

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 6 月 15 日現在

機関番号：12608

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2015

課題番号：24760190

研究課題名(和文) 拘束系の正準理論に基づいた柔軟体の流れ励起振動に対する新たな解析体系の確立

研究課題名(英文) Development of an alternative analytical method for the flow-induced vibration of flexible structures based on the canonical theory for the constrained system

研究代表者

原 謙介 (Hara, Kensuke)

東京工業大学・理工学研究科・助教

研究者番号：70508259

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：フィルム状の太陽電池等、高付加価値の薄膜状柔軟構造物の次世代製造プロセスにおいて、極めて柔軟な膜状構造物に発生する流れ励起振動が問題となっている。本研究では、複数のシステムにより構成されるシステムの連成問題を扱うための拘束系の力学(正準理論)の概念を拡張し、構造物と流体との運動の連成を記述するための解析体系を確立し、さらに、振動発生予測のための安定性判別法を構築した。さらに、発生が予測される振動現象から、対象となる流体構造連成系の解析に用いられる圧力の境界条件に関する検討を行ったのち、既存の研究とのその妥当性について検討した。

研究成果の概要(英文)：The flow-induced vibration for flexible thin plates and membranes surrounded by a fluid flow is an important engineering topic in the state-of-the-art manufacturing technology for the functional flexible membranous products, such as rollable solar panels, LED panels and so on. We proposed an alternative analytical method for a description of the fluid-structure interaction problem based on the canonical theory for the constrained system. The proposed method is inspired by a numerical approach for multi-body system dynamics. In addition, this study developed a stability analysis method for a prediction of the flow-induced vibration. Then, the boundary condition for pressure, widely used in this problem, was verified by prospective vibration behavior. The proposed method was validated by comparing with results in the literatures.

研究分野：機械力学・制御

キーワード：流体関連振動 拘束系の動力学 正準理論 マルチボディダイナミクス 微分代数方程式

## 1. 研究開始当初の背景

フィルム状の太陽電池等、高付加価値のウェブ（薄膜状の連続柔軟媒体）の次世代製造プロセスにおいて、大変形を伴った状態で搬送されるウェブに発生する流れ励起振動が問題となっている。この振動は、(1)ウェブの搬送条件等に依存する複雑な拘束力、(2)柔軟構造物の大変形問題、(3)流体構造連成問題、という3つの問題が組合わさった複合的な現象であり、その特性に関しては未解明な点が数多く存在する。よって、有効な解析法の構築ならびにその振動特性の解明が急務である。

## 2. 研究の目的

本研究では、マルチボディダイナミクスと量子力学の分野で発展した正準理論を応用し、流体構造連成系の定式化法を再構築することでこれまでに無い新たな解析体系を確立し、この現象の特性解明を行うことを目的とする。具体的には、以下の3項目について検討する。

(1) 折り返しやシワなどの変形状や拘束力による張力分布の影響を考慮可能なウェブの力学モデルとそれをベースにした強連成解析モデルを構築する。

(2) 従来法で問題となっている莫大な計算負荷の問題を改善するため、導出した運動方程式を元に平衡点（静的に大変形した状態）からの微小振動を支配する線形化モデルを用いた計算負荷の小さい安定性解析法を構築する。

(3) 流れ励起振動の発生メカニズムの検討を行うため、構築した手法をもとに流体力の特徴や不安定振動の発生条件、振動モードを明らかにする。

## 3. 研究の方法

### (1) 拘束系の正準理論に基づいた流体-構造連成系の新たな定式化

拘束系の力学に基づいた流体-構造連成系の定式化を行う。本研究では、**物理的拘束**：境界条件（空気浮上やローラ搬送等のウェブの支持条件を含む）、流体構造連成

**人工的拘束**：系の非線形成分を簡略化するための代数拘束

の2種類の拘束を扱う。これらの拘束を物理的に矛盾が生じないように代数操作を加えながら運動方程式に組み込み、解析上望ましい形になるように変換する点に本研究の特徴がある。しかしながら、こうした人工的拘束を導入する際には、冗長な自由度が多数存在する系になるため、整合性が保たれるように拘束式の数と自由度の数に注意する必要がある。既存のマルチボディダイナミクスの解析体系で用いられることの多い仮想仕事

の原理や Lagrange 力学に比べ、本研究で導入する正準理論に基づいた方法は拘束を含むシステムの定式化に柔軟に対応できる。そして、拘束系の定式化の弱点である非線形項の複雑化という問題を改善することができる。

### (2) 平衡点近傍における線形化モデルを用いた安定性解法の構築

本手法により導出した流体構造連成系の運動方程式から定常成分のみを抽出し、静的な非線形問題としてウェブの変形量を求める。この静的つり合い状態を平衡点として微小擾乱に対する安定性を支配する線形の方程式を導出し、系の安定性判別を行う。これにより、ウェブの幾何学的な変形状が、どのような形で付加的なパラメータとして系に作用するかを定量的に評価することができる。

