

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 5 月 19 日現在

機関番号：12604

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25282035

研究課題名(和文) 数理的意思決定力の育成に関するホリスティック・アプローチ研究

研究課題名(英文) A Study on Fostering Mathematical Decision-making Competency through Holistic Approach

研究代表者

西村 圭一 (Nishimura, Keiichi)

東京学芸大学・教育学部・准教授

研究者番号：30549358

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、社会的文脈において数理科学を用いて意思決定を行う、数理科学的意思決定力を育成するための教材開発の観点や授業デザインの原則を提案し、それらの実践可能性を実証的に検討するとともに、そのような授業実践を行うための教師教育に関する示唆を得ることを目的とするものである。従来の算数・数学教育では、価値観のような人間の感情が関わる問題は扱う必要はなく、あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきた面がある。本研究の成果は、それとは質の異なる算数・数学教育を提案し、その意義を示すとともに、授業原則やフレームワークにもとづく授業の実現可能性を示したことにある。

研究成果の概要(英文)：The objectives of this study are:(a) To propose key principles and insight on the design of teaching materials for mathematical decision-making competency which will enable students to make decisions by using mathematics in social contexts,(b) To examine the plausibility of such lessons empirically,(c) To suggest methods of training teachers to conduct these lessons.

Mathematics education has not dealt with problems that require value judgement. In this study we have proposed a maths education method which is qualitatively different from those in the past, and showed the significance and possibility of mathematics lessons based on the principles and frameworks which we have proposed.

研究分野：数学科教育学

キーワード：科学的社會認識 初等中等教育 意思決定 数理科学

1. 研究開始当初の背景

現代社会において、社会的な意思決定を要する多くの場面では、数理科学的な根拠に基づく意思決定がなされている。そのプロセスに参画したり批判的に検討したりする力がないと、他者の示した結論に一方向的に従うか、ただ反対の意を唱えるだけになってしまう。これでは持続可能で民主的な国の形成者に資する教育とは言えないであろう。

一方、我が国の算数・数学教育に目を向けると、特に小学校から中学校にかけて広く行われるようになってきた問題解決型の授業は、児童生徒が数学的な考え方をを用いて問題を解決し、その過程で主体的に算数・数学を創造していく学習の可能性を示すことに成功したと言える。しかし、残念ながら、現在の算数・数学の教科書にある問題のほとんどが予め正解が定められている問題であり、授業も身につけた知識・理解・技能を適用してその正解を導くことを志向していることが少なくない。この傾向は、学校段階が上がるにつれて顕著であり、実際に、数学の重要性を感じなくなったり、学習内容の増加に比べて現実事象に対する問題解決力が伸長していなかったりする実態がある。算数・数学教育に関わる者として、一方で算数・数学の重要性を切実に感じながらも、他方でこのような現状に楔を打つ教育を実現することは不可欠となっていると考える。

2. 研究の目的

本研究の目的は、複雑な社会的文脈において数理科学を用いて意思決定を行う、数理科学的意思決定力を育成するための教材開発の観点や授業デザインの原則を提案し、それらの実践可能性を実証的に検討するとともに、そのような授業実践を行うための教師教育に関する示唆を得ることである。

3. 研究の方法

本研究では、算数・数学教育学を専門とする研究者に、応用統計や産業界における品質管理、授業研究、科学教育、技術科教育を専門とする研究者、小・中・高等学校の教員や指導主事を加え、教材、授業、評価、教師教育(教員養成・現職教育)を有機的に繋げて、その相乗効果を生み出すホリスティック(全体論的)なアプローチにより、研究目的の達成を図る。

具体的には、次の第一から第五までのことを行う。

第一に、数理科学的意思決定のプロセスを明確化した上で、数理科学的意思決定の教育的意義について、社会や人間と数学、算数・数学教育における価値観、批判的思考、対話、期待利得最適化に基づく意思決定、科学技術教育の視座から考察する。

