency tables with nominal categories, *SUT Journal of Mathematics*, 50, 2014, 297-309.
<http://www3.ma.kagu.tus.ac.jp/sutjmath/> (査読有)
4. Tahata, K., Yoshimoto, T. and Tomizawa, S., Marginal asymmetry measure based on entropy for square contingency tables with ordered categories, *American Journal of Mathematics and Statistics*, 3, 2013, 95-98.
doi:10.5923/j.ajms.20130303.01(査読有)
5. Tahata, K., Akinaga, S. and Tomizawa, S., Measure of departure from symmetry based on entropy for square contingency tables with nominal categories, *International Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 42, 2013, 1-9.
<http://www.ceser.in/ceserp/index.php/ijamas/article/view/877> (査読有)
6. Tahata, K., Yamamoto, K. and Tomizawa, S., Decomposition of symmetry model into three models for cumulative probabilities in square contingency tables, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 6, 2013, 299-306.
<http://www.ejpam.com/index.php/ejpa/article/viewFile/1552/302>(査読有)
7. Tahata, K., Quasi-asymmetry model for square tables with nominal categories, *Journal of Applied Statistics*, 39, 2012, 723-729.
doi:10.1080/02664763.2011.610447(査読有)
8. Tahata, K. and Kozai, K., Measuring degree of departure from extended quasi-symmetry for square contingency tables, *Colombian Journal of Statistics*, 35, 2012, 55-65.
<http://www.emis.de/journals/RCE/ingles/V35/v35n1a04.pdf> (査読有)
9. Tahata, K., Yamamoto, K. and Tomizawa, S., Decomposition of symmetry using palindromic symmetry model in a two-way classification, *Journal of Statistics Applications and Probability*, 1, 2012, 175-178.
doi:10.12785/jsap/010306 (査読有)

[学会発表](計11件)

1. Tahata, K., On measure of asymmetry in square contingency tables, Workshop on Distribution Theory and Applications, 2015.1.28~2015.1.29, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo (Japan).
2. 田畑耕治、順序カテゴリ正方分割表における周辺非同等性のモデル、2014年度統計関連学会連合大会、2014年9月13日~2014年9月16日、東京大学(東京都文京区)。
3. Tahata, K., Auchi, R. and Tomizawa, S., On decomposition of refined estimator of measure for symmetry in square contingency tables, COMPSTAT 2014, 2014.8.19~2014.8.22, International Conference Centre Geneva, Geneva (Switzerland).
4. Tahata, K., On decompositions of symmetry for the analysis of square contingency tables, Advances and Applications in Distribution Theory, 2014.1.14, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo (Japan).
5. 天野寛之、田畑耕治、富澤貞男、正方分割表における拡張された周辺同等モデル、日本計算機統計学会第27回シンポジウム、2013年11月15日~2013年11月16日、市民会館崇城大学ホール(熊本県熊本市)。
6. Tahata, K., On decomposition of point-symmetry in square contingency tables, 59th ISI World Statistics Congress, 2013.8.25~2013.8.30, Hong Kong Convention and Exhibition Centre, Hong Kong (China).
7. Yamamoto, K., Tahata, K. and Tomizawa, S., Measure of symmetry with minimum variance for square contingency tables, 59th ISI World Statistics Congress, 2013.8.25~2013.8.30, Hong Kong Convention and Exhibition Centre,

- Hong Kong (China).
8. 田畑耕治、川崎協、富澤貞男、順序カテゴリ正方分割表における周辺分布の非同等性について、科研費シンポジウム「統計的推測とその応用：正則と非正則」、2012年12月18日～2012年12月19日、東海大学（東京都港区）。
 9. 田畑耕治、山本紘司、富澤貞男、Decomposition of symmetry using palindromic symmetry model for square contingency tables、日本数学会、2012年9月18日～2012年9月21日、九州大学（福岡県福岡市）。
 10. 山本紘司、田畑耕治、富澤貞男、Generalized asymmetry model for cumulative probabilities and its decomposition for square tables、日本数学会、2012年9月18日～2012年9月21日、九州大学（福岡県福岡市）。
 11. 田畑耕治、名義カテゴリ分割表における準非対称モデル、統計関連学会連合大会、2012年9月9日～2012年9月12日、北海道大学（北海道札幌市）。

〔図書〕(計0件)

なし

〔産業財産権〕

なし

〔その他〕

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田畑 耕治 (TAHATA Kouji)
東京理科大学・理工学部・講師
研究者番号：30453814

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし