

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 4 月 21 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24760334

研究課題名(和文)非線形偏微分方程式のモデル予測制御系設計の研究

研究課題名(英文)Study of Model Predictive Control for Nonlinear Partial Differential Equations

研究代表者

橋本 智昭 (Hashimoto, Tomoaki)

大阪大学・基礎工学研究科・助教

研究者番号：90515115

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：非線形偏微分方程式で記述される制御対象に対する系統的な制御系設計手法はこれまでに確立されていなかった。本研究では、モデル予測制御と呼ばれる最適フィードバック制御手法に基づいて、非線形偏微分方程式で記述される幅広いシステムクラスに対して系統的な制御系設計手法を構築した。さらに、本研究で提案された新しい制御系設計手法を、非線形拡散方程式、ナビエ・ストークス方程式、シュレディンガー方程式、波動方程式など様々な応用例に適用し、数値シミュレーションによりその有効性を確認した。

研究成果の概要(英文)：So far, no systematic control design methods have been proposed for nonlinear partial differential equations. In this study, based on model predictive control which is a kind of optimal feedback control method, a systematic control design method was established for a wide class of systems described by nonlinear partial differential equations. Furthermore, the proposed method was applied to nonlinear diffusion equations, Navier-Stokes equations, Schrodinger equations, wave equations, and so on. Consequently, the effectiveness of the proposed method was verified by numerical simulations.

研究分野：工学

キーワード：制御工学 システム工学

1. 研究開始当初の背景

ある動的システムの状態量が空間変数と時間変数の両方によって特徴付けられる場合、システムの状態方程式は偏微分方程式で記述される。例えば、流体システム、熱システム、化学システム、生物システムなどにおいて発生する多くの現象は、偏微分方程式によってモデル化されることが知られている。近年、偏微分方程式で記述される動的システムに対して、その制御系設計に関する数多くの研究成果が報告されている。線形偏微分方程式で記述されるシステムに対しては、システムの可制御性や安定性など、制御系設計の上で重要となる様々な知見が既に明らかになっている。一方、非線形偏微分方程式で記述されるシステムに対しては、いくつかのクラスを対象システムを限定して、その制御系設計法が提案されている。しかしながら、これまでの研究では、システム方程式の係数が定数または空間変数依存の関数に限定されており、システム方程式の係数が状態変数に依存するような非線形偏微分方程式に属するシステムクラスに対しては、有効な制御系設計法が提案されていない。より一般化されたシステムクラスに対して新たな制御系設計手法を構築することができれば、その応用範囲が拡張されるため、一般化された非線形偏微分方程式の制御系設計問題は挑戦的でありかつ重要な課題である。

近年、最適フィードバック制御手法の一種として知られるモデル予測制御手法は、応用性が高いという観点から注目されている。最適制御問題とは、ある評価関数と拘束条件を設定して、拘束条件を満たしかつ評価関数が最小となるような制御入力を求める問題である。モデル予測制御問題とは、有限時刻未来までの評価関数を設定し、その評価関数があるサンプリング時間間隔で移動すると同時に、時々刻々とその評価関数が最小となるような制御入力を逐次決定する問題である。非線形常微分方程式で記述される制御対象に対して、そのモデル予測制御問題を高速に解く数値解法が既に考案されている。しかしながら、非線形偏微分方程式に対するモデル予測制御系設計法はこれまでに提案されていない。モデル予測制御手法の適用範囲を非線形常微分方程式から非線形偏微分方程式に拡張することは、工学的応用上、非常に意義深いと考えられる。

2. 研究の目的

研究成果の普遍性を追求し、一般化された制御理論の問題に取り組み、得られた結果が幅広い応用性を持つことを目的としている。非線形偏微分方程式で記述される制御対象に対して、最適フィードバック制御手法の一種として知られるモデル予測制御系設計手法を考案する。空間変数及び状態変数の高次元化かつ拘束条件の導入により、一般化され

た非線形偏微分方程式のモデル予測制御問題を定式化し、その効率的な数値解法を構築することを目的とする。一般化された制御対象モデルに対して、新しい制御系設計手法を確立することによって、その方法論を社会の様々な分野へ応用することを目的とする。

3. 研究の方法

空間変数と状態変数の次元を高次元化(一般化)し、さらに、空間変数と時間変数による偏微分回数を一般化することにより、一般化された非線形偏微分方程式を制御対象モデルとして導入する。

終端コスト関数とステージコスト関数から評価関数を一般形式で記述する。さらに、拘束条件と境界条件を一般形式で導入する。以上により、非線形偏微分方程式で記述された幅広いシステムクラスに対して、一般化された最適制御問題の定式化が行える。

最適制御問題を解くために、停留条件と呼ばれる評価関数が最小となるために満たすべき必要条件を解析的に導出する。この導出過程においては、部分積分と変分法を有効活用する必要がある。

導出された停留条件を解析的に解くことは困難であるため、その数値解法を構築する。既存の数値解法の簡素化を図り、より高速なアルゴリズムを新たに構築する。問題によっては、偏微分方程式の差分法と最適化問題の連続変分法を組み合わせた新しい数値解法を考案する。

本研究で確立された新しい制御系設計手法を非線形拡散方程式、ナビエ・ストークス方程式、シュレディンガー方程式、波動方程式など様々な応用例に適用し、数値シミュレーションによりその有効性を確認する。

4. 研究成果

(1) 平成 24 年度の研究成果

高次元化された空間変数及び状態変数を用いて、一般化された非線形偏微分方程式で記述される制御対象モデルを導入し、そのモデル予測制御問題の定式化を行った。また、変分法を用いて、停留条件と呼ばれる、評価関数が最小となるために満たすべき必要条件を解析的に導出した。導出された停留条件が適当な仮定のもとでは、未知変数に関してシンプルな構造をもつことに着目して、既存の手法より効率的な数値解法を構築した。さらに、最適性誤差と計算負荷の間にトレードオフの関係があることを定理により証明した。これにより、設計要求に応じて、最適化計算の反復回数を解析的に定めることが可能となる。

(2) 平成 25 年度の研究成果

前年度の実験結果では、放物型非線形偏微

分方程式のモデル予測制御系設計手法及び縮小写像法と呼ばれるモデル予測制御問題の高速数値解法を構築した。一方、Navier-Stokes 方程式は運動量保存式と質量保存式から構成されており、運動量保存式は放物型非線形偏微分方程式で記述されるが、圧力を表す未知変数を含んでいる。この圧力変数は連続の式と呼ばれる質量保存式(拘束条件)によって決定される未知パラメータである。Navier-Stokes 方程式の数値解法の代表例として SMAC 法(Simplified Marker and Cell method)がある。SMAC 法とは、連続の式が満足されるように逐次未知圧力パラメータをアップデートしながら、流速変数からなる運動量保存式を解く計算方法である。連続の式(拘束条件)の取扱いが特殊であるため、前年度までに構築されたモデル予測制御系設計手法が直接、単純に適用できるわけではない。そこで、本年度の取り組みとして、Navier-Stokes 方程式のモデル予測制御問題を適切に定式化し、解析的にその停留条件を導出した。得られた停留条件に対して Navier-Stokes 方程式の数値解法でよく用いられるスタッガードメッシュ(staggered grid)を採用し、その差分化を行った。導出された停留条件において、共状態に関する時間発展方程式とその拘束条件が、Navier-Stokes 方程式の運動量保存式と質量保存式と各々双対な関係であることに着目して、SMAC 法と縮小写像法を組み合わせることによって、Navier-Stokes 方程式のモデル予測制御問題を解くための新しい数値解法を構築した。