第二に、数理科学的意思決定に関する下位能力群とそのフレームワークを具体化し、そうした下位能力群やフレームワークを基盤

としながら、意思決定力を育成する授業をデザインするための原則を提案する。

第三に、数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発する観点や原則を明確にするとともに、その観点が表している意味について、具体的に検討する。

第四に、事例研究法により、上述のフレームワークや授業原則の実践可能性を検証する。具体的には、開発した教材を用いる授業を、フレームワークや授業原則に基づいてデザインする。そして、授業実践を行い、子どもの様相を詳細に記録する。

第五に、数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向を、教師を対象とする質問紙調査の結果から明らかにするとともに、教師教育への示唆について検討する。

4. 研究成果

(1) 数理科学的意思決定とその教育的意義に関する考察

「数理科学的意思決定」の過程を、「意思決定を要する現実世界の問題を数学的に定式化し、数学的処理を施し、数学的結果を得る過程を辿り、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うこと」とした。まず、現実世界の問題を数学の問題に定式化する。次に、その数学の問題に対して数学的(数理的)処理を施し、数学的(数理的)結果を得る。この過程を繰り返しつつ、複数の選択肢を創出した上で、その中から、根拠を明確にしながら合意形成を図り、何らかの決定を行うことになる。こうした一連の過程は、数学的モデル化の過程と類似しているが、数学的モデル化では、現実世界をより適切に記述する数学的モデルの構築に主眼が置かれる。それに対し、意思決定の過程では、あくまで意思決定に主眼が置かれる。つまり、幅広い選択肢の検討が質の高い意思決定につながるかと考え、基準や仮定を吟味しながら、定式化から数学的(数理的)結果までの過程を繰り返すことになる(図1)。

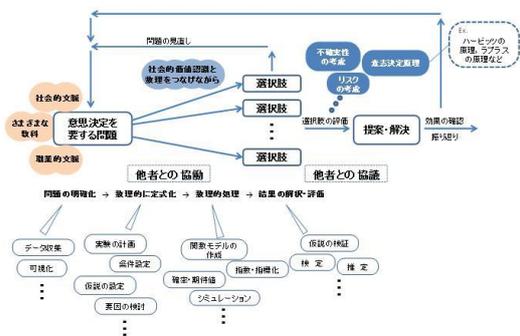


図1 数理科学的意思決定のプロセスの構想図

このような意思決定の諸活動に数理的な側面が反映する意思決定の過程では、顕在的あるいは潜在的の違いこそあれ、問題状況の

とらえ方や、問題解決に必要となる数学の選択、合意形成などの全般に渡って、当事者の様々な価値観が付与され、意思決定の質や内容を左右する。価値観のような人間の感情が関わるような問題は扱う必要はなく、あたかも世の中から独立した中立な事象を考察しているかのように振舞ってきた従来の算数・数学教育とは質の異なる算数・数学教育を指向することを明確にした。そして、このことから、数理科学的な客観的な正しい答えに導くプラトン主義的な算数・数学教育観ではなく、子どもたちが学級という社会で、子どもや教師との「対話」を通して自らの数学を構成していく社会的構成主義に立つことが要請されることを明確にした。また、「対話」には、その参加者が互いに前向きな妥協点を見出していくという特性、他者の発言に自分の考えを付与することで新たな自分の考えを創造していくという特性があり、これを含意する「他者との相互作用」により、友達の価値観を知り、価値観の多様性を知り、さらには、交流を図ることにより、「価値観の相対性」の状態にすることが意図されることを明確にした。加えて、このことは、価値観の変容をも意図することになり、批判的思考における「価値」を広げることとも共通することを示した。

次に、社会的な意思決定に目を向け、期待利得最適化に基づく意思決定を例に挙げ、許容される選択肢の中でどれを選ぶのかについては、「政治的に力のある集団」に任されることが多いが、社会全体の期待価値を最大にする基準と同様に、社会構成員の中で期待価値最小の者の期待価値を最大化する基準などが権力者によっても配慮される必要があることを論じ、本研究は、そのようなプロセスに参画したり、数理を用いて批判的に検討したりできる市民の育成に貢献しうるものであることを示した。

