2版

様　式　C－19、F－19、Z－19　(共通)

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 28 年　6 月　9 日現在

機関番号： １３９０１
研究種目： 基盤研究(B)（一般）
研究期間： 2013～2015
課題番号： ２５２８９０２２

研究課題名（和文） 局所共振フォノニック構造を有する制振周期構造の創成

研究課題名（英文） Studies on development of vibration damping structures with locally resonant structures

研究代表者

松本　敏郎（Matsumoto, Toshiro）

名古屋大学・工学（系）研究科（研究院）・教授

研究者番号：１０２０９６４５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　13,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、固体中に動吸振構造を有する別の材料定数を持つ固体を埋め込んだ周期構造により有効な振動遮断特性を有する構造を，トポロジー最適化に基づく数値解析を援用して創成する方法の開発を試みている。本研究では，単位構造が無限に続く周期構造に対する弾性波動の透過特性の計算を繰り返し，複雑な周期境界条件を課して固有振動数解析を繰り返して周期構造のトポロジー・形状を最適化する必要がある。音響問題に対するヘルムホルツ方程式および定常振動波動問題に対する境界要素法の定式化を行い，動吸振構造のトポロジー最適化を行うためのトポロジー導関数の導出とソフトウェア開発，数値実験による有効性の検証を行った。

研究成果の概要（英文）：In the present research, a topology optimization scheme has been proposed to design a vibration damping device based on the periodic structure. The boundary element method is expected to be very useful in the topology optimizations for wave scattering phenomena. However, the eigenvalue problems originated from the formulation by BEM become nonlinear ones. Thus, in the present study, SS method based on the contour integral defined on the complex plane for the wave numbers is applied for eigenvalue calculations based on BEM. Also, rigorous topological derivatives for Helmholtz' equation and time-harmonic elastodynamic equation are obtained to use with the level set method for the current topology optimization problems. The level set method is based on the level set function governed by a evolution equation with source term corresponding to the above obtained topological derivative. The effectiveness of the present approach has been demonstrated through numerical test examples.

研究分野：設計工学

キーワード：トポロジー最適化　共振周波数　境界要素法　トポロジー導関数　非線形固有値問題

１．研究開始当初の背景

(1)　異なる材料定数（ヤング率，密度など）を持つ異種材料が接合した構造を周期的に配置した人工的な構造（フォノニック結晶・構造）に弾性波が入斜すると，散乱波の干渉によって弾性波がすべて反射されて構造を通過できない周波数帯（バンドギャップ）が存在することが知られている．

弾性波や音波を特定の周波数について遮断できれば，高機能な防振・防音材料の開発が期待できるばかりでなく，構造のスケールによっては振動エネルギーや音響エネルギー，熱エネルギーの流路をコントロールすることが可能となることから，注目を集めている。 フォノニック結晶・構造が遮断できる振動の周波数帯は，材料の剛性と密度の比の他に周期構造のスケール（サイズ）に依存するため，通常問題となる周波数の振動や音を遮断するには構造が数 10cm のオーダーになってしまう問題点があった。フォノニック構造やフォノニック結晶と呼ばれるものは，周期構造による弾性波の複雑な散乱現象により，特定の周波数帯において互いに波を打ち消しあい弾性波を遮断するものである。このような現象は周期構造中を波動が伝播する場合すべてについて観察されるものであり，弾性波の伝播についてはフォノニック結晶として研究されるようになっている。このような周期構造のサイズは，どうしても波の波長のオーダーとなる。そこで，本研究ではトポロジー最適化の手法を用いることにより，振動遮断効果を有する基本的な周期単位構造を設計するための数理的手法の開発を試みた。