(3) 平成 26 年度の研究成果

当年度までに確立された放物型非線形偏微分方程式のモデル予測制御系設計手法を、他のクラスの非線形偏微分方程式に適用できるように拡張した。まず、シュレディンガー方程式と呼ばれる複素状態変数を用いて量子ダイナミクスを記述する支配方程式に対して、同様にモデル予測制御系設計問題の定式化を行った。評価関数を複素状態変数とその共役複素数の内積で記述することにより、適切に問題の定式化を行い、これまでの研究成果と同様にして、変分法と部分積分を有効活用することにより、最適制御問題における停留条件を解析的に導出した。さらに、前年度までに確立された停留条件の数値解法に基づいて、シュレディンガー方程式のモデル予測制御問題の数値解法を構築した。シュレディンガー方程式とは異なり、双曲型の非線形偏微分方程式に対しても同様にして、モデル予測制御系設計手法を考案した。時間に関する 2 階微分を含むシステムモデルに対して、変数変換により放物型のモデル予測制御系設計問題に帰着できることを示し、これまでに得られた研究成果と同様にして、双曲型非線形偏微分方程式のモデル予測制御系設計が可能であることを明らかにした。

熱流体システムの温度制御問題にモデル予測制御手法を適用し、その際の温度の時間変化の様子を図 1 に示す。さらに、そのときの流速の時間変化の様子を図 2 に示す。数値シミュレーションにより、提案手法の有効性を確認することができた。