### (3) 振動の発生メカニズムに関する検討

構造上の圧力分布から流体力と構造の運動の関係性を明らかにし、不安定振動の発生条件、振動モードについて調べる。

## 4. 研究成果

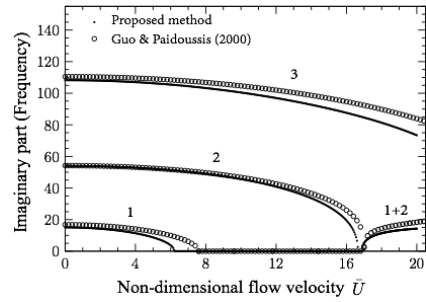
### (1) 流体構造連成系の定式化

本研究課題のタイトルにもなっている拘束系の正準理論による流体構造連成系の定式化について簡潔に述べる。まず、構造系の定式化として薄板モデルを想定した Green-Lagrange ひずみからひずみエネルギーを導出した。提案したモデルでは、シワや折り返し等の影響を等価なシェルモデルとして表現できる。さらに、変分原理に基づいた定式化のため、有限要素法のような数値解析へも直接拡張可能である。一方、流体系に関しては渦無しの非圧縮性完全流体を仮定し、Seliger & Whitham の変分原理 (Seliger & Whitham, 1968) に基づいた Lagrangian を導出した。そして、これらを足し合わせることで流体構造連成系の Lagrangian を導出した。この Lagrangian から運動量を求め、正準理論によって運動方程式を用いるのが通常の定式化の流れとなるが、本系では Lagrangian から運動量を導出する際に導かれる流体系と構造系の運動量に関する依存関係から、Lagrangian が特異（運動量をユニークに決定できない）となり、このままでは運動方程式を導出できないということが分かった。そのため、上記の依存関係を拘束条件とみなした拘束系の定式化を実施した。具体的には、Lagrange の未定乗数法により拘束を系に組み込み、Dirac の方法により運動方程式を導出した。その結果、導出された流体構造連成運動方程式は、連成項として Lagrange の未定乗数を含む流体系、構造系それぞれの運動方程式と流体系と構造系の運動量の依存関係を表す拘束式により構成される微分代数方程式となった。

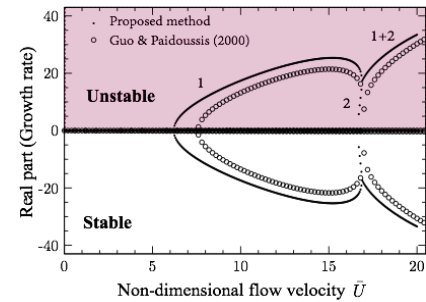
## (2) 流れ励起振動の安定性解析

上記(1)により得られた流体構造連成系の方程式は非線形方程式であるため、平衡点からの微小振動を想定した線形化モデルを用いて線形系としての安定性解析を適用する。この安定性解析を行う際に問題となっているのが流体力の計算法であり、これまでに Doublet-Point Method (Ueda, 1987), 離散渦法 (Bidkar, et al., 2008), Gauss-Chebyshev の特異積分法 (Guo & Paidoussis, 2000) などが試みられているが、いずれも計算負荷の大きな手法であるため、計算効率や解の収束性が課題であった。本研究では、Fourier 乗算作用素の一種である Dirichlet-Neumann operator (Craig & Sulem, 1993) と離散 Fourier 変換を組み合わせる手法により、空間的に高分解能の計算を高効率に行うことができるようになった。

提案手法の妥当性を検証可能な問題として、Guo & Paidoussis (2000) が実施した両端固定はりと片端固定はりに関する計算結果について示す。図 1, 2 は、それぞれの境界条件における安定性解析結果 (複素固有値解析結果) である。ここで、(a), (b) はそれぞれ、横軸に無次元流速を取った場合の不安定振動の振動数 (固有値の虚部) と成長率 (固有値の実部) の変化を調べたものであり、(b) の成長率が正となる流速で不安定振動が発生する。また、図中の数字は振動モードの次数を表す。まず、図 1 の両端固定の場合については、(a), (b) ともに Guo & Paidoussis (2000) に近い値を示しており、手法の妥当性が確認できる。図 2 の片端固定はりの場合についても同様に提案手法は Guo & Paidoussis (2000) の結果に近い値を示しているが、提案手法に関しては、2, 4 次モードの成長率 [図 2(a)] が常に正、すなわち、常に不安定振動が発生するという結果となっている。この解析では文献値との比較のためにあえて減衰効果を入れていないため、実際には必ず存在する減衰の効果を含んだ解析を行えば常に系が不安定という結果にはならない。しかしながら、この結果は提案手法が流体力を少し大きめに見積もるということを示している。また、この結果は、流体力計算に一般的に用いられている圧力の境界条件について疑問を持つきっかけとなった。具体的には、この境界条件の元で圧力分布を求める際に空間分解能を上げていくと、結果的に流体力の影響が増加傾向になることが明らかになった。これは、計算機の性能が向上し、これまでよりも微細な現象を検討できることになったことで明らかになったことであり、かつ、より詳細な検討の必要性を示唆する結果である。そのため、実験計画を変更してこの部分を検討することにした。その結果が以下に示す(3)である。

