

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 6 日現在

機関番号：14403

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2013

課題番号：24730735

研究課題名(和文) 数学教育における概念変容研究の方法論的基礎の検討

研究課題名(英文) A Study on Methodological Foundation of Conceptual Change Research in Mathematics Education

研究代表者

真野 祐輔 (Shinno, Yusuke)

大阪教育大学・教育学部・講師

研究者番号：10585433

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,000,000円、(間接経費) 300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究における主張な成果は次の2点である。一つは、数学教育における概念変容研究の方法論としての教授実験の性格を明確にし、具体的な概念変容場面に対して教授実験を設計・実施・評価したことである。もう一つは、スファードの数学的ディスコース論(今日的な数学学習理論の一つ)の視座から、授業中の数学的ディスコースの進展を捉える分析的枠組みを設定し、その妥当性を実証的に検討したことである。

研究成果の概要(英文)：There are two main findings in this research: 1) as a result of literature review, the classroom based teaching experiment was considered as a methodology of conceptual change research in mathematics education, and then it was conducted in order to design a conceptual change situation; 2) an analytical framework of the development of mathematical discourse was constructed with the help of a theory invented by A. Sfard (one of the new theory of mathematics learning), and then it was examined by means of classroom lessons.

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数学教育 概念変容 教授実験

1. 研究開始当初の背景

本研究の課題意識は、数学学習における子どもの認識の更新や飛躍を「概念変容 (conceptual change)」として特徴づけるとともに、そうした概念変容研究を授業設計やカリキュラム開発の研究に結びつけるための方法論を確立したいというものであった。例えば、難教材として知られる小学校6年生の「分数のわり算」では、2量の比例関係に基づいて面積図や数直線を用いて計算の意味の理解が図られるが、中学校数学との接続を意図した場合には、むしろ「わり算の性質」や「分数」の性質などに基づいて「 \times 逆数」の形式の理解を図ることが重要となる。このように、どのような教材解釈を採用するかという意思決定は、その背後にあるカリキュラム・デザインに依存している。しかしこれまでの概念変容研究では、具体的な概念変容場面を同定し、そこでの子どもの認識過程を分析し、その特質を明らかにすることに貢献してきたものの、概念変容をもたらす授業の設計・実施・評価のサイクルとカリキュラム開発との関連については十分な検討がなされていない。そのため数学教育における概念変容研究には、その成果を、授業設計やカリキュラム開発に結びつけるための方法論上の課題があると考えられる。

こうした課題意識に対して、本研究では、「教授実験 (teaching experiment)」(近年では、「デザイン実験」と呼ばれることもある)の援用可能性とその方法論的課題を検討したい。数学教育学を理論と実践という二枚のレンズのもとで捉える以上、そこには「研究と開発」あるいは「記述性と規範性」という方法論的なディレンマを抱えることとなる。しかし見方を変えれば、こうしたディレンマを巡る理論と実践の循環的關係は、数学教育研究固有の課題と方法の重要性を示唆しており、本研究では、そこに「概念変容」と「教授実験」を位置付けたいと考えている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数学教育における概念変容研究の方法論の確立に向けた基礎的な検討を行い、学校数学カリキュラムの開発への新たなアプローチを探ることである。

3. 研究の方法

本研究では、数学教育における概念変容研究の方法論的課題を明確にするために、文献解釈的方法による基礎的・理論的研究を中心に研究活動を進めていく。具体的には、初年度に、先行研究の状況分析、教授実験の方法論上の特徴の明確化、概念変容研究の方法論としての教授実験の位置づけに取り組む。二年次(最終年度)には、数学教育における概念変容研究の新展開として注目されるスファード(A. Sfard)の数学的ディスコース論に注目し、その理論と方法の検討を通して、概念変容研究の新たなアプローチを探りたい。

4. 研究成果

(1) 教授実験の方法論

本研究では、文献研究を通して教授実験の方法論の目的や基本的プロセスを明らかにした。数学教育研究における方法論として教授実験は、デザイン実験の方法論に通じており、その展開のなかで、次のように、いくつかのバリエーションがみられる。

- ・ 臨床的教授実験
- ・ ロシアの教育心理学に基づく教授実験
- ・ 構成主義的教授実験
- ・ 教室をベースとした教授実験

例えば、臨床的教授実験 (clinical teaching experiment) は、ピアジェの発生的認識論の方法論である「臨床的インタビュー」から派生したものであり、面接者が事前に用意した鍵となる質問を用いて子どもの思考に集中するという手法である。この臨床的教授実験に対して、ロシアの教育心理学に端を発する教授実験は、子どもの学習への研究者の介入を許容しており、質的なデータを収集することで、学習過程を明らかにするものである。また構成主義的教授実験は、特定の数学的内容の学習に関する子どもの知識のモデルをつくることを目的としている。構成主義的教授実験は、主に子ども個人に対して行われる方法であるが、米国のコブ (P. Cobb) らは教室全体をフィールドとして行われる教授実験を展開している。それは、「実践家と研究者の協働」「心理的(個人的)観点と社会的(集団的)観点の協調」「開発と研究のサイクル」を背景として、(領域固有で局所的な)理論構築を図る方法論として注目されている。コブによれば、教室をベースとした教授実験は、次のような3つの基本的プロセスからなっている。