(2) 数値解析手法として無限領域を厳密に取り扱うことが可能な境界要素法が最も適している。形状設計には散乱体の形状を変更しながら定常状態の振動・波動解析を多数回繰り返す必要がある。このような解析では境界要素法が要素分割も容易であり，効率的である。また、境界要素法は大規模な解析のための高速解法の開発も容易であり、境界要素法の利点を生かした様々なトポロジー最適化問題への応用も進んでいる。しかしながら境界要素法をトポロジー最適化に利用するには，課題としてヘルムホルツ方程式，動弾性方程式の境界要素法に起因する非線形固有値問題の解法の確立，音場・弾性振動解析を多数回繰り返す必要性からの高速解法の確立，形状の修正を繰り返す際のメッシュの自動生成などが課題として存在している。

２．研究の目的

本研究では，周期構造中に母材と異なる材料特性を有する局所共振フォノニック周期構造を求めるトポロジー最適化手法を開発するために，以下のことを検討する。

(1) 単位周期構造の界面の境界条件を満足する境界要素法による効率的な音響・弾性波動解析を開発する。

(2) バンドギャップを計算するための固有振動数の計算は非線形固有値問題となる．周期グリーン関数を用いた境界要素法に対して，経路積分に基づく高精度な固有振動数解析法を開発する。

(3) 弾性介在物の形状や材料定数の最適な分布を得るためのトポロジー最適化法を開発する。本申請課題では，空孔の代わりに微小介在物を発生させるトポロジー導関数が必要となる。このトポロジー導関数と介在物形状をレベルセット関数で記述することにより，材料分布をトポロジー最適化問題として解析する新しい方法論を展開する。

(4) トポロジー最適化で必要となる形状修正過程における効率的な自動境界メッシュ作成方法を開発する。

３．研究の方法

(1) 本研究は、計算機による大規模かつ多数回の計算を伴う方法の開発であり、研究方法の主たる部分は解析に必要な数学的理論の導出、計算アルゴリズムの開発、解析ソフトウェアの開発、数値実験による検証による。その過程で、高速で大容量の計算機を多用する方法で研究を行う。

(2) 境界要素法による固有振動数解析に対しては、経路積分を用いた方法を開発する。境界要素法では、波数が非線形の被積分関数に含まれているために、得られる固有値問題は非線形の固有値問題となってしまう。これに対して一般の非線形固有値問題を波数の複素平面における経路積分で計算する方法がいくつか提案されている。本研究では、境界要素法をこの方法で用いるための理論式の展開と数値実験による有効性の検証を行う。

(3) ヘルムホルツ方程式によって支配される問題におけるトポロジー最適化問題の定式化と弾性体中に無限小の散乱体が発生したときの目的関数の変化率であるトポロジー導関数を数学的に導出する。さらに、その定式化に基づく境界要素法を用いた随伴問題とトポロジー導関数の計算アルゴリズム、およびレベルセット関数を用いた形状表現による境界メッシュの自動生成とトポロジー最適化アルゴリズムとソフトウェア開発、数値実験による検証を行う。

４．研究成果

(1) 境界要素法による固有振動数解析法を確立するためにヘルムホルツ方程式に対してブロック SS 法の定式化と数値実験を行い，有効性を検証した。

境界要素法における固有値問題の係数行列を，次式のように波数を与えて積分した形の非線形の固有値問題に帰着させた。

$$\mathbf{A}(\omega)\mathbf{x}=\mathbf{0}$$

これにブロック SS 法を適用すると、この非線形固有値問題は次のようなハンケル行列の小規模な一般化固有値問題に帰着する。

$$\mathbf{H}^{<}_{Kl} - \lambda \mathbf{H}_{Kl} = \mathbf{0}$$

ここで，ハンケル行列の成分は以下のようにして計算される。

$$f(z) = \mathbf{u}^{H}\mathbf{A}^{-1}(z)\mathbf{v}$$

$$\mu_j = \frac{1}{2\pi i}\int_C z^j f(z)\,dz$$

ハンケル行列の成分を計算するためには，周波数（あるいは波数）に対する複素平面上のジョルダン曲線 C に対して経路積分を計算するためには境界要素法を多数回解く必要があるため，高速多重極法を用いる。