さらに、意思決定の対象とする文脈が科学技術に関わる場合は、そのプロセスには、数理科学のみならず「科学」や「技術」も、当事者の価値観を伴って関係することになる。「科学」や「技術」のアプローチも加えることは、数理科学的意思決定力の質を高めることになりうることを示した。

## (2) 数理科学的意思決定力に関する「フレームワーク」と「授業原則」

授業デザインや児童・生徒の能力変容に関する指標として、「授業デザインのためのフレームワーク」を提案した。それは、数学的定式化、数学的表現、数学的推論・分析、解釈・評価、数学的コミュニケーションの5つからなる「プロセス能力」と「数学的-社会的価値認識力」といった下位能力群を縦軸としつつ、それらの変容を「自己限定的」「多様性の萌芽」「社会的」の3相でとらえようとするものである。また、この変容を押し進める要因として「他者との相互作用」の軸を

設定した。その上で、「数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則」を提起した。

## 数理科学的意思決定力に関する授業デザインの原則

### 原則1〔問題状況に関する原則〕：

現実的な問題解決となるように、オープンエンドで実生活の問題を取りあげる。

### 原則2〔授業目標に関する原則〕：

各授業において育成するプロセス能力や数学的-社会的価値認識力を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて明確にする。

### 原則3〔数理科学的選択肢に関する原則〕：

数理科学的意思決定の判断指標となるような「数理科学的選択肢」の設定過程を重視する。

### 原則4〔社会的相互作用に関する原則〕：

小グループやペアーによる問題解決、教室での合意形成をできるだけ取り入れる。

### 原則5〔評価に関する原則〕：

児童・生徒の活動や授業を「授業デザインのためのフレームワーク」に基づいて評価し、授業改善や新たな授業のデザインのための示唆を導出する。

さらに、こうした理論的枠組みに基づいてデザインされた授業例を報告、考察し、理論的枠組みが授業デザインや児童・生徒の活動の分析、授業の改善点の導出にあたって、一定程度、機能することを例証した。

## (3) 数理科学的意思決定力を育成する授業に用いる教材の開発

数理科学的意思決定力を育成する授業において用いる教材を開発するための5つの観点として、(ア)問題状況、(イ)プロセス、(ウ)選択肢の創出、(エ)合意形成、(オ)数学的-社会的価値を提起し、具体的に検討した。本研究の基盤となっている『社会的文脈における数学的判断力の育成に関する総合的研究』（平成22年度～平成24年度）では、算数・数学科という教科の枠の中に、「数学的判断力」の育成に資する「授業づくり」を中心に据えて研究を進めてきた。これに対して、本研究では、EUのCOMPASSプロジェクト（環境問題という社会にも議論がわかれるテーマについて教科横断的に探究し自分なりの結論を示す教材）等の分析結果もふまえて、教科の従来の枠組みを意識せずに、「数理科学的意思決定力」の育成を図ることを第一義とした。(4)の実践授業で用いた教材は、学校や地域といった身近な文脈における意思決定を数時間単位で扱うもので、問題の文脈や意思決定のプロセスに教科横断的な視点を含むものとなっている。

## (4) 数理科学的意思決定力に関する授業デザインとその実践

開発した教材を用いて、授業デザインのた

めのフレームワークや授業原則に基づき、小学校で4つ、中学校で2つ、高等学校で2つの実践授業を行った。これらの実践授業では、児童生徒は予想を上回る価値観を表出し、多様に、活発に思考していた。また、同一の問題状況でも、児童・生徒は学校段階に応じた選択肢を創出し、これを洗練させていく活動も見られた。概要は以下のとおりである。

①「どのジャガイモを植えたらよいだろうか」

学校の農園に植えるジャガイモの品種を決める問題場面で、小学校と中学校で実践を行った。小学校の授業ではプロセス能力の「解釈・評価」に、中学校の授業では「数学的定式化」「数学的表現」「数学的推論・分析」「解釈・評価」に焦点を当てた。そして、前者では、集団の傾向と対峙させることが、「社会的」の相で説明モデルを構築する上で重要な役割を果たしたことが確認された。また、後者では、立場による基準の設定を顕在化することが、「自己限定的」もしくは「多様性の萌芽」の相から「社会的」な相への移行において重要な役割を果たしたことが確認された。

②「親しみやすいキャラクターをつくろう」

「親しみやすさ」を数値化してとらえ、それにもとづいて親しみやすいキャラクターづくりをする問題場面で、小学校と中学校で実践を行った。小学校の授業では、親しみやすさを、キャラクターの「目」の位置に絞った。プロセス能力の「数学的表現」について、はじめは「自己限定的」な様相の児童が多かったが、グループ内での話し合い等を通じて、「多様性の萌芽」や「社会的」な相へ移行する児童が確認された。中学校の授業では、親しみやすいキャラクターづくりとして、キャラクターの「目」の位置に絞った議論とともに、親しみやすさの要因を考察するなどのオープンな問いの設定の必要性が明らかとなった。

③「リクエスト給食の献立を考えよう」

アンケート結果にもとづくリクエスト給食に対する栄養士のNGに応えるため、各種資料にもとづき献立を考える問題場面で、小学校で実践を行った。プロセス能力の「解釈・評価」と「数学的コミュニケーション」に焦点を当て、授業デザインを行った。グループ内での合意形成を図る上で、献立を選択する方法に関する意思決定のプロセスが効果的であり、多くの児童が「社会的」な相で、根拠を挙げ説明したことが確認された。

④「魅力的なアイスクリーム」

小学校の授業では、アイスクリームの販売計画を立てるといふ問題場面で、高等学校では新しいアイス提案して校内コンテストを実施しようという問題場面を設定し、実践を行った。小学校での授業では、ジグソー法を取り入れ、エキスパート活動とジグソー活動を展開する中でのワークシートの工

夫とメタ的な対話の視点を設定することが、「多様性の萌芽」や「社会的」な相への移行を促しうることが確認された。高等学校の授業については、プロセス能力のうち「数学的推論・分析」に注目して分析を行った。複数の質問項目を関連させて分析する活動が、「自己限定的」から「社会的」の相への移行において重要な役割を果たしたことが確認された。

⑤「つり銭はいくら用意する？」

文化祭の模擬店のために用意するつり銭を決める問題場面で、高等学校の教科「情報」において実践を行った。グループで乱数を用いたシミュレーションを作成し、それらを相互評価することが、プロセス能力の「数学的定式化」や「解釈・評価」について、「多様性の萌芽」や「社会的」な相に移行する上で重要な役割を果たしたことが確認された。

これらにより、授業デザインのためのフレームワークや授業原則の実践可能性を例証するとともに、特に、他者との相互作用が学級における合意形成をしていく過程で大きな影響を与えることを示した。さらに、ジグソー法、グループによる協調的問題解決、生徒の自己及び相互による形成的アセスメントを取り入れた授業デザインも、数理科学意思決定における「他者との相互作用」や「対話」の促進につながり、数理科学意思決定力の育成において有効になり得ることを事例的に論じた。一方で、授業において、児童生徒が用いた算数・数学の「内容」は、授業対象の学年の学習内容に対して平易なものだった。この点に関する、数理科学的意思決定の授業を継続的に行ったときの児童・生徒の変容を明らかにすることは今後の課題である。

(5) 数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向—数理科学意思決定における教師教育の視点から—

数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方の傾向を明らかにするために、教師を対象とする質問紙調査を実施した。小・中・高・中高一貫校の合計843名の教師の回答を分析した結果、学校種や問題状況によって捉え方の傾向に違いが見られるものの、「意思決定に関わる問題」についてはおおむね肯定的な傾向が見られた。しかし、このような問題を「授業で扱う」ことの肯定的な回答は少なく、また、このような問題が「数学的な資質・能力を伸ばす」ことにつながると捉えている一方で、これを算数や数学で扱うことに否定的な捉え方も見受けられた。教師教育の視点からは、「現実性」や「解のオープン性」、そして「価値認識」にも着目した「意思決定に関わる問題」を通して数理科学的意思決定力が育成されることを示していくことが必要なことが明らかになった。