- (a) 指導デザインと計画
- (b) 教室における実験
- (c) 回顧的分析

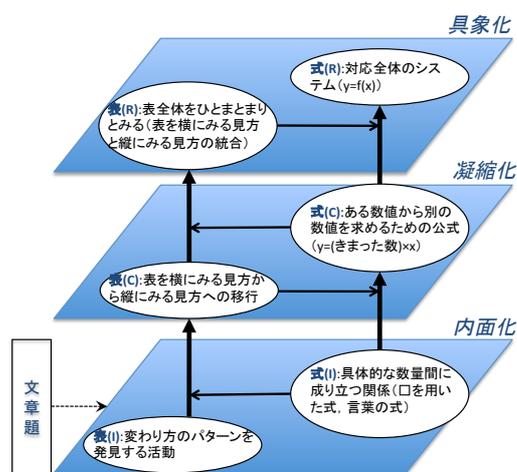
(a)では何らかの理論的方向性のもとで仮説の設定(単元の計画や学習指導案の作成など)がなされる。(b)では授業中の個々の子どもの活動と教室集団の社会的過程を分析し、仮説の点検や修正が行われる。(c)では授業中に起こったことをより広い理論的文脈に置いてデータの分析がなされる。教授実験は(a)~(c)を基本的プロセスとしながら、開発と研究の往還のもとで、サイクル的に進行する。

(2) 教授実験のデザイン

本研究では、上述した「教室をベースとした教授実験」に基づいて小学校第6学年における教授実験をデザインした。本教授実験では、数量関係の学習をターゲットとした。算数科「数量関係」領域のねらいは、他領域の内容を理解したり、活用したりする際に用いられる数学的な考え方や方法を身につけることなどであるとされている。本稿では、この領域に含まれる主な内容のうち、「関数の

考え」及び「式の表現と読み」の学習を指して「数量関係の学習」と呼ぶことにしたい。小学校高学年での数量関係の学習は、中学校数学での関数学習への移行にとって重要な意義を有している。小学校での数量関係の学習は、関数概念の方法知、いわゆる関数的な見方・考え方に密接に関連している。1次関数や2次関数のような内容知は中学校数学で学習するが、小学校算数においても、2つの数量の依存関係に着目したり、数量を変化させて考えたりすることは、低学年から高学年にわたり重要な学習内容となっている。数量関係の学習においては、ある数量関係全体に成り立つ諸性質の集合を意識することが本質的であると考えられる。

数量関係の学習に影響を与える数学的表記には様々なものが考えられるが、本研究では、主として「表」と「式」について検討した。「表」に注目する理由は、それが、数量を変化させて考えたり、依存関係にある数量に着目したりするときの操作的な表現手段になるからである。一般に、表には2つの見方が付随する。「表を横にみる見方」は、問題場面に記述された数量の変化(漸化)の特徴に着目する見方であり、「一方を変えれば他方も変わる」という考えのもと加法的関係や乗法的関係を見出すことに寄与する。「表を縦にみる見方」は、問題場面に記述された数量の対応の規則に着目する見方であり、「一方を決めれば他方も決まる」という考えのもと関数関係を明確にすることに寄与する。しかし表に対する2つの見方を統合することは容易ではないことが、先行研究において指摘されている。本研究では、表に対する2つの見方の統合を、変数性のコンセプションの変化という角度から検討するために、スファードの具象化理論に基づいて教授実験を計画・実施・評価することとした。



その結果、変数性のコンセプションの変容を具象化理論に基づいて操作的コンセプションから構造的コンセプションへの移行に伴う3つの階層的段階(内面化・凝縮化・具象化)として特徴づけることができた。また、

その際、種々の数学的表記の機能や特性に目を向けることの重要性が示唆された。こうした理論的方向づけのもとで、数量関係の学習において表と式が互いに関連しながら、それぞれの機能を「操作」から「構造」へと変えていく諸相を図式的に明確にし(左下図)、その実現を目指す教授実験をデザインした。

(3) 教授実験の実際

本教授実験では、小学校第6学年の小単元「変わり方のきまりを調べて(2)」(教科書:平成22年検定済,啓林館)に依拠し、全3時間の指導計画を作成した。この小単元は、数量関係の学習においていわゆる鶴亀算の文章題を扱う場面である。第1時と第2時は教科書通りの構成であるが、第3時は本教授実験の意図を踏まえて新たに組み込んだ内容である。

本教授実験をこうした単元構成に位置づけた理由は、「数量を変化させて考える」という活動が関数的見方の顕在化へ自然とつながるだけでなく、文章題から数量関係を様々な数学的表記によって考察することを意図したからである。本教授実験のメインは第3時である。本時は典型的な鶴亀算を扱うが、それは問題を解決することよりも、むしろ解決の方法についての検討に重点をおいたからである。なお、本教授実験は、大学附属小学校第6学年1クラスにおいて計画・実施された。

