

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 11 日現在

機関番号：32689

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24740061

研究課題名(和文) 保険破産リスクに対する確率解析と統計的推測理論

研究課題名(英文) Stochastic Analysis and Statistical Inference for Insurance Ruin Risks

研究代表者

清水 泰隆 (Shimizu, Yasutaka)

早稲田大学・理工学術院・准教授

研究者番号：70423085

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：古典的保険破産解析の一般化として、レヴィ型リスクモデルに対する一般化Gerber-Shiu解析を展開した。主要結果としては、代表的な破産関連リスクであるGerber-Shiu関数を、サープラスの積分型汎関数として一般化し、その再生型積分方程式や、レヴィ過程のスケール関数による表現定理を導出した。また、インフレーション型リスクモデル(確率微分方程式モデル)に対する破産理論を展開し、破産確率評価や再保険戦略などの具体的問題を解いた。さらに統計的方法として、破産確率の漸近展開近似や、データに基づいた推測理論を構築し、推定量の誤差評価やその収束率を求めた。これらは数値実験によりその有効性が確認された。

研究成果の概要(英文)：As a generalization of the classical insurance ruin theory, we investigated a generalized Gerber-Shiu analysis under Levy insurance risk models. Main results are an extension of the ruin-related risk (Gerber-Shiu function) to a integral type functional of the insurance surplus, the derivation of its renewal type equation, and a representation theorem by a scale function for a spectrally negative Levy process. Moreover, we studied an inflation risk model written by a stochastic differential equation, and gave a bound of ruin probability and an optimal strategy of a reinsurance. In statistical analysis, we gave an approximation by the Edgeworth type expansion of ruin probability, inference for the Gerber-Shiu function from a discrete samples, and investigated the statistical error with the rate of convergence. We also show by simulations that these methodologies numerically work well.

研究分野：保険数理

キーワード：破産理論 確率過程 数理統計

1. 研究開始当初の背景

損害保険数理(リスク理論)における古典的問題の一つに、保険ポートフォリオの破産確率評価問題がある。この周辺分野は長らく停滞期にあり、保険会社の破産確率のみに焦点が当てられていたが、近年、そのある種の拡張理論が発表されたのに伴い、破産理論の急速な発展がみられるに至った。本研究課題は、これらの発展に沿った、破産リスク解析の一般化を試みる研究である。

2. 研究の目的

本研究では、種々の破産リスクを統一的に表現する一般化リスク関数について考察し、その解析評価を行う。さらに、そのリスク関数に対する統計推測理論を構築し、解析的理論を実務に援用可能なものへと昇華させることが目的である。保険数理にこれまであまり重視されていなかった統計的視点の導入により、保険数理統計学という新たな領域を切り開き、その先駆的研究を行い、同時に日本における啓蒙的活動を通してその認知度を高めることも目標とする。

3. 研究の方法

研究は3年計画である。初年度は一般化リスクモデルのうち、レヴィ過程を用いたリスクモデルを考え、この下で一般化 Gerber-Shiu 関数の解析的性質について考察する。これと並行して、漸近展開の可能性を考えながら研究を進行する。2年目には金利の影響、あるいはレジーム・スイッチング構造をいれたリザーブモデルの下で一般化 Gerber-Shiu 関数の解析評価を行う。最終年度は統計推測理論の構築にあたる。1, 2年目の結果を総合して、できるだけ広い一般化リザーブモデルのクラスに対して統一的な推定方法を考え、その推定量の統計的(漸近的)性質について理論・数値実験の両面から考察する。

4. 研究成果

(1)初年度の成果

保険のリスクモデルとして、累積クレーム(保険金請求)を表わす確率過程にはジャンプが負のレヴィ過程を仮定し、無限ジャンプまで許容して頻繁に起こる小さなクレームに対する表現を与えることにより、数学的にはかなり一般的なモデルを考えた。Gerber-Shiu 関数は Gerber, Shiu 両博士により導入された、破産時刻と破産時前後の支払い備金に関する汎関数であるが、我々は、支払い備金の“パス”と破産時刻の汎関数を考えることにより、より一般的な破産リスクを定義し、それが、古典的な Gerber-Shiu 関数を内包することを示した(一般化 Gerber-Shiu 関数, 以下, GGS 関数)。この下で、GGS 関数が満たすべき integro-differential equation の導出を行い、「適当な条件」の下で、これに適当な積分変換を施すことにより一種の再生型積分

方程式を導出することに成功した。この種の方程式は、古典的な GS 関数についてはよく知られた結果であり、その構造が具体的な数値計算に応用されてきたのだが、今回、パス依存型の極めて一般的な GGS に対しても同様な方程式が導かれるという発見を得たことで、その数値解法への具体的指針も同時に得られたことになり大変意義深い結果といえる。さらに、前述の「適当な条件」を取り去るために、別の解析的表現を模索し、レヴィ過程に対する「スケール関数」を用いた GGS の表現を得ることができた

(2)2年目の成果

当期の計画は、前期に行ったリスクモデルの第1次拡張をより発展させて、金利の影響を考慮したインフレーション・リスクモデルを用いた第2次拡張、および、モデルにレジーム・スイッチング構造を入れる第3次拡張を行うことであった。Feng 博士(イリノイ大学)とのディスカッションを通して後者に対する拡張のアイデアがすぐに見つかったことから、第3次拡張を先に行うこととなった。第3次拡張では、各レジームがレヴィ型リスクモデルに従うマルコフ加法過程を考え、資産パス依存型の破産関連リスクについて考察を行い、再生型(積分)方程式や、初期資産が大きい時の漸近近似などを導出した。またその副産物として、ポテンシャル測度との関連など、確率論的な知見も多く得られた。これらは Gerber-Shiu らによる現代的リスク理論を自然に内包する理論であり、この結果は既に論文としてまとめられ下記論文で発表した。第2次拡張はコンコルディア大学の Garrido 教授との共同研究で進められており、インフレーション下における保険料計算(リスク尺度)の計算や、破産確率評価、またそれらを用いた再保険戦略への応用などが議論された。

(3)3年目の成果

昨年度の継続研究として、インフレーション型リスクモデルに対する保険料計算、破産リスク評価、再保険戦略についての研究を行い、共同研究者である Garrido 教授(Concordia 大学)との共著論文を完成させた。モデルは、近年リスク理論で流行しているレヴィ型モデルに金利などの要素を考慮した拡張モデルであり、数学的にはレヴィ過程によって駆動される確率微分方程式の解析となる。この解の汎関数の期待値に対する確率解析を通じて、さまざまな保険料計算原理の具体的公式や、破産リスク限界の導出、またそれらを用いた再保険戦略の構築など、リスク理論全般にわたる総括的な論文を執筆した。これについては現在最終校正に入った段階で、これから投稿する予定となっている。次に、当期の計画であった破産リスク計量に対する高次漸近展開の研究を行い、破産確率に対するエッジワース型漸近展開の論文出版と共に、より一般のリスク計量が満足する積分方程式(再生型方程式)の解に対する漸近展開公

式を導出した。これは保険の文脈では、保険料付加率(利益率)が小さいときの近似公式を与えることに相当し、より低い利益率の下での破産確率の精密な近似を与える公式として、実用上重要な結果と思われる。これらリスク計量に対する統計的推測の研究も行った。対象は近年のリスク理論で重要視されている Gerber-Shiu 関数と呼ばれる破産リスク計量である。この関数のフーリエ変換をノンパラメトリックな方法で推定し、その逆変換として対象の推定量を構成した。理論的には、その平均2乗誤差の解析評価やサンプルサイズに対する収束率などを求め、数値的にも良い推定量であることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

Feng, R. and Shimizu, Y. Potential measures for spectrally negative Markov additive processes with applications in ruin theory, Insurance: Math. and Econom. 2014, vol. 59, 11-26. 査読有

DOI:10.1016/j.insmatheco.2014.08.001

Shimizu, Y. Edgeworth type expansion of ruin probability under Lévy risk processes in the small loading asymptotics, Scand. Actuarial Journal 2014, Issue 7, 620-648. 査読有

DOI:10.1080/03461238.2012.755937

Hao, X.; Li, X. and Shimizu, Y. Finite-time survival probability and credit default swaps pricing under geometric Lévy markets, Insurance: Math. and Econom. 2013, vol. 53, 14-23. 査読有

DOI:10.1016/j.insmatheco.2013.04.003

Feng, R. and Shimizu, Y. On a generalization from ruin to default in a Lévy insurance risk model, Methodol. Comput. Appl. Probab., 2013 vol. 15, (4), 773-802. 査読有

DOI:10.1007/s11009-012-9282-y

Shimizu, Y. Nonparametric estimation of the Gerber-Shiu function for the Wiener-Poisson risk model, Scand. Actuarial Journal, 2012, Issue.1, 56-69. 査読有

DOI:10.1080/03461238.2010.523515

[学会発表](計29件)

Shimizu, Y. Estimating Gerber-Shiu functions from discretely observed Lévy driven surplus, The 18th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, Shanghai, China, 10-12 July, 2014

Shimizu, Y. Threshold estimation of drift for stochastic processes with small noise, The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, Howard International House, Taipei, 2 July, 2014

Shimizu, Y. Threshold estimation for stochastic differential equations with jumps, 59th ISI World Statistics Congress, Hong Kong, China, 29 August, 2013

Shimizu, Y. Edgeworth type expansion for renewal-type equations and applications to risk theory, The 17th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, University of Copenhagen, Denmark, 1 - 3 July, 2011

Shimizu, Y. Asymptotic expansion of ruin probability under Lévy insurance risks, WORKSHOP ON "MATHEMATICAL FINANCE AND RELATED ISSUES", Kyoto, Japan, 2 - 5 Sep., 2012

Shimizu, Y. Ruin-related quantities under Markov additive risk models: a matrix operator approach, The 16th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, University of Hong Kong, China, 28 - 30 June, 2012

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等
<http://www.shimizu.sci.waseda.ac.jp/>

6. 研究組織
(1)研究代表者

清水 泰隆 (SHIMIZU, Yasutaka)
早稲田大学・理工学術院・准教授
研究者番号：70423085

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：