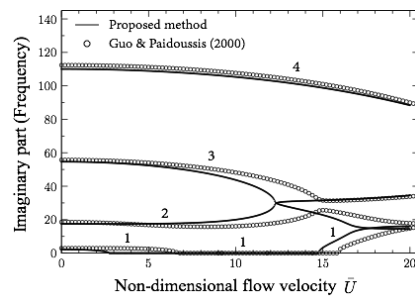


(a) 振動数 (虚部)

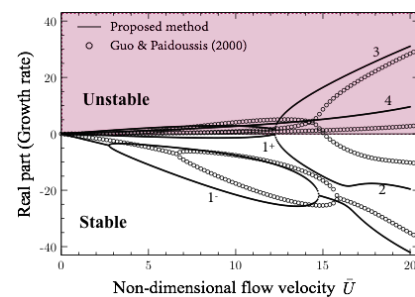


(b) 成長率 (実部)

図 1 安定性解析結果 (両端固定)



(a) 振動数 (虚部)



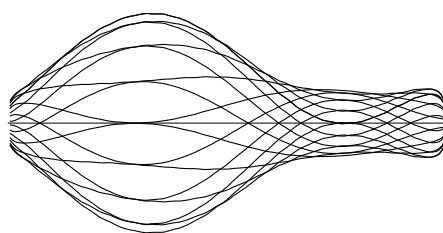
(b) 成長率 (実部)

図 2 安定性解析結果 (片端固定)

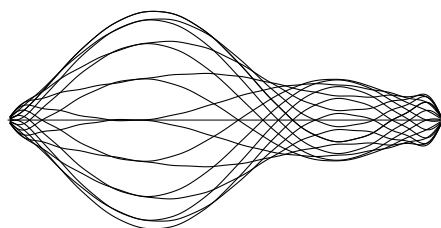
## (3) 振動の発生メカニズムに関する検討

**圧力の境界条件:** 振動の発生メカニズムを考える際に重要になるのが、流体力計算に必要な構造の表面上の圧力分布である。本研究で提案した定式化法によって得られた重要な結果の1つとして、拘束の導入に用いた Lagrange の未定乗数に圧力という物理的な

意味を持たせることができたという点がある。この圧力が陽に運動方程式に含まれるという特徴は、流れ場における境界条件を設定する際に非常に有用なものとなる。しかしながら、圧力を陽に含んだ運動方程式の導出により、これまでに一般的に用いられてきた圧力の境界条件の設定法に関して問題がある可能性が生まれたため、研究計画を変更する必要が生じた。この点は流体と構造の連成メカニズムを考察する上で最も重要な部分であるため、十分な時間をかけて検討を行った。図3(a)に図2の無次元流速12.20における不安定モード発生時の表面上の圧力分布を示す。ここで、構造系の振動モードは4次モードまで、圧力分布（流体力）に関しては板の両端での圧力が0という条件を満たすsin波（正規直交完全系の基底）について640次モードまでを考慮した。この図より、境界条件を満たす圧力分布を与えているにもかかわらず、結果として両端の値は0になっていないことが分かる。一方、考慮するモードを24次にまで下げたものが図3(b)である。ここではまだ両端での圧力分布が0という値を満たしているように見える。この結果は、この問題で圧力の計算を行う際には非常に空間分解能の高いところまで考慮しないと解の収束性を判断できないということを示しており、本手法以外の方法でも慎重に検討すべき事項である。



(a) 考慮したモード次数：640（収束後）



(b) 考慮したモード次数：24（収束前）

図3 不安定振動時の弾性平板上の圧力分布

このように、流体力（圧力）の境界条件の設定法に関してはまだ検討の必要がある。今回は、限られたケースに関して、既存の研究の傾向に合致する結果が得られる境界条件が得られたが、適切でない境界条件を変えると結果が大きく変化する。そのため、搬送や浮上等、実際の製造ラインに近い状況を想定する場合には、そのケースに合わせた境界条

件の設定に関して詳細な検討が必要である。**実験的検証**：今後の課題となったのが実験による検証である。張力が負荷された状態で発生する振動現象は、高い周波数を持つ高次モードである。そのため、複数のレーザーセンサを組み合わせた計測システムによって計測点を移動させながら振動形状を計測するのはデータ数の多さから現実的ではない。そのため、画像計測装置の製作も試みたが、振動数の高さや振動振幅の小ささから有意なデータを得るまでには至らなかった。装置のさらなる大型化、ならびにより高精度な画像計測システムの導入により状況の改善が期待できるが、明らかに今回の研究の規模を超えるため、今後の継続課題としたい。

以上により、研究課題の題目にもなっている、「拘束系の正準理論に基づいた柔軟体の流れ励起振動に対する新たな解析体系の確立」という観点からは本研究の目的は概ね達成できたと言える。実際、得られた流体構造連成系の運動方程式は、系の運動量に関する拘束条件で流体と構造の運動を連成させるという今までにない形になっており、有限要素法や差分法などの離散系への応用も可能である。さらに、ここで構築した手法は、シワの入った状態や折り返された状態のウェブに対しても幅広く適用することが可能である。しかしながら、現実の機器で発生する個々の問題、特に高振動数を持つ高次モードの振動現象に関する実験的検証についてはかなり大規模な実験設備が必要となることが明らかになったため、今後の継続課題としたい。

#### <引用文献>

- (1) Seliger, R. L., Whitham, G. B., Variational principles in continuum mechanics, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Science Vol. 305, (1968), pp. 1-25.
- (2) Ueda, T., Lifting Surface Calculations in the Laplace Domain with Application to Root Loci, AIAA Journal, Vol. 25, No. 5 (1987), pp. 698-704.
- (3) Bidkar, R. A., Raman, A., and Bajaj, A. K., Aeroelastic Stability of Wide Webs and Narrow Ribbons in Cross Flow, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 75, (2008), 041023.
- (4) Guo, C. Q., Paidoussis, M. P., Stability of rectangular plates with free side-edges in two-dimensional inviscid channel flow, Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 67, (2000), pp. 171-176.
- (5) Craig, W., Sulem, C., 1993. Numerical simulation of gravity waves. Journal of Computational Physics 108, 78-83.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

(1) 原 謙介, 渡辺昌宏, 代数拘束を用いた絶対節点座標法における2次元はりの定式化(第3報, 計算性を考慮した代数拘束の設定法), 日本機械学会論文集C編, Vol. 79 (2013-9), No. 805, p. 3037-3048.

doi:http://dx.doi.org/10.1299/kikaic.79.3037 (査読有)

(2) Kensuke Hara, Masahiro Watanabe, Stability analysis of rectangular plates in incompressible flow with Fourier multiplier operators, Proceedings of the ASME 2013 Pressure Vessels and Piping Conference, Vol. 4, Paper No. PVP2013-97525, (2013-7),

doi:10.1115/PVP2013-97525 (査読有)

(3) Kensuke Hara, Masahiro Watanabe, Formulation of the Aeroelastic Instability Problem of Rectangular Plates in Uniform Flow Based on the Hamiltonian Mechanics for the Constrained System, Proceedings of the ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference, Vol. 4, Paper No. PVP2014-28646, pp. V004T04A060, (2014-7), doi:10.1115/PVP2014-28646 (査読有)

[学会発表] (計 5 件)

(1) Kensuke Hara and Masahiro Watanabe, Calculation Efficiency of Beam Elements with Algebraic Constraints, ECCOMAS Thematic Conference, Multibody Dynamics 2013, (2013-7), Zagreb, Croatia.

(2) Kensuke Hara, Masahiro Watanabe, Stability analysis of rectangular plates in incompressible flow with Fourier multiplier operators, ASME 2013 Pressure Vessels and Piping Conference, (2013-7), Paris, France.

(3) Kensuke Hara, Masahiro Watanabe, Formulation of the Aeroelastic Instability Problem of Rectangular Plates in Uniform Flow Based on the Hamiltonian Mechanics for the Constrained System, ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference, (2014-7), Anaheim, California, USA.

(4) 原 謙介, 渡辺昌宏, 代数拘束を用いた三次元柔軟マルチボディシステムの定式化と計算性, Dynamics and Design Conference 2013, (2013-8), 福岡.

(5) 原 謙介, “拘束系の力学に基づいた一様流を受ける弾性平板の定式化と安定性解析”, Dynamics and Design Conference 2014, (2014-8), 東京.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

○取得状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

[その他]

無し.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

原 謙介 (HARA, Kensuke)

東京工業大学・大学院理工学研究科・助教  
研究者番号: 70508259

(2) 研究分担者

( )

研究者番号:

(3) 連携研究者

( )

研究者番号: