

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 4 月 24 日現在

機関番号：62615

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2012～2013

課題番号：24800082

研究課題名(和文) 同型性判定問題に対する近似手法の研究

研究課題名(英文) A study on approximation of isomorphism problems

研究代表者

吉田 悠一 (Yoshida, Yuichi)

国立情報学研究所・情報学プリンシプル研究系・特任助教

研究者番号：50636967

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,300,000円、(間接経費) 690,000円

研究成果の概要(和文)：与えられた二つの入力、例えばグラフや関数が、“本質的に”同じものであるかを判定する問題のことを同型性判定問題と呼ぶ。同型性判定問題は歴史のある問題であるが、その理論的な計算量については分からないことが多い。本研究では、同型性判定問題を「同じ」か「異なる」かという二者択一の問題ではなく、「どれだけ似ているか」を求める最適化問題として考え、「性質検査」と「近似アルゴリズム」という二つの考え方から新たな知見を得た。

研究成果の概要(英文)：The problems of deciding whether given two objects, such as graphs and functions, are "essentially" the same or not is called the isomorphism problems. The isomorphism problems have been studied intensively, but whether they are tractable in polynomial time remains open. In this project, I considered a variant of the isomorphism problems in which we compute how close two objects are instead of whether they are the same or not. I obtained several new results about this variant under the paradigms called "property testing" and "approximation algorithms".

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：同型性判定問題 性質検査 近似アルゴリズム 制約充足問題 割り当て問題

1. 研究開始当初の背景

二つのグラフ G, H が同型であるとは、 G の頂点のラベルを適切に置換することで、 H に一致することを言う。二つのグラフが同型かどうかを判定するグラフ同型性判定問題の計算量が P, NP 完全、その間のどれなのかは数十年来の未解決問題であり、理論計算機科学の中で最も重要な課題の一つとして残っている。同様に二つの関数 $f, g: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ が同型であるとは、 f の入力ビットのラベルを適切に置換することで、 g に一致することを言う。関数の同型性判定は、ハイパーグラフの同型性判定とみなすことができ、同様に重要な問題である。同型性判定問題に対してはこれまで主に代数的手法が用いられてきたが、その限界も見えてきている。そこで本研究では、性質検査と近似アルゴリズムという二つの新しい近似手法を用いて、同型性判定問題に取り組む。

2. 研究の目的

理論計算機科学における最重要問題の一つである同型性判定問題に対して、性質検査と近似アルゴリズムという二つの近似手法を適用する。特に、以下の三つを達成することを目指す。(1) 定数時間で検査可能な性質の特徴付けという性質検査の最終目標を達成する足がかりとする。(2) 現代的な解析手法であるスペクトル解析を同型性判定の近似アルゴリズムの解析に用いる。(3) 性質検査や近似アルゴリズムにとって“簡単に解ける”入力の特徴付けを行うことで、同型性判定の計算困難性の由来を明らかにする。

3. 研究の方法

平成24年度における研究方法を述べる。平成24年度の目標は、(1) 関数 g の同型性が定数時間で検査できる g の特徴付けを行い、(2) 同型性と似ているがより簡単な問題の近似にスペクトル解析を適用することである。

- 性質検査

まず最初に「 g との同型性が定数時間で検査可能であるようなブリアン関数 g の必要十分条件」を得る。グラフよりも関数に先に取り組むのは幾つかの先行研究が存在するからである。必要十分条件自体の検討はついており、この問題についてはカーネギーメロン大学、テルアビブ大学の研究者と共同で取り組む予定である。関数の同型性の定義として、 n ビット入力 x のラベルを入れ替える代わりに、入力 x を線形変換するというものがある。即ち、ある可逆な行列 A が存在して $f(x) = g(Ax)$ を満たす時、 f と g を同型とみなす。この定義のもとで必要十分条件を得ることも重要な問題として認識されているので同様に研究を行う。