教授実験の詳細は省略するが、その要点は、鶴亀算の解決活動を通して、表の機能が「操作」から「構造」へシフトしたことに伴い、議論の焦点が「きまり」から「表全体」へと移っていったことであるといえる。

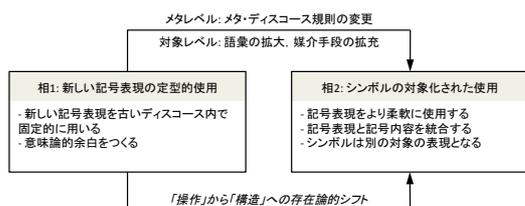
(4) 数学的ディスコース論への注目

上述した教授実験をデザインし、その実際を分析する中で、算数・数学学習においては、様々な数学的表記が互いに関連しながら、それらの機能を変化させていくこと、またそうした変化は、授業中の教師と児童生徒とのやりとりから観察できることが明らかになってきた。そこで本研究では、スファードの具象化理論の新展開に注目し、数学的ディスコースを分析するための理論と方法論の基礎的な検討を行うこととした。

スファードは、1990年前後に、具象化理論と呼ばれる数学学習の理論を構築しているが、2000年前後に、その理論的スタンスを大きく変えている。これまで具象化理論は国内外の数学教育研究においても多く援用されているが、こうした理論的な拡張に目を向けて、初期の具象化理論からの連続や断絶を踏まえた先行研究はあまりみられない。多くの先行研究では、近年の展開を考慮することなく初期の具象化理論を援用するか、初期の具象化理論との関連を考慮することなく拡張後の理論を援用するか、というのが現状であると思われる。無論こうした研究のあり方は即座に問題視されるものではないが、本研究では、スファードの研究関心の移行を、コン

セプション研究からディスコース研究への記号論的転回として特徴づけることで、「具象化」の概念が有する豊かな意味内容をより明確なものにし、数学学習におけるコンセプトやディスコースの研究の進展に寄与したいと考え、文献研究を進めた。

本研究では、数学的ディスコース論に関する文献研究の成果に基づいて、下図のような分析的枠組みを設定した。また、この枠組みの妥当性を検討するために、中学校第3学年「平方根」の授業中に教師と生徒の間でみられる記号化と意味づけの相互作用を、数学的ディスコースの進展という角度から分析した。



(5) 今後に残された課題

本研究では、数学教育における概念変容研究の方法論として教授実験に注目し、教授実験の方法論に基づいて「(a)指導デザインと計画」「(b)教室における実験」「(c)回顧的分析」の基本的プロセスを展開した。その中で、授業中の数学的ディスコースを分析することの重要性が意識され、その理論的・方法論的基盤としてスファードの数学的ディスコース論を検討することとなった。本研究では、数学的ディスコースの進展を捉える分析的枠組みを設定したが、その妥当性や有効性の検討は十分ではなく、理論と実践の両面から継続的に検討していく必要がある。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

真野祐輔 (2012). 具象化理論に基づく変数性のコンセプトの変容に関する研究：小学校第 6 学年における教授実験のデザイン, 全国数学教育学会学会誌・数学教育学研究, 第 18 巻第 2 号, 23-33. (査読有)

Shinno, Y. (2012). Characterizing the reification phase of variables in functional relation through a teaching experiment in a sixth grade classroom, In Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, 83-90. (査読有)

真野祐輔 (2012). 数量関係の学習における操作的表記の構造化の諸相：教授実験に基づくディスコースの変容の分析, 日本数学教育学会第 45 回数学教育論文発表会論文集, 第 2 巻, 743-748. (査読有)

Shinno, Y. (2013). Semiotic chaining and reification in learning of square root numbers: on the development of mathematical discourse, In Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, 209-216. (査読有)

真野祐輔 (2013). 平方根の加法の学習における記号論的連鎖と具象化の分析：A. Sfard の数学的ディスコース論の視座から, 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』臨時増刊, 第 95 巻, 193-200. (査読有)

[学会発表] (計 4 件)

真野祐輔 (2012). A. Sfard の具象化理論の記号論的転回について：コンセプト研究からディスコース研究へ, 全国数学教育学会第 36 回研究発表会, 2012 年 6 月 23 日, 岡山大学.

真野祐輔 (2012). A. Sfard の具象化理論の記号論的転回について (II)：具象化のメカニズムの再考, 日本教科教育学会第 38 回全国大会, 2012 年 11 月 4 日, 東京学芸大学.

真野祐輔 (2013). A. Sfard の具象化理論の記号論的転回について (III)：N. Presmeg の記号論的連鎖との接点, 全国数学教育学会第 37 回研究発表会, 2013 年 2 月 2 日, 広島大学.

真野祐輔 (2013). 無理数の学習における新たな記号表現の具象化の特徴づけ, 全国数学教育学会第 38 回研究発表会, 2013 年 6 月 23 日, 香川大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

真野 祐輔 (SHINNO Yusuke)
大阪教育大学・教育学部・講師
研究者番号：10585433