

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 16 日現在

機関番号：24506

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2013

課題番号：24730194

研究課題名(和文) 非定常長期記憶モデルの推測

研究課題名(英文) Inference on nonstationary long memory models

研究代表者

山口 圭子 (Yamaguchi, Keiko)

兵庫県立大学・経済学部・講師

研究者番号：60534964

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 800,000円、(間接経費) 240,000円

研究成果の概要(和文)：実施した研究は、(1)見せかけの長期記憶性の検定、(2)フラクショナル共和分検定、の2つのトピックにおいて非定常長期記憶過程にも適用可能な検定方法を提案することである。得られた研究成果は以下の通りである。(1)では検定統計量の極限分布を導出し一貫性を示した。シミュレーションにより有限標本での性質を調べた。また、為替データを使い実証分析もした。(2)では、各系列の和分オーダー d が既知の場合で検定統計量の検出力が既存のものより高いことを確認した。

研究成果の概要(英文)：I consider two tests: (1) a test of long memory versus spurious long memory, and (2) a diagnostic test for fractional cointegration. These are applicable to not only stationary long memory but also some nonstationary series. In (1), I propose a test statistics, derive its limiting distribution and show that the test is consistent. Simulations show that it has good power in some cases. The test is applied to forward discount rates. In (2), I confirm that the test is more powerful than the existing one via simulations, when the integration orders are known.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：経済統計学 時系列分析

1. 研究開始当初の背景

(1)フラクショナル和分過程(I(d)過程)とは、 d (d は0から1までの実数)回階差をとると、ARMA過程のような弱定常になる系列のことである。このモデルはファイナンスやマクロの様々なデータにおいて観測され、多方面に利用されている。その理由の1つは、I(d)過程が株価などのボラティリティ系列で観測される長期記憶性をモデル化できることにある。もう1つは、 d に実数を許すことにより、ARMA過程(=I(0)過程)と単位根過程(=I(1)過程)の中間の持続性を表現できることがあげられる。

(2)フラクショナル和分過程は計量経済学や計量ファイナンスの分野に適用される以前から水文学・電気通信などの分野で30年以上前から応用されていたこともあり、1変量でかつ線形なモデルの理論的な性質はかなり解明されている(矢島(2003))。

(3)特に経済データには非定常性を示すものが多いが、理論・技術的な難しさから非定常I(d)過程の分析手法が開発されたのは近年になってからである(Shimotsu 2010)。

2. 研究の目的

そこで本研究ではShimotsu (2010)の手法を用いて、定常I(d)過程において提案されている多変量モデルや非線形モデルを非定常I(d)過程へ拡張することが目的である。具体的には、(1)見せかけの長期記憶性の検定、(2)フラクショナル共和分検定、の2つのトピックについて非定常過程にも適用可能な検定について考える。

(1)見せかけの長期記憶性の検定

短期記憶過程に平均変化が加わったデータのスペクトルも原点で発散することが知られている。このような現象をみせかけの長期記憶性という。しかしながら、データが長期記憶性をもつかどうかは、予測や回帰係数の信頼区間などの推測に大きな影響を与える。みせかけの長期記憶性を指摘している先行研究の多くは、まず平均変化の変化点を検出し、その影響を取り除いたデータの性質を調べている。I(d)過程は $d > 0.5$ の時に非定常となるが、この場合には平均変化の変化点の数を実際より特に多く推定してしまうことが知られており、この方法は長期記憶性がみせかけかどうかを区別するのは難しい。そこで、本研究ではみせかけの長期記憶性を検出する検定を提案する。本研究の検定方法に近いものにはQu(2010)があるが、提案手法は非定常データにも適用できる点が異なる。