(6)今後の課題

子どもたちの学びの特性や教師の指導の工夫の有効性を明らかにし「子どもの学びの理論化」「教師の指導の工夫の理論化」を図ること、カリキュラムへの位置づけ、具体的な教師教育や教員養成のプログラムの開発などが残された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① 後藤貴裕・西村圭一 (2016), 「高等学校情報科において乱数シミュレーションによるモデル化を通じた数理科学的意思決定能力の育成を図る授業実践の事例検討」, 日本科学教育学会誌『科学教育研究』, 40-2 (掲載決定済)
- ② 清水宏幸・久保良宏・清野辰彦・長尾篤志・西村圭一 (2015), 「数理科学的意思決定力の育成に関する調査研究」, 日本数学教育学会誌『数学教育』, 97-9, pp. 2-12
- ③ 櫻井順矢 (2015), 「数理科学的意思決定の過程を重視した授業に関する研究ー「バスケットボールの選手を選ぼう」を例にしてー」, 日本数学教育学会『数学教育』, 97-5, pp. 2-10.
- ④ 西村圭一・松原憲治・上野耕史 (2015), 「科学技術的意思決定能力の育成をめざす教科横断的アプローチに関する研究ーCOMPASS教材の分析を通してー」, 日本科学教育学会誌『科学教育研究』, 39-2, pp. 77-85
- ⑤ 山下雅代・新井健使・西村圭一・鈴木和幸 (2015), 「データに基づく問題解決プロセスとその教材の開発ー緑茶の官能データ分析を例にー」, 日本教材学会誌『教材学研究』, 26, pp. 23-32

[学会発表] (計8件)

- ① 西村圭一 「数理科学的意思決定力を育む算数・数学の授業の展望」, 日本数学教育学会第3回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望(2)』 2015年6月28日 東京理科大学 (東京都)
- ② 山口武志・西村圭一 「授業実践による数理科学的意思決定力に関する水準表の記述性および規範性の検証」, 日本数学教育学会第3回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望(2)』 2015年6月28日 東京理科大学 (東京都)
- ③ 松崎昭雄 「数理科学的意思決定力を育成する授業デザインの構想ープリコンセプションの変容と説明モデルの暫時的変化への着目ー」, 日本数学教育学会第3

回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望(2)』 2015年6月28日 東京理科大学 (東京都)

- ④ 久保良宏・長尾篤志 「数理科学的意思決定力の育成に関する算数・数学科教師の捉え方」, 日本数学教育学会第3回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望(2)』 2015年6月28日 東京理科大学 (東京都)
- ⑤ 西村圭一 「数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望」, 日本数学教育学会第2回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望』 2014年6月29日 東京学芸大学 (東京都)
- ⑥ 山口武志 「数理科学的意思決定におけるプロセス能力と数学的-社会的価値認識力」, 日本数学教育学会第2回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望』 2014年6月29日 東京学芸大学 (東京都)
- ⑦ 清野辰彦 「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー数学的モデル化の視点からー」, 日本数学教育学会第2回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望』 2014年6月29日 東京学芸大学 (東京都)
- ⑧ 青山和裕 「数理科学的意思決定におけるプロセスの具体化とその検討ー統計領域の視点からー」, 日本数学教育学会第2回春期研究大会 創成型課題研究『数理科学的意思決定力を育む数学教育の展望』 2014年6月29日 東京学芸大学 (東京都)

[その他]

ホームページ

<http://www.u-gakugei.ac.jp/~knishi/MDM/>  
<http://www.bowlandjapan.org/>

6. 研究組織

(1)研究代表者

西村 圭一 (NISHIMURA Keiichi)  
東京学芸大学・教育学部・准教授  
研究者番号：30549358

(2)研究分担者

青山 和裕 (AOYAMA Kazuhiro)  
愛知教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10400657

久保 良宏 (KUBO Yoshihiro)  
北海道教育大学・教育学部 (旭川校)・教授  
研究者番号：80344539

清野 辰彦 (SEINO Tatsuhiko)  
東京学芸大学・教育学部・准教授

研究者番号：00550740  
長尾 篤志 (NAGAO Atsushi)  
国立教育政策研究所・教育課程研究センター・教育課程調査官  
研究者番号：00353392  
松寄 昭雄 (MATSUZAKI Akio)  
埼玉大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10533292  
山口 武志 (YAMAGUCHI Takeshi)  
鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授  
研究者番号：60239895

### (3) 連携研究者

上野 耕史 (UENO Koushi)  
国立教育政策研究所・教育課程研究センター・教育課程調査官  
研究者番号：20390578  
後藤 顕一 (GOTO Kenichi)  
国立教育政策研究所・教育課程研究センター・総括研究官  
研究者番号：50549368  
鈴木 和幸 (SUZUKI Kazuyuki)  
電気通信大学・情報理工学部・教授  
研究者番号：00130071  
高橋 昭彦 (TAKAHASHI Akihiko)  
東京学芸大学・教育学部・特任教授  
研究者番号：80625442  
椿 広計 (TSUBAKI Hiroe)  
統計数理研究所・名誉教授  
研究者番号：30155436  
松原 憲治 (MATSUBARA Kenji)  
国立教育政策研究所・教育課程研究センター・総括研究官  
研究者番号：10549372

### (4) 研究協力者

青山 尚司 (AOYAMA Shoji)・小平市立小平第九小学校  
厚美 香織 (ATSUMI Kaori)・神奈川県立小田原高等学校  
新井 健使 (ARAI Kenji)・東京学芸大学附属国際中等教育学校  
上田 大悟 (UEDA Daigo)・あきる野市立増戸中学校  
小澤 真尚 (OZAWA Masanao)・筑波大学附属中学校  
久下谷 明 (KUGAYA Akira)・お茶の水女子大学附属小学校  
後藤 貴裕 (GOTO Takahiro)・東京学芸大学附属国際中等教育学校  
櫻井 順矢 (SAKURAI Junya)・山梨大学教育人間科学部附属中学校  
島田 功 (SHIMADA Isao)・日本体育大学児童スポーツ教育学部  
清水 宏幸 (SHIMIZU Hiroyuki)・山梨県教育庁義務教育課

菅原 恵美 (SUGAWARA Megumi)・札幌市立星置東小学校  
鈴木 春香 (SUZUKI Haruka)・小平市立小平第六小学校  
鈴木 侑 (SUZUKI Yu)・荒川区立汐入東小学校  
田中 紀子 (TANAKA Noriko)・愛知県立豊田西高等学校  
富樫 奈緒子 (TOGASHI Naoko) 荒川区立汐入東小学校  
中逸 空 (NAKAITSU Sora)・青稜中学・高等学校  
長崎 栄三 (NAGASAKI Eizo)・国立教育政策研究所名誉所員  
成田 慎之介 (NARITA Shinnosuke)・東京学芸大学附属国際中等教育学校  
浜田 兼造 (HAMADA Kenzo)・さいたま市立美園中学校  
本田 千春 (HONDA Chiharu)・東京学芸大学附属国際中等教育学校  
松島 充 (MATSUSHIMA Mitsuru)・広島大学附属東雲小学校  
宮崎 史和 (MIYAZAKI Fumika)・高知県教育委員会西部教育事務所  
室谷 将勝 (MUROYA Masakatsu)・荒川区立汐入東小学校  
茂木 悟 (MOTEGI Satoru)・丸森町立丸森中学校  
山下 雅代 (YAMASHITA Masayo)・電気通信大学大学院 (院生)  
吉成 優希 (YOSHINARI Yuuki)・鎌倉女学院中学校高等学校