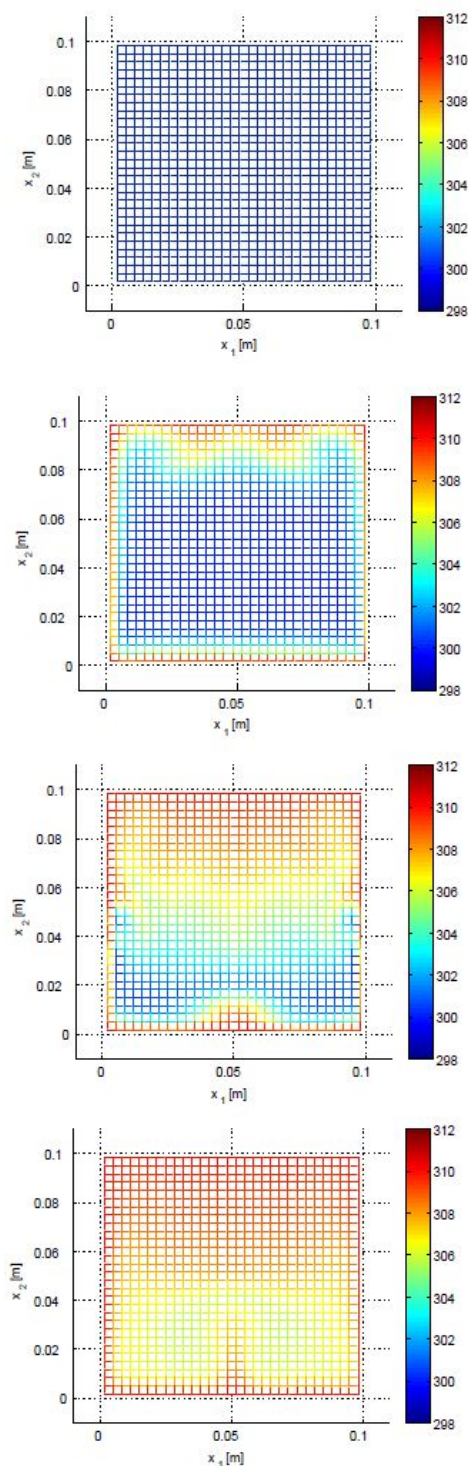


図 1 : 熱流体システムの温度の時間変化

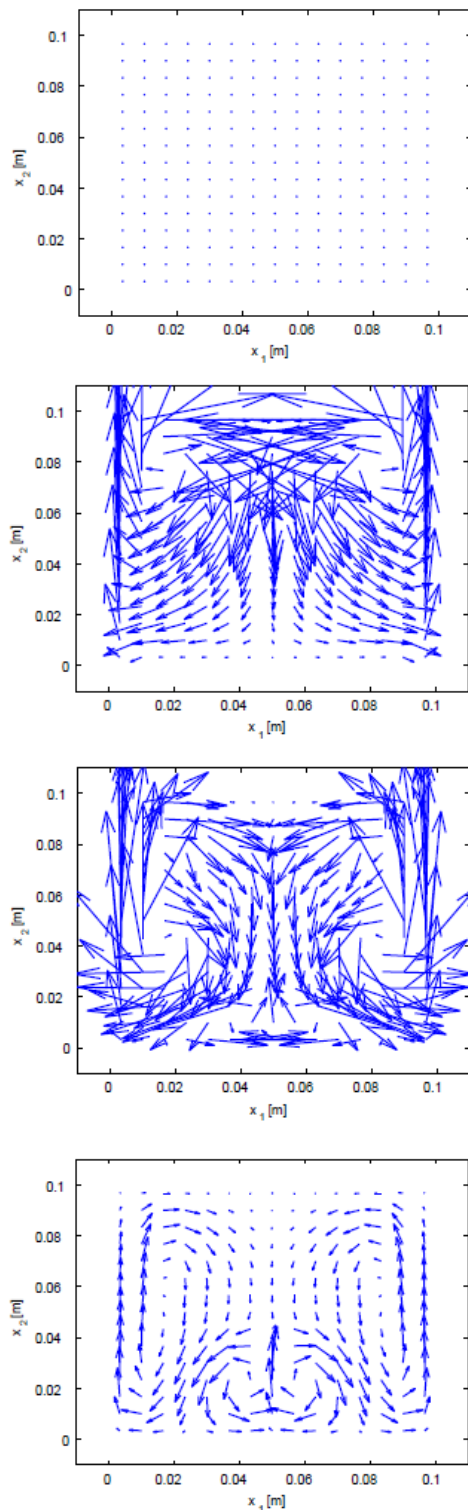


図 2 : 熱流体システムの流速の時間変化

5 . 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

Tomoaki HASHIMOTO: Receding Horizon Control for a Class of Discrete-time Nonlinear Implicit Systems, Proceedings of

the 53rd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 5089-5094, 2014, 査読有.

Ryuta SATOH, Tomoaki HASHIMOTO and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control for Mass Transport Phenomena in Thermal Fluid Systems, Proceedings of the Australian Control Conference, pp. 273-278, 2014, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yusuke FUKUI and Toshiyuki OHTSUKA: Model Predictive Control for Nonlinear Wave Equations, The IPSI BgD Transactions on Advanced Research, Vol. 9, pp. 2-6, 2013, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yusuke Yoshioka and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control for Hot Strip Mill Cooling Systems, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 18, pp. 998-1005, 2013, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yu TAKIGUCHI and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control for High-Dimensional Burgers' Equations with Boundary Control Inputs, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Vol. 56, pp. 137-144, 2013, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yu TAKIGUCHI and Toshiyuki OHTSUKA: Output Feedback Receding Horizon Control for Spatiotemporal Dynamic Systems, Proceedings of the 9th Asian Control Conference, 2013, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yusuke Yoshioka and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control with Numerical Solution for Nonlinear Parabolic Partial Differential Equations, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 58, pp. 725-730, 2013, 査読有.

Tomoaki HASHIMOTO, Yusuke Yoshioka and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control with Numerical Solution for Spatiotemporal Dynamic Systems, Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2920-2925, 2012, 査読有.

[学会発表](計 2 件)

佐藤竜太, 橋本智昭, 大塚敏之: 熱流体の物質輸送現象に対する Receding Horizon 制御系設計, 第 57 回システム制御情報学会研究発表講演会, 2013 年 5 月 16 日, 兵庫県民会館

Tomoaki HASHIMOTO, Yusuke Yoshioka and Toshiyuki OHTSUKA: Receding Horizon Control with Numerical Solution for Thermal Fluid Systems, SICE Annual Conference, 2012 年 8 月 22 日, 秋田大学.

〔その他〕

参考URL：

<http://thashi.net/Research/FluidControl/fluidControlE.htm>

6．研究組織

(1)研究代表者

橋本 智昭 (HASHIMOTO TOMOAKI)

大阪大学・基礎工学研究科・助教

研究者番号：90515115