(2)フラクショナル共和分検定

フラクショナル共和分モデルは、経済・金融時系列間の長期的均衡関係をより柔軟な形で分析できる手法として利用されている。い

ま、 p 変量時系列 X_t の各要素がI(d)であるが、 p 次元のノンゼロ・ベクトルが存在して X_t がI(d-b)($b > 0$)にしたがうとき、 X_t に共和分が存在するという。従来のI(1)/I(0)共和分は $d=b=1$ を仮定しているのに対して、ここでは d, b を任意の実数と拡張している。

2つ例をあげる。株価のボラティリティが定常I(d)過程に従っていることはよく知られている。先行研究では、Implied VolatilityがRealized Volatilityの不偏予測になっているのか、またこの2つの変数間に長期的な均衡関係があるかについて、フラクショナル共和分モデルを用いて実証分析を行っているものもある。このように、原系列が定常($d < 0.5$)でも共和分分析ができるようになる。もう1つの例は、I(1)系列間の均衡誤差がI(d), $0 < d < 1$ という可能性を含めて分析できるということである。Nielsen(2004)では、7カ国の対数為替レート(I(1)データであることはstylized fact)についてフラクショナル共和分モデルを用いて実証分析している。

このように共和分モデルの推定は重要であるが、技術的に難しい面がいくつかある。例えば、共和分ベクトルの漸近的性質が原系列と均衡誤差の和分オーダーの差によって異なることが知られているが、その差は事前にはわからない。そこで、Robinson(2008)は簡単な共和分検定を提案している。共和分関係が存在するかどうか自体も興味のある点であると同時に、共和分の存在がわかればそれを仮定した形で共和分ベクトルの推定モデルを組み立てることができるという利点もある。

Robinson(2008)では、Robinson(1995)で提案された d の局所尤度推定をもとに検定している。Robinson(1995)の方法は定常な場合、つまり $d < 0.5$ の範囲までしか適用できない。従って、Robinson(2008)の検定もそうである。よって、Nielsen(2004)の対数為替レートのように原系列が非定常なデータの分析は行えない。そこで、本研究の目的は、Robinson(2008)の検定を非定常な範囲まで拡張した検定統計量を提案することである。

3. 研究の方法

(1)見せかけの長期記憶性の検定

簡単に提案する検定方法を説明する。最初に d を推定し、得られた推定値 \hat{d} を使ってデータに対して \hat{d} 回階差をとり、階差をとった系列に対してKPSS検定を行う、という手順である。帰無仮説は長期記憶性が本物、対立仮説はみせかけであるとする。本物のI(d)過程であれば、階差変換後の系列はI(0)過程(=短期記憶過程)となるが、それに対してみせかけの長期記憶性を持つデータでは、平均変化のデータはI(1)過程に近い性質を持つので、

回(< 1)階差をとっても変換後の系列はI(0)過程にはならない、というのが基本的な考え方である。

まず帰無仮説のもとでの検定統計量の極

限分布を理論的に導出する。帰無仮説のもとでの極限分布は d に依存すると予想されるので、棄却点はシミュレーションにより求める。非定常データについては、手順最初の d の推定において Shimotsu(2010)の手法を使えば対応できると思われる。

その後、対立仮説のもとでの検定統計量の一致性を理論的に示す。(帰無仮説と対立仮説をネストして表現できないため、局所対立仮説は考えられないことに注意が必要である。)

有限標本での有用性を調べるためにシミュレーション実験を行う必要がある。その際の帰無仮説及び対立仮説のデータ生成過程は、定常な場合は競合相手である Qu (2011) と同一にして比較する。

最後に先物為替プレミアムのデータを使い実証分析を行う。Choi and Zivot (2007)では日本を除く G7 の先物為替プレミアム(対米ドル)がみせかけの長期記憶性かどうかを調べた。何れも $0.5 < d < 1$ と非定常である。平均変化点を推定しその影響を取り除いたデータは $0 < d < 0.5$ と、定常ではあるが長期記憶性は残るという結果であった。本研究でも、Choi and Zivot (2007)と同様のデータを使い、提案した検定に応用する。

(2)フラクショナル共和分検定

まず、Robinson (2008), Shimotsu (2010)を参考にして検定統計量を導出する。次に、導出した統計量の帰無仮説及び局所対立仮説における漸近分布を求める。

その後、シミュレーション実験を行う。まず、サンプルサイズが大きい場合(例えば 2500)について実験し、導出した漸近分布が正しいかを確認する。次に、より実際に近いサンプルサイズ(例えば 100~500)での振る舞いを調べる。

参考文献

Choi, K. and E. Zivot (2007). "Long memory and structural changes in the forward discount: An empirical investigation." *Journal of International Money and Finance* 26, 342-363.

