# 科研費

# 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 17 日現在

機関番号: 16301 研究種目: 若手研究(B) 研究期間: 2012~2015

課題番号: 24740045

研究課題名(和文)離散群の相対的双曲構造と収束群作用

研究課題名(英文) Relatively hyperbolic structures and convergence actions of discrete groups

研究代表者

尾國 新一(Oguni, Shin-ichi)

愛媛大学・理工学研究科・准教授

研究者番号:00549446

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文):相対的双曲群とその周辺に関する研究を中心に行い、幾何学的群論的性質、力学系的性質、 粗幾何学的性質、非可換幾何学的性質などを調べた。特に、相対的双曲群の境界について新しい定理を得た。これらの 研究についていくつかの研究集会で講演を行い、また、論文として公表した。例えば、相対的双曲群の幾何学的群論的 性質や力学系的性質について、松田能文氏および山形紗恵子氏との共著論文として公表し、また、粗幾何学的性質や非 可換幾何学的性質について、深谷友宏氏との共著論文として公表した。

研究成果の概要(英文): My research mainly treated relatively hyperbolic groups and related topics. Actually some properties with respect to geometric group theory, dynamical system, coarse geometry, non-commutative geometry and so on were studied. In particular some new theorems related to boundaries of relatively hyperbolic groups were proved. Such results were presented in my talks in some conferences and in papers. For example joint works with Yoshifumi Matsuda and Saeko Yamagata are related to geometric group theory and dynamical system. Also joint works with Tomohiro Fukaya deal with coarse geometric and non-commutative geometric properties.

研究分野: 幾何学

キーワード: 相対的双曲群 粗幾何 幾何学的群論

## 1. 研究開始当初の背景

双曲性を何らかの意味で有する非有界な距離空間や無限離散群は数多くある。例えば、Gromovによる双曲群は双曲性を有する離散群として広く認知されている。近年、微分位相幾何学や微分幾何学と深い関係にある幾何学的群論や粗幾何学と呼ばれる分野において、双曲群のみならず、部分的あるいは弱い意味で双曲性を有する離散群の研究が活発である。その代表例として相対的双曲群がある。研究開始当初、私を含む多くの研究者によって、相対的双曲群とその周辺に関するより深い研究が進められているという状況にあった。

### 2.研究の目的

研究の目的は、微分幾何学由来の性質である 非正曲率性や双曲性を何らかの意味で有す る非有界な距離空間や無限離散群、例えば CAT(0)空間や相対的双曲群に関して、それら の境界や境界への作用を調べることで、幾何 学的群論的性質、力学系的性質、粗幾何学的 性質、非可換幾何学的性質をより深く理解す ることであった。

## 3 . 研究の方法

幾何学的群論的観点、力学系的観点、粗幾何学的観点、非可換幾何学的観点など様々な観点から研究を行った。実行する上で、各種研究集会や勉強会へ参加することで、情報収集や専門家と議論を行った。また、それらに参加するだけでなく、運営にもかかわることで、多くの専門家と情報交換および議論をスムーズに行い、本研究を深いものとするよう努めた。実際、研究集会「Metric geometry and

analysis (京都、2013) http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kida/works hops/mga2013.html」や「Group actions and metric embeddings (京都、2015) http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kida/works hops/game2015.html」などの運営に携わった。

## 4.研究成果

相対的双曲群や双曲群やCAT(0)空間など双曲 性や非正曲率性といった微分幾何学的性質に 深くかかわる対象に関する研究を中心に行い、 幾何学的群論的性質、力学系的性質、粗幾何 学的性質、非可換幾何学的性質などを調べた。 特に、相対的双曲群や双曲群やCAT(0)空間、 またこれらの直積などの境界やその境界への 作用について研究し、様々な結果を得た。こ れらの研究について複数回の講演を様々な研 究集会で行い、また、複数の論文として公表 した。実際、相対的双曲群の幾何学的群論的 性質と力学系的性質について、青山学院大学 の松田能文氏および横浜国立大学の山形紗恵 子氏との共著論文として公表した。具体的に は、相対的双曲構造と幾何学的有限収束作用 の関係に関する現象を深く調べ、また、普遍 相対的双曲構造と普遍幾何学的有限収束作用 の関係に関しても考察した。また、粗幾何学 的性質と非可換幾何的性質にについて、首都 大学東京の深谷友宏氏との共著論文として公 表した。具体的には、相対的双曲群やそれを 直積の因子としてもつ離散群や距離空間など において、粗幾何学的KホモロジーやRoe環のK 群などの粗幾何学的一般ホモロジーおよび粗 幾何学的一般コホモロジーを相対的双曲群や CAT(0)群のコロナと呼ばれる良い境界などを 利用して計算することで、粗Baum-Connes予想

などに関する深い理解へとつなげた。

# 5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に は下線)

# [雑誌論文](計9件)

<u>尾國新一</u>: 粗Baum-Connes予想とその周辺, 雑誌数学, 68(2), pp177--199, 2016. 査読あり

Tomohiro Fukaya; <u>Shin-ichi Oguni</u>, The coarse Baum-Connes conjecture for Busemann non-positively curved spaces, Kyoto Journal of Mathematics, 56(1), pp1--12, 2016. 査読あり DOI: 10.1215/21562261-344512

Tomohiro Fukaya; <u>Shin-ichi Oguni</u>, Coronae of relatively hyperbolic groups and coarse cohomologies, Journal of Topology and Analysis, online, 2015. 査読あり DOI: 10.1142/S1793525316500151

Tomohiro Fukaya; Shin-ichi Oguni, Coronae of product spaces and the coarse Baum-Connes conjecture, Advances in Mathematics 279, pp201--233, 2015. 査読あり DOI: 10.1016/j.aim.2015.01.022

Yoshifumi Matsuda; Shin-ichi Oguni; Saeko Yamagata, Notes on relatively hyperbolic groups and relatively quasiconvex subgroups, Tokyo Journal of Mathematics 38(1), pp99--123, 2015. 査読あり, DOI: 10.3836/tjm/1428412566 Yoshifumi Matsuda; Shin-ichi Oguni;

Saeko Yamagata, The universal relatively hyperbolic structure on a group and relative quasiconvexity for subgroups, Analysis and Geometry of Discrete Groups and Hyperbolic Spaces, December 12 - 16, 2011, edited by Michihiko Fujii, Nariya Kawazumi and Kenichi Ohshika, RIMS Kokyuroku Bessatsu B, 48, pp73--93, 2014. 査読あり

Yoshifumi Matsuda; <u>Shin-ichi Oguni</u>, On Cannon-Thurston maps for relatively hyperbolic groups, Journal of Group Theory, 17(1), pp41--47, 2014. 査読あ

Shin-ichi Oguni, Dilatational equivalence classes, Novikov-Shubin type capacities of groups, and random walks, Noncommutative Geometry and Physics, 3, pp433-469, 2013. 査読あり Yoshifumi Matsuda; Shin-ichi Oguni; Saeko Yamagata, C\*-simplicity for groups with non-elementary convergence group actions, The Houston Journal of Mathematics, 39(4), pp1291--1299, 2013. 査読あり

# [学会発表](計13件)

<u>尾國新一</u>: Osajdaによるエクスパンダーを含む群とその周辺,春の代数的位相幾何学セミナー~幾何的アプローチ,岡山理科大学(岡山県岡山市), 2016/3/25-26. Shin-ichi Oguni: Coronae of product spaces and the coarse Baum-Connes conjecture, International Conference

on Non-commutative Geometry and K-Theory, Chongqing University, China, 2015/12/18-21.

<u>尾國新一</u>: 粗Baum-Connes予想と粗幾何, 広島幾何学研究集会2015, 広島大学(広 島県東広島市), 2015/10/7-9.

<u>尾國新一</u>: 粗Baum-Connes予想と粗代数的トポロジー,日本数学会2014年度秋季総合分科会,広島大学(広島県東広島市),2014/9/25-9/28.

Shin-ichi Oguni: Coarse Baum-Connes conjecture and coarse algebraic topology, Rigidity School, Tokyo 2013/2014, 東京大学(東京都目黒区), 2014/1/6-1/10.

Shin-ichi Oguni: Coronae and coarse homologies, Metric geometry and analysis, 京都大学(京都府京都市), 2013/12/9-12/13.

<u>尾國新一</u>: An introduction to the coarse Baum-Connes conjecture, 非可換幾何 湯谷研究集会, 湯谷温泉-湯の風HAZU-(愛知県新城市), 2013/11/26-29.

Shin-ichi Oguni: On the coarse
Baum-Connes conjecture, GEOQUANT 2013,
Erwin-Schrodinger International
Institute for Mathematical Physics
(ESI), Vienna, Austria, 2013/8/26-30.
Shin-ichi Oguni: The coarse
Baum-Connes conjecture for relatively

hyperbolic groups, China-Japan Conference on Noncommutative Geometry

Changchun, China, 2013/6/11-15.

and K-Theory, Jilin University,

尾國新一: 階数1非コンパクト型対称空

間の非一様格子のコロナ, 距離の幾何学 探求勉強会, 琵琶湖コンファレンスセン ター (滋賀県彦根市), 2013/3/16-19.

<u>尾國新一</u>: The coarse Baum-Connes conjecture for relatively hyperbolic groups, 非可換幾何学と数理物理学2012, 慶応大学日吉キャンパス (神奈川県横浜市), 2012/9/14-15.

Shin-ichi Oguni: The coarse
Baum-Connes conjecture for relatively
hyperbolic groups, Geometric group
theory and K-theory (RIMS合宿型セミナ
ー), 鳥羽シーサイドホテル (三重県鳥
羽市), 2012/6/11-15.

[図書](計 0件)

### 〔産業財産権〕

出願状況(計 0件)

取得状況(計 0件)

〔その他〕

ホームページ等

http://kenqweb.office.ehime-u.ac.jp/Pro files/0010/0002335/profile.html http://kenqweb.office.ehime-u.ac.jp/Pro files/0010/0002335/prof\_e.html

### 6.研究組織

# (1)研究代表者

 尾國 新一 (OGUNI, Shin-ichi)

 愛媛大学・理工学研究科・准教授

 研究者番号: 0 0 5 4 9 4 4 6

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし