

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 27 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24740077

研究課題名(和文) 方向統計学の理論的研究とその応用

研究課題名(英文) Theory and application in Directional statistics

研究代表者

阿部 俊弘 (Abe, Toshihiro)

東京理科大学・工学部・助教

研究者番号：70580570

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：樹木の倒壊方向を記録したデータや風向などを記録したデータは、円周上に値を取るデータ(円周データ)とみなすことができ、これらを対象とする統計学は方向統計学といわれている。方向統計学では、データがユークリッド空間全体ではなく円周上に制限されているという特殊性のために、対応する統計分布を構築し、パラメータ推定を行うことに、しばしば困難が生じる。このような困難を乗り越えるための統計的モデリングを考案した。また、倒木更新に着目し、森林の繁栄のための指標を与えた。

研究成果の概要(英文)：Directional data arise when one or more of the variables being observed is angular, and occur in fields as diverse as astronomy, ecology, medicine and the environmental sciences. Examples include the fallen tree directions and the directions of wind. Such a study is called Directional Statistics.

For a statistical modeling of the directional data, we have developed some statistical models for circular data and investigated their properties. In addition, we have given an index for the prosperity of the forest focusing on the fallen trees directions.

研究分野：統計科学

キーワード：方向統計学 分布論 森林生態学

1. 研究開始当初の背景

ある地点における渡り鳥の移動方向を記録したデータや風向を記録したデータは、円周上に値を取るデータ(円周データ)とみなすことができ、これらを対象とする統計学は方向統計学といわれている。

近年では、生態学を始めとして、様々な分野においても、角度データが存在し、当該分野の研究が重要な位置を占めるようになってきている。具体的なデータは例えば、Batschelet (1981)、Mardia and Jupp (1999) や Jammalamadaka and SenGupta (2001) などにも見ることができる。

方向統計学では、データがユークリッド空間全体ではなく円周上に制限されているという特殊性のために、対応する統計分布を構築し、パラメータ推定を行うことに、しばしば困難が生じる。このような困難を乗り越えるための統計的モデリングを考案し、推定や検定により、データの背後に潜む現象を明らかにすることを目指している。

方向統計学における主要な分布は、von Mises 分布、cardioid 分布、巻き込み Cauchy 分布などのように、平均パラメータと集中パラメータを持つ対称分布である。2000 年以前の分布論においてはそれらに関する研究が盛んに行われていた。2000 年以降になると、これらの既存の分布を含む柔軟な分布族の提案がされるようになってきた。特に、Jones and Pewsey (2005) により提案された Jones-Pewsey 分布は、形状パラメータの導入により上記の分布等を含む非常に柔軟な円周上の対称分布族である。

柔軟な対称分布族が提案されている一方、近年では非対称性を示す分布族の研究がされるようになってきている。そのようなものとしては、頂上付近で平坦もしくは急傾斜の性質を持つ Papakonstantinou の円周分布族を拡張した研究(Abe, Pewsey and Shimizu, 2009)がある。

他の多くの非対称性を示す分布族を研究するうちに、非対称性を満たす分布族はあっても、密度関数が複雑であったり、パラメータ推定を実行することが非常に困難であるという問題が生じてきた。そのような状況の下で既存の分布族よりもより単純で、数学的にも統計学的にも扱いやすい分布族が構成できれば理想的である。その観点から、Abe and Pewsey (2011)では、本研究で用いる正弦関数の摂動に基づいた非対称分布の提案を行った。

2. 研究の目的

北欧における樹木の倒壊方位のデータには何らかの傾向があるように見える。まず、各地域での樹木の倒壊方向を調べ、それぞれの森林の過去の風害による攪乱の履歴や森林遷移などと対応するような分布を調べ、樹木

の倒壊方位データに当てはまる分布を見つけ、パラメータの最尤推定値で攪乱履歴等の森林の特性を評価するための指標を与えることにした。また、このようなデータは軸データとしても扱うことが可能であることから、軸分布の研究の必要性がある。また非対称な軸分布を用いて樹木の倒壊データに対してパラメータ推定をすることにより、その分布の当てはまりがどの程度良いか考察することにも意味があると考えた。

一方で、Abe, Pewsey and Shimizu (2009) を参考にすると様々な分布を生成することが可能になるので、そのモデルを一般化し、より柔軟な円周上の非対称分布の生成を行った。具体的には、元の対称分布の頂上付近を平坦もしくは急傾斜にするような関数形を提案し、その統計的性質について研究し、パラメータ推定を行うことを目指した。

3. 研究の方法

(a) Abe and Pewsey (2011)の摂動法に関する講演に興味を持っていただいた応用統計学者との交流により、倒木の角度データから森林の状態を調べる手法に興味を持ち、各研究者の専門を活かし、データの取得、統計理論を用いて計算、データの解釈、というように、仕事を分担して研究を進めた。

(b) Abe and Pewsey (2011)のような対称な軸分布を摂動し、非対称な正弦関数摂動軸分布族を提案し、その数学的性質やパラメータ推定をどこまでできるか議論した。この研究も他の理論的研究者や応用的研究者と仕事を分担して研究を進めた。

(c) 理論的研究として、Abe, Pewsey and Shimizu (2009)の一般的な定式化をした。次に、その定式化の下での分布族の単峰性について調べ、flat-topped と sharply peaked の性質をモード付近における曲率を用いて評価した。さらに、この一般化を改良し、非対称分布をどのように定式化できるか考察し、その非対称化に関して単峰性や曲率を用いてどのような性質が成り立つか調べた。

4. 研究成果

(1) 樹木の倒壊パターンを調べるための統計的モデリングのために、既存の円周分布と Abe and Pewsey (2011b)のモデルを用いて、パラメータ推定を行った。これにより、地域による過去の風害の傾向や坂の影響による樹木の倒壊のパターンをとらえるための指標が提案できた。この研究により、過去の風害等による一斉倒壊等によるかく乱の履歴と対応付けることができた。

(2) 対称な軸分布の摂動をすることにより、数学的にも扱いやすい非対称な軸分布の提案をした。また、提案分布族のモーメントを一般的な形で与えた。さらに、実際の樹木の倒

壊データに対して適用することにより、パラメータ推定の例を与えた。

(3)Abe, Pewsey and Shimizu (2009)の研究を土台にして、対称な円周分布族の頂上付近を平坦もしくは急傾斜の性質を持たせる対称・非対称な変換の一般式を与えることに成功した。また、頂上付近での性質を、曲率を導入することにより定式化できた。さらに、乳幼児突然死の年間データに対してパラメータ推定を行い、提案したモデルの当てはまりの良さを検証した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

Abe, T., Pewsey, A. and Shimizu, K. Extending circular distributions through transformation of argument. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 査読有, Volume 65, Issue 5, 2013, 833-858. DOI: 10.1007/s10463-012-0394-5.

Fujisawa, H. and Abe, T. A family of multivariate skew distributions with monotonicity of skewness. *ISM Research Memorandum*, 査読無, No. 1178, 2013, 1-24.

Abe, T., Shimizu, K., Kuuluvainen, T. and Aakala, T. Sine-skewed axial distributions with an application for fallen tree data. *Environmental and Ecological Statistics*, 査読有, Volume 19, Number 3, 2012, 295-307. DOI: 10.1007/s10651-012-0187-2.

Abe, T., Kubota, Y., Shimatani, K., Aakala, T. and Kuuluvainen, T. Circular distributions of fallen logs as an indicator of forest disturbance regimes. *Ecological Indicators*, 査読有, Volume 18, 2012, 559-566. DOI:10.1016/j.ecolind.2012.01.010.

Fujisawa, H. and Abe, T. A Family of Unimodal Skew-Symmetric Distributions With Mode-Invariance. *ISM Research Memorandum*, No. 1151, 2012, 1-19.

[学会発表](計20件)

Abe, T. Bimodal circular distributions by cosine perturbation, 2012年7月4日, The 2nd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, つくば国際会議場(茨城県・つくば市).

Abe, T. On a generalization of flat-topped and sharply peaked distributions, 2012年7月5日, Workshop on Directional Statistics, Satellite Office of the Institute of Statistical Mathematics, (東京都・中央区).

Abe, T. On generalization of Batschelet distributions, 2012年8月30日, 20th International Conference on

Computational Statistics (COMPSTAT 2012), Amathus Beach Hotel, Limassol(Cyprus).

Abe, T. 藤澤洋徳. 単峰性とモード不変性をもつ歪対称分布族, 2012年9月11日, 2012年度統計関連学会連合大会, 企画セッション「非対称分布の統計学の理論と実際」, 北海道大学(北海道・札幌市).

Abe, T. An asymmetric family of unimodal distributions with mode-invariance, 2012年12月1日, 5th International Conference of the ERCIM Working Group on COMPUTING & STATISTICS (ERCIM 2012), Conference Centre, Oviedo(Spain).

Abe, T. Circular and axial distributions with an application for fallen tree data, 2013年1月25日, ISM Symposium on Environmental Statistics, The Institute of Statistical Mathematics(東京都・立川市).

Abe, T. A family of unimodal skew-symmetric distributions on the circle, 2013年8月1日, 15th IMS New Researchers Conference, Centre de recherches mathématiques, Montréal(Canada).

Abe, T., Fujisawa, H. A new family of unimodal skew-symmetric distributions with mode-invariance, 2013年8月8日, 2013 Joint Statistical Meetings, Canada, Palais des congrès de Montréal Montréal(Canada).

阿部俊弘, Arthur Pewsey, 藤澤洋徳. モード不変性をもつ円周上の非対称分布族, 2013年9月10日, 2013年度統計関連学会連合大会, 一般講演, 大阪大学(大阪府・吹田市).

Abe, T. Skew-symmetric distributions on the circle with unimodality and mode-preserving property, 2014年1月14日, Advances and Applications in Distribution Theory, The Institute of Statistical Mathematics(東京都・立川市).

Abe, T. Skewed circular distributions with unimodality and mode-preserving property, 2014年5月21日, Advances in Directional Statistics, Université Libre de Bruxelles, Brussels(Belgium).

Abe, T. Univariate skew-unimodal distributions with mode-preserving property, 2014年6月14日, 3rd Stochastic Modeling Techniques and Data Analysis International Conference (SMTDA2014), Hotel-Zurique-Vip-Executive, Rua Ivone Silva 18, Lisbon(Portugal).

Abe, T. Skew-symmetric circular distributions generated by sine perturbation, 2014年7月1日, Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting (IMS-APRM 2014), Howard International House, Taipei(Taiwan).

Abe, T. A multivariate extension of the skew-unimodal distributions with mode-preserving property, 2014年8月7日, 2014 Joint Statistical Meetings (JSM 2014), Boston Convention and Exhibition Center, Boston(America).

Abe, T. 最頻値の位置を変えない非対称分布族の生成, 2014年9月3日, 不偏性はずした時系列推定と因果性の観光統計学への応用, 奈良教育大学(奈良県・奈良市).

阿部俊弘, 小方浩明, 塩濱敬之, 谷合弘行. 既知の方向周りでの対蹠対称性に関する漸近最適推測論, 2014年9月15日, 2014年度統計関連学会連合大会, 一般講演, 東京大学(東京都・文京区).

阿部俊弘, 長さと角度を変量に持つ分布族, 2014年10月15日, 多様な分野における統計科学の教育・理論・応用の新展開, 新潟大学(新潟県・新潟市).

Abe, T., Ley, C. Linear-circular models and their properties, 2014年12月7日, 7th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (ERCIM 2014), University of Pisa, Pisa(Italy).

Abe, T. A tractable, parsimonious and highly flexible model for cylindrical data, 2015年2月24日, ISM Symposium on Environmental Statistics 2015, The Institute of Statistical Mathematics(東京都・立川市).

Abe, T. モード不変性を持つ逆 Batschelet 分布, 2015年3月14日, 応用統計学会 2015年度年会, 一般講演, 京都大学医学部・芝蘭会館稲盛ホール(京都府・京都市).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

阿部 俊弘 (ABE TOSHIHIRO)
東京理科大学工学部経営工学科・助教
研究者番号：24740077

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし