

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 27 日現在

機関番号：10101

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24760329

研究課題名(和文) 不連続な状態変換が導く分布定数系の正準系と安定化

研究課題名(英文) Stabilization of distributed parameter systems based on discontinuous state transformations

研究代表者

椿野 大輔 (Tsubakino, Daisuke)

北海道大学・情報科学研究科・助教

研究者番号：00612813

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、偏微分方程式でモデル化される分布定数系に対して、何らかの意味での不連続性を有する状態変換を用いた系統的な制御器設計法を提案するものである。特に、拡散現象に関連した放物型分布定数系のうち、制御入力空間領域全体で分布的に作用するもの、積層物体中の熱拡散などのように境界に相互結合があるものに対して、収束率の意味での制御性能を自由に設定可能な安定化制御器の設計法を導出した。また、入力の伝送遅れのモデルの一つとしての双曲型分布定数系に対しても同様な安定化制御器を導出した。

研究成果の概要(英文)：The systems modeled by partial differential equations are called distributed parameter systems. The purpose of this research project is to develop a systematic method to design stabilizing controllers for distributed parameter systems. To this end, we have focused on state transformations with discontinuity in a certain sense. We derived stabilizing controllers for parabolic systems with spatially distributed control input, boundary-coupled parabolic systems, and hyperbolic systems as a mathematical model of time delay in the control input. The decay rate of the closed-loop system under the proposed controller is arbitrary assignable.

研究分野：制御工学

キーワード：制御理論 分布定数系 偏微分方程式 状態変換 安定化

1. 研究開始当初の背景

流体・柔軟構造物などの連続体の運動、熱伝導をはじめとした物理量の輸送、電磁場などの動特性は偏微分方程式によってモデル化され、そのような要素を含むシステムは分布定数系と呼ばれる。分布定数系の制御理論はその工学的重要性から古くから研究が行われてきた。しかしながら、従来の研究結果の多くは、通常の常微分方程式でモデル化されるシステム（集中定数系）に対する線形制御理論の拡張としての一般論の確立に主眼がおかれたものが多く、理解のためには高度な数学的知識が必要とされ、実用レベルの具体的な制御器設計論の確立については十分とはいえない状況であった。一方、近年のアクチュエータ・センサ技術の発展により、分布定数系に対するより高度な制御の需要が増加している。この需要に応えるためには、具体的かつ系統的な制御器設計論の確立が必要不可欠である。

集中定数系における線形制御理論では、状態変換によって、制御対象の状態方程式を、可制御正準形をはじめとした制御器設計が容易な形に変換することができる。一方、これまでの分布定数系制御理論の研究においては、近年提案されたバックステップング法を除いて、状態変換を積極的に用いることはほとんどされてこなかった。バックステップング法は、ある特殊な形の状態変換を用いた制御器設計理論であり、対象を制限するかわりに、系統的に制御器の設計が可能となっている。申請者は、このバックステップング法から着想を得て、より広いクラスの状態変換を用いて、分布定数系の制御器の設計を行うことを考えた。

2. 研究の目的

本研究では、分布定数系に対して、具体的かつ構造的な制御系設計論を構築することに主眼を置く。特に、状態変換を積極的に使用したアプローチを発展させることを目的とする。手順の概要を図1に示す。制御対象は、通常物理法則などによって得られる標準的な状態方程式（偏微分方程式）モデルをもっている。その方程式に状態変換を適用し、別の方程式による表現を得る。特に、制御器設計が容易な集中定数系に対する可制御正準形に似た構造をもつ形へ変換することを考える。変換後の状態変数は必ずしも物理的に意味のある量になっている保証はなく、その表現に基づいた制御器では、実装に適していない可能性がある。そのため、逆変換を適用することで、元の表現に対する制御器を得る。

集中定数系の場合と異なり、制御対象のクラスによって、変換可能な正準形は異なることが予想される。例えば、放物型方程式を双曲

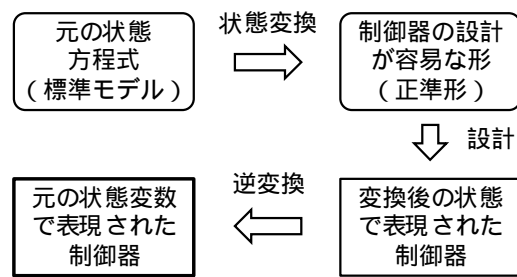


図 1: アプローチの概要

型方程式に変換することは不可能と考えられる。さらに、状態変換といっても高々有限個の自由度しかない集中定数系の場合と比べ、その自由度は相当高くなる。よって、明らかにすべきことは次の2点である。

- (1) 制御対象が与えられたときに、ふさわしい正準形とはどのようなものか。
- (2) そのような変換を達成する状態変数の具体的な形とその可逆性。

3. 研究の方法

状態変換を陽に扱うため、扱う対象を物理的性質によってある程度制限して研究を進める。具体的には、熱伝導などの拡散現象のモデルである放物型偏微分方程式、もしくは波動現象のモデルである双曲型偏微分方程式によって記述される分布定数系である。いずれにおいても、同じ型の方程式から正準形としてふさわしい表現を探っていく。また、既に述べたように変換の自由度が非常に高いため、積分型・微分型の変換を主に扱う。

研究を進める上で、分布定数系に対するバックステップング法の提案者であるカリフォルニア大学サンディエゴ校のミロスラフ・クリスティッチ教授とは協力関係にあり、有益な助言を頂いた。

4. 研究成果

主たる研究成果は以下の四つである。

- (1) 空間に分布した制御入力をもつ放物型分布定数系の安定化

制御入力が空間領域内で分布的作用する放物型分布定数系に対して、微分型の状態変換を用いた制御器設計法を導出した。用いた状態変換は、システム作用素に関連した2階の微分作用素として得られるものである。この変換により、あるクラスの空間分布入力は境界入力へと変換される。興味深い点は、この変換は、線形かつ可逆ではあるが、連続な写像となっていないことである。これは、集中定数系を扱う場合に決して生じることのない現象である。

(2) 境界で互いに結合された放物型分布定数系の安定化

積層物体中の熱伝導を考えると、各層内の温度分布の挙動は個別の放物型偏微分方程式によってモデル化されるが、層間の熱収支については、接続部の境界条件として表現される。結果として、境界結合放物型偏微分方程式が数理モデルとして得られる。本研究では、二つの異なる放物型分布定数系の境界結合系に対して、バックステッピング法で用いられる第2種 Volterra 型の積分変換を用いた安定化境界制御器の設計法を導出した。

実は、そのような状態変換は、そのまま適用するだけでは安定化制御器を得ることはできない。これは、結合境界において、方程式中の係数が不連続的に変化することに起因する。そのため、変換に含まれる積分項の核関数に特異性を導入した。具体的には、それぞれの拡散係数の比を傾きにもつような直線上で、連続であるが微分可能でない、もしくはそもそも連続ではない核関数を用いることを提案した。これによって、安定化制御器を導くことが可能となった。

手法自身は、バックステッピング法の直接的な拡張であるが、不連続関数を積分核に用いるという点が提案手法の独創的な部分である。また、双対問題を考えることで、状態オブザーバを設計することができ、境界値のみを観測量とした、出力フィード制御器についても導出している。

(3) 非厳密フィードバック項をもつ放物型分布定数系の安定化

拡散係数に大きな差異がある連立する二つの放物型偏微分方程式に特異摂動近似を施すと、空間全体の値に依存する項である非厳密フィードバック項をもつ放物型分布定数系が得られる。そのようなシステムはバックステッピング法を適用することが出来ないクラスの一つである。申請者は第2種 Fredholm 型の積分変換を用いた制御器設計法を導出した。

Fredholm 型の変換は Volterra 型の変換よりも一般的な形をしているが、その可逆性の証明が困難となる。申請者は、対象のある係数のクラスを制限することで、変換の可逆性を示した。これにより、対象を安定化する状態フィードバック制御器を導出することに成功した。

(4) 入力伝送遅れとしての1階双曲型分布定数系の安定化

遠隔地からの制御など、通信路を介してシステムの制御を行う場合、入力の伝送遅れがし

ばしば問題となる。本研究では、入力ごとに異なる時間遅れが存在する多入力線形時不変システムの安定化を考察した。特に、時間遅れが1階双曲型偏微分方程式によって記述できることを利用し、対象を常微分方程式と入力と同じ数の双曲型偏微分方程式のカスケード系によって表現し、状態変換にもとづく制御器設計法を導出した。

用いた状態変換は、Volterra 型の積分変換に近いが、明確に異なるものである。今回の対象で問題となるのは、偏微分方程式部分の空間領域の長さは遅れの大きさであるが、それらが方程式ごとに異なることである。この問題に対処するために、積分範囲に飽和関数を用いた積分項を含む状態変換を提案した。これによって、安定化制御器の導出に成功した。得られる制御器は、結果的に状態予測制御器の構造をしているが、予測の仕方が従来のもものと異なる。この差異により、提案する制御器では、遅れに依存しない安定条件を導くことが可能である。

最後に、上記の成果について補足しておく。すべての成果で得られる制御器では、閉ループ系の収束率を任意に指定可能である。つまり、収束率の意味で制御器の性能を事前に保証することが可能である。さらに、制御器を設計するためには、閉ループ系の収束率を指定する、ある偏微分方程式を数値的方法、シンボリック計算、もしくは解析的な手法によって解く、得られた解からゲインを求め、というように手順が明確な設計法となっており、既に述べた研究目的に合致している。また、(2)を除いて、バックステッピング法とは異なる状態変換提案している。(2)においても不連続積分核を用いるという、新しい概念が含まれている。そのため、本研究課題における成果が、バックステッピング法から始まった状態変換に基づく制御器設計法のさらなる発展に貢献するものとなっている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Daisuke Tsubakino and Shinji Hara, Backstepping observer design for parabolic PDEs with measurement of weighted spatial averages, *Automatica*, Vol. 53, pp. 179-187, 2015, DOI: 10.1016/j.automatica.2014.12.019 (査読有)

植野大輔, 野村和也, 山下裕, 部分変換を用いた境界結合放物型分布定数系の境界制御, *システム制御情報学会論文誌*, 第26巻, 第7号, pp. 277-287, 2013, DOI: 10.5687/iscie.26.277 (査読有)

椿野大輔, 状態変換に基づく分布定数系の制御器設計, システム/制御/情報, 第 57 巻, 第 7 号, 2013, <http://ci.nii.ac.jp/naid/110009625143> (査読無)

[学会発表] (計 6 件)

Daisuke Tsubakino, Federico Bribiesca Argomedo, and Miroslav Krstic, Backstepping-forwarding control of parabolic PDEs with partially separable kernels, 53rd IEEE Conference on Decision and Control, 2014 (査読有)

椿野大輔, 山下裕, 空間平均値に基づく境界結合放物型分布定数系の状態推定, 第 57 回自動制御連合講演会, 2014 (査読無)

Daisuke Tsubakino, Miroslav Krstic, and Yuh Yamashita, Boundary control of a cascade of two parabolic PDEs with different diffusion coefficients, 52nd IEEE Conference on Decision and Control, 2013 (査読有)

椿野大輔, 山下裕, 境界結合放物型分布定数系のバックステッピング境界制御, 第 13 回制御部門大会, 2013. (査読無)

椿野大輔, 野村和也, 山下裕, 境界結合放物型分布定数系の境界制御に関する一考察, 第 55 回自動制御連合講演会, 2012 (査読無)

Daisuke Tsubakino, Miroslav Krstic, and Shinji Hara, Backstepping control for parabolic PDEs with in-domain actuation, 2012 American Control Conference, 2012 (査読有)

[その他]

ホームページ等

<http://stlab.ssi.ist.hokudai.ac.jp/tsubakino/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

椿野大輔 (TSUBAKINO, Daisuke)

北海道大学・大学院情報科学研究科・助教
研究者番号 : 00612813