- 近似アルゴリズム

これまでスペクトル解析が用いられてきたグラフの問題は、入力グラフ G の各頂点に対して、割り当てる値の候補の数が定数個しか無いようなものばかりであった。しかし同型

性判定問題では G の各頂点に対して H の頂点を割り当てるので、その候補数が頂点数 n となり入力長に依存する。よって既存の応用と同じようにスペクトル解析を適用するのは同型性は近似できない。そこで平成24年度は、割り当てる値の候補数が n になる問題の中で特に扱いやすい問題を研究する。問題の候補としては、頂点を一次元上に順番に並べた時の枝の(幾何的に見た時の)長さを最小化する最小線形配置問題や、向グラフを一次元上に順番に並べた時に順方向を向いている枝の本数を最大化する最大向無閉路グラフ問題がある。

平成25年度における研究方法を述べる。

- 性質検査

H との同型性が定数時間で検査可能であるようなグラフ H の必要十分条件に取り組む。関数と違って、グラフに対しては必要十分条件の検討はついていない。既存の結果として、グラフが“よく分割できる”ということが十分条件であることが知られているので、これが必要条件であるかを確認することが第一歩となる。

- 近似アルゴリズム

平成24年度に「最小線形配置問題」や「最大向無閉路グラフ問題」にスペクトル解析を利用することが達成されていれば、その知見をいかしてグラフ間の距離 $d(G, H)$ の近似にスペクトル解析を適用する。それによって $d(G, H)$ の近似が可能なグラフ H のクラスを密グラフから押し広げることができる。更にスペクトル解析の特徴として、今までの手法では扱いつらかった超多項式だが指数未満の時間で近似が可能なグラフクラスを得ることが出来るはずである。

また関数間の距離 $d(f, g)$ の近似をスペクトル解析を用いて行う。関数間の距離の近似に関しては既存研究が全く存在しないので、スペクトル解析に限らずあらゆる手法を考慮する。

同型性判定問題の計算困難性性質検査と近似アルゴリズムの研究により得られた結果から、入力グラフや関数のどんな性質が同型性判定問題を難しくしているかが分かるはずである。最終的にいかなる結果が得られるかは、それまでの結果に依存するが、現段階での目標はグラフや関数の性質と、対応する同型性判定問題の計算複雑性の間のトレードオフを得ることである。

4. 研究成果

平成24年度の結果を述べる。

本研究の目的はグラフ及び関数の同型性判定問題を近似手法によって解析を行うことである。本研究では近似手法として性質検査と近似アルゴリズムという二つの手法を想定している。性質検査では二つの入力同型であるか同型から遠いかを入力サイズに依らない定数時間で区別したい。近似アルゴリ

ズムでは二つの入力が始ど同型である時に、(最適な写像より少し悪い)殆ど同型な写像を求めたい。スペクトル解析を軸にこれらの問題を解析するのが本研究の主題である。性質検査における平成 24 年度の目標は「 g との同型性が定数時間で検査可能な関数 $g: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ の必要十分条件を得る」ことであった。ここで同型の定義として候補が二つ考えられるが、平成 24 年度はある可逆な行列 A が存在して $f(x)=g(Ax)$ と表現できる時 f と g を同型と見なす設定を考えた。この設定については上の目標を実際に達成することに成功し、その必要条件とは「 g のスペクトルノルムが定数であること」である。この成果はヨーロッパのトップ会議 ICALP'13 で発表予定である。近似アルゴリズムにおける平成 24 年度の目標は「最小線形配置問題や最大向無閉路グラフ問題にスペクトル解析を用いること」である。これも実際に達成することができ、グラフのスペクトラムとそのグラフに対して得られる近似度の関係を示すことが出来た。特に最小線形配置問題では「正規化した隣接行列において、固値が 1 に近いものが少なければ、それはよく近似出来る」ということを示した。この成果は国際会議 APPROX'12 において発表を行った。