Nielsen, M. O (2004). "Optimal residual-based tests for fractional cointegration and exchange dynamics." *Journal of Business and Economic Statistics* 22, 331-345.

Qu, Z (2011). "A Test Against Spurious Long Memory." *Journal of Business and Economic Statistics* 29, 423-438.

Robinson, P (1995). "Gaussian semi-parametric estimation of long range dependence." *Annals of Statistics* 23, 1630-1661.

Robinson, P (2008). "Diagnostic testing for cointegration." *Journal of Econometrics* 143, 206-225.

Shimotsu, K (2010). "Exact local Whittle estimation of fractional integration with unknown mean and time trend." *Econometric Theory* 26, 501-540.

矢島美寛 (2003). 「長期記憶を持つ時系列モデル」『経済時系列の統計—その数理的基礎』, 岩波書店, 103-202.

4. 研究成果

(1)見せかけの長期記憶性の検定

まず帰無仮説のもとでの検定統計量の極限分布を理論的に導出した。その結果、極限分布は d に依存したので、棄却点をシミュレーションにより求め、表にまとめた。つぎに、対立仮説のもとでの一致性を理論的に示した。

シミュレーション実験を行い、有限標本でのサイズおよび検出力を調べた。その結果、また、対立仮説によってはサンプルサイズが小さいときに、先行研究よりも検出力が高いことがわかった。

先物為替プレミアムのデータを使い実証分析を行った。Choi and Zivot (2007)では G7 の先物プレミアム(対米ドル)のデータに非定常性があり、平均変化点を推定しその影響を取り除くと定常ではある長期記憶性は残ると報告されている。同様のデータとして円・オーストラリアドル・カナダドル・ポンドの先物プレミアム(対米ドル)のデータを用いて分析した。データは直近のものを含めてある程度長期間あるものを利用するのが望ましいため、Choi and Zivot (2007)の実証分析で採用された通貨からユーロ圏を除き、円を加えた。

その結果、 d の推定値はすべての系列において 0.5 より大きく非定常であり、また「見せかけの長期記憶性」という帰無仮説は棄却できないという結果が得られた。

(2)フラクショナル共和分検定

Robinson(2008)で提案されている共和分検定では、系列が非定常な場合は tapering という手法でデータを変換する必要がある。局所 Whittle 尤度推定(LW)ではなく、非定常に適すように改良された exact 局所 Whittle 尤度推定(ELW)を用いると、tapering のようにデータを変換する必要がなくなりデータからより多くの情報が引き出されるので、検定の検出力が高くなることが予想された。

各系列の和分オーダー d が既知の場合で ELW を用いた検定統計量を導出した。シミュレーション実験ではそのサイズが Robinson (2008)の統計量を同等で検出力は高いことが確認できた。今後は、各系列の和分オーダ

ー d が未知の場合について引き続き研究していく予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 2 件)

山口圭子、Waseda Statistical Symposium on Time Series and Related Topics、A simple Test of Long Memory Versus Structural Breaks、2012年7月7日、早稲田大学

山口圭子、Statistical models for financial data 、Estimating a change point in the long memory parameter、2012年5月24日、Graz University of Technology、オーストリア

6. 研究組織

(1)研究代表者

山口 圭子 (YAMAGUCHI KEIKO)

兵庫県立大学・経済学部・講師

研究者番号：60534964