

# 平成25年度(基盤研究(S))研究概要(採択時)

## 【基盤研究(S)】

### 総合系(情報学)



## 研究課題名 計算代数統計による統計と関連数学領域の革新

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

たけむら あきみち  
竹村 彰通

研究分野： 情報学

キーワード： 統計的推測、計算代数統計

### 【研究の背景・目的】

本研究の目的は、近年発展の著しい計算代数統計の分野の発展を加速することにより、数理統計学全般を代数的手法によって変革するとともに、統計学から提示される具体的な諸問題の研究により、可換環論やD加群理論などの関連する数学領域の研究においても変革をもたらすことである。

研究代表者および研究分担者(日比孝之、高山信毅)のこれまでの共同研究で、統計学および関連する数学領域における目覚ましい成果が得られており、次の世代の研究者の層も厚くなってきている。統計学者と数学者が密に協働する共同研究グループは国際的にも類を見ないものであり、このグループの研究を加速することによって、統計学全般及び関連する数学領域の革新を国際的に先導することを目指す。

### 【研究の方法】

竹村・日比・高山は、それぞれの研究グループの分野の専門性を生かしつつ、統計学の提供する諸問題を共同で研究する中から、統計学及び関連する数学的領域の双方にとって新たな展開をもたらす。具体的には、従前から大きな進展を見せてきた離散指数型分布族にとまなうトーリックイデアルの研究をさらに発展させ、また最近になって共同研究のブレークスルーとなったホロノミック勾配法の展開を加速する。竹村は、統計学における重要な問題で代数的な手法が有効な問題を提起し、日比はトーリックイデアルの代数的観点からの解決を与える。また高山は微分作用素環の観点からの解決を与えるとともに、代数計算ソフトへの実装をおこなう。

ホロノミック勾配法においては、微分作用素環のグレブナー基底の理論、微分方程式の数値解法、統計的推定理論など、統計及び関連数学領域の手法を総動員して統計的モデルの解析がおこなわれる。これにより統計学の標本分布論の革新が可能となる。

### 【期待される成果と意義】

計算代数統計の分野は、1998年の Diaconis and Sturmfels の論文においてトーリックイデアルとマルコフ基底の同値性が示されて以来、統計学代数学の双方にまたがった急速な展開を見せてきた。その展開においては、トーリックイデアルに関する既存の代数学の結果が統計学に直接応用されるとともに、統計学における具体的な問題が新たな代数学の発展をもたらすという分野融合的な発展がみられた。マルコフ基底に関しては、最近も多くの結果が得られており、統計学的にも代数学的にも重要な更なる研究成果が期待される。

また竹村・日比・高山の共同研究の中から、新たな分野融合的な手法として、ホロノミック勾配法が提案された。この手法は統計学に現れる多くの確率分布関数がホロノミック関数であるという事実に基づいている。この場合、ホロノミック関数の一般論から、これらの確率分布の基準化定数や領域の確率が、パラメータの関数としてホロノミックであることがわかる。これにより、数値積分をおこなうことなく偏微分方程式の解法を用いて、最尤推定量の計算や領域確率の計算が可能となる。与えられた確率分布の基準化定数や領域確率について、それらが満たす偏微分方程式の具体形を求めるには、微分作用素環のグレブナー基底に基づくアルゴリズムを用いることができる。ホロノミック勾配法の考え方は統計学ではこれまで全く知られていなかったために、統計学の標本分布論の体系の大幅な書き換えが見込まれる。

### 【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- Satoshi Aoki, Hisayuki Hara and Akimichi Takemura. *Markov Bases in Algebraic Statistics*. Springer Series in Statistics, Vol. 199. Springer. 2012.
- Holonomic gradient method for the distribution function of the largest root of a Wishart matrix. *Journal of Multivariate Analysis*, 117, 296-312. Hiroki Hashiguchi, Yasuhide Numata, Nobuki Takayama and Akimichi Takemura. 2013.
- Graver basis for an undirected graph and its application to testing the beta model of random graphs. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 65, 191-212. Mitsunori Ogawa, Hisayuki Hara and Akimichi Takemura. 2013.

### 【研究期間と研究経費】

平成25度-29年度  
108,600千円

### 【ホームページ等】

<http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/atstat/kakenhi/h25s/takemura@stat.t.u-tokyo.ac.jp>