次に平成 25 年度の結果を述べる。

まず性質検査に対する成果を述べる。アフィン変換に関して閉じている性質で、定数時間で検査可能な性質の必要十分条件を得ることに成功した。本結果は理論計算機科学の最高峰の国際会議である STOC 2014 に採択された。これは一つの分野を終わらせる結果であり、質的には、つまりどの様な性質が定数時間で検査できるかを問うだけであれば、全てを解決することに成功している。証明には調和解析の一部である高階フーリエ解析と呼ばれる高度な数学的手法を用いており、得られた必要十分条件は高階フーリエ解析における中心的な定理である分解定理が用いられている。近似アルゴリズムに対しての成果を述べる。任意の $\epsilon > 0$ に対して、 n を定数とみた時に、入力サイズの多項式時間で $(1+\epsilon)$ 近似を得るアルゴリズムを PTAS と呼ぶ。これまで様々なグラフの問題や制約充足問題に対して、入力が「密」や「距離的」である時に、PTAS が存在することが知られていた。これらの PTAS は問題ごとに個別に示されていたが、本研究ではそれに対する統一的な手法を与えた。具体的には、Sherali-Adams 緩和と呼ばれる線形緩和を利用した。自然な線形緩和に対して、機械的に制約を加えていく方法の一つが Sherali-Adams 緩和であり、加える制約の数が増えるほど精緻になるが、最適解を求めるのに時間がかかる。本研究では、頂点の置換を求める割り当て問題でも同様の手法が利用できることを示し、その特別な例として、密なグラフと距離的なグラフが与えられた時に、グラフ間の距離を $(1+\epsilon)$ 近似す

る疑似多項式時間のアルゴリズムを与えた。本結果は ITCS 2014 に採択された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 21 件)

1. A Characterization of Locally Testable Affine-Invariant Properties via Decomposition Theorems. Yuichi Yoshida. Proceedings of the 46th ACM Symposium on the Theory of Computing (STOC), 2014 年 5 月
2. Dynamic and Historical Shortest-Path Distance Queries on Large Evolving Networks by Pruned Landmark Labeling. Takuya Akiba, Yoichi Iwata, Yuichi Yoshida. Proc. 23rd International World Wide Web Conference (WWW), 2014 年 4 月
3. Linear Time FPT Algorithms via Network Flow. Yoichi Iwata, Keigo Oka, Yuichi Yoshida. Proc. 25th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 1749-1761, 2014 年 1 月
4. Parameterized Testability. Kazuo Iwama and Yuichi Yoshida. Proc. 5th Innovations in Theoretical Computer Science (ITCS), 507-516, 2014 年 1 月
5. Approximation Schemes via Sherali-Adams Hierarchy for Dense Constraint Satisfaction Problems and Assignment Problems. Yuichi Yoshida and Yuan Zhou. Proc. 5th Innovations in Theoretical Computer Science (ITCS), 423-438, 2014 年 1 月
6. A query efficient non-adaptive long code test with perfect completeness. Suguru Tamaki, Yuichi Yoshida. Random Structures & Algorithms, 2014 年
7. Generalized Skew Bisubmodularity: A Characterization and a Min-Max Theorem. Satoru Fujishige, Shin-ichi Tanigawa, Yuichi Yoshida. Discrete Optimization, 2013 年 12 月.
8. Property Testing for Cyclic Groups and Beyond. Francois Le Gall, Yuichi Yoshida. Journal of Combinatorial Optimization, 26(4), 636-654, 2013 年 11 月
9. Testing Supermodular-cut Condition. Shin-ichi Tanigawa, Yuichi Yoshida. Algorithmica. 2013 年 11 月
10. Fast and Scalable Reachability Queries on Graphs by Pruned Labeling with Landmarks and Paths. Yosuke Yano,

- Takuya Akiba, Yoichi Iwata, Yuichi Yoshida. Proc. 22nd ACM International Conference on Information and Knowledge Management (CIKM), 1601-1606, 2013年10月
11. Linear-Time Enumeration of Maximal k-Edge-Connected Subgraphs in Large Networks by Random Contraction. Takuya Akiba, Yoichi Iwata, Yuichi Yoshida. Proc. 22nd ACM International Conference on Information and Knowledge Management (CIKM), 909-918, 2013年10月
 12. Semi-strong coloring of intersecting hypergraphs. Eric Blais, Amit Weinstein, Yuichi Yoshida. Combinatorics Probability and Computing, 1-7, 2013年10月
 13. Mining for Analogous Tuples from an Entity-Relation Graph. Danushka Bollegala, Mitsuru Kushimoto, Yuichi Yoshida, Ken-ichi Kawarabayashi. Proc. 23rd International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 2064-2070, 2013年8月
 14. An Algebraic Characterization of Testable CSPs. Arnab Bhattacharyya, Yuichi Yoshida. Proc. 40th International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP), 123-134, 2013年7月
 15. Testing Linear-Invariant Function Isomorphism. Karl Wimmer, Yuichi Yoshida. Proc. 40th International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP), 840-850, 2013年7月
 16. Testing Subdivision-Freeness: - Property Testing Meets Structural Graph Theory -. Ken-ichi Kawarabayashi and Yuichi Yoshida. Proc. 45th ACM Symposium on Theory of Computing (STOC), 437-446, 2013年6月
 17. Fast Exact Shortest-Path Distance Queries on Large Networks by Pruned Landmark Labeling. Takuya Akiba, Yoichi Iwata, Yuichi Yoshida. Proc. ACM SIGMOD International Conference on Management of Data (SIGMOD), 349-360, 2013年6月
 18. Exact and Approximation Algorithms for the Constraint Satisfaction Problem over the Point Algebra. Iwata Yoichi, Yuichi Yoshida. Proc. 30th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), 127-138 2013年2月
 19. Constant-Time Approximation Algorithms for the Optimum Branching Problem on Sparse Graphs. Mitsuru Kusumoto, Yuichi Yoshida, Hiro Ito. International Journal of Networking and Computing, 192-204, 2013年
 20. Constant-Time Approximation Algorithms for the Optimum Branching Problem on Sparse Graphs. Mitsuru Kusumoto, Yuichi Yoshida, Hiro Ito. Proc. 3rd International Conference on Networking and Computing (ICNC), (69), 1-6, 2012年12月
 21. Partially Symmetric Functions are Efficiently Isomorphism-Testable. Eric Blais, Amit Weinstein, Yuichi Yoshida. Proc. 53rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS), 551-560, 2012年10月
- 〔学会発表〕(計 6件)
1. A Characterization of Locally Testable Affine-Invariant Properties through Decomposition Theorems. 吉田悠一. ELC 平成25年度第2回領域会議, 2013年11月
 2. Testing Subdivision-Freeness: - Property Testing Meets Structural Graph Theory -. Yuichi Yoshida. コンピューテーション研究会, 2013年5月
 3. 制約充足問題に対する頑健な近似アルゴリズム. Yuichi Yoshida. COMP学生シンポジウム, 2013年3月.
 4. Robust approximation of CSPs: Universal algebra meets optimization. Yuichi Yoshida. ELC Tokyo Complexity Workshop, 2013年3月.
 5. Partially Symmetric Functions are Efficiently Isomorphism-Testable. Yuichi Yoshida. コンピューテーション研究会, 2012年9月
 6. 制約充足問題に対するサブリニアタイムアルゴリズム. Yuichi Yoshida. 第24回RAMPシンポジウム, 2012年9月
- 〔図書〕(計 0件)
- 〔産業財産権〕
出願状況(計 0件)
- 名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況（計 0件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者
吉田悠一（ Yuichi Yoshida ）

研究者番号：50636967

(2)研究分担者
（ ）

研究者番号：

(3)連携研究者
（ ）

研究者番号：