ここでは，まず無限領域中に基本周期単位 L_1， L_2 を想定したときのバンド図を本方法で求めた。図 1 にその結果を示す。

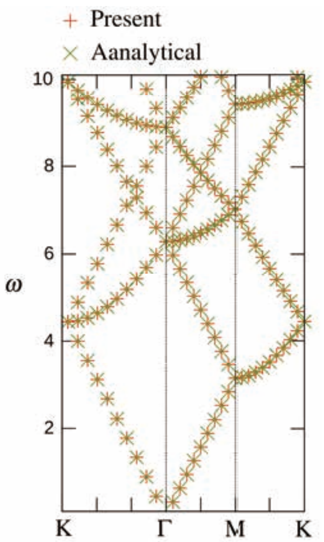

図 1 無限領域に対するバンド図

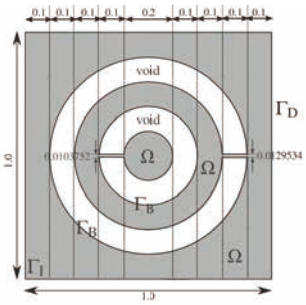

図 2　スプリットリング共振器

次に図 2 のようなスプリットリング共振器の構造の単位周期構造に対して，同様のバンド図を境界要素法を用いた本方法により求めた結果を図 3 に示す。

これらの結果に示すように，境界要素法によりヘルムホルツ方程式で支配される周期構造の振動問題に対して，固有振動解析を有効に行うことができるようになった。

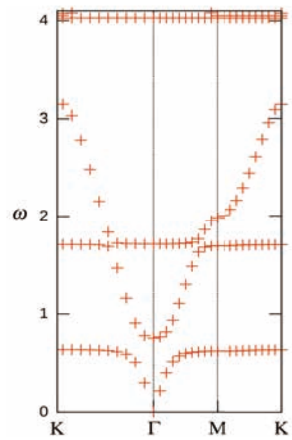

図 3 スプリットリング共振器のバンド図

(2) 定常動弾性問題の境界要素法の定式化とトポロジー導関数の導出、およびレベルセット法を用いたトポロジー最適化のアルゴリズムを開発した。図 4 に示す弾性体 Ω に対して，目的関数を以下のように考える。

$$\min \quad F = \int_{\Gamma} f(u_i, t_i)\,d\Gamma$$

$$\text{subject to} \quad C_{ijkl}u_{k,lj} + \rho\omega^2 u_i = 0 \quad \text{in } \Gamma$$

$$u_i = \bar{u}_i \qquad \text{on } \Gamma_u$$

$$t_i = \bar{t}_i \qquad \text{on } \Gamma_t$$

このとき， Ω から微小弾性体 Ω_ε を除去したときの目的関数の変化を考える。

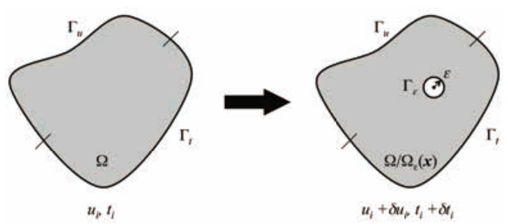

図 4 弾性体から微小弾性体の除去

このときの目的関数の変分 δF は次式に帰着することが示される。

$$\delta F = \left(\tilde{u}^0_{i,j}A_{ijkl}u^0_{k,l} - \rho\omega^2\tilde{u}^0_i u^0_i\right)\times\frac{4}{3}\pi\varepsilon^3$$

ただし， u^0_i は除去する微小領域の中心における変位， $\tilde{u}^0_i$ は同じ点における随伴問題の変位である。また A_{ijkl} はポアソン比 ν とヤング率 E を用いて次のように書ける。

$$A_{ijkl} = \frac{3(1-\nu)}{2(1+\nu)(7-5\nu)}$$

$$\times\left[\frac{(-1+14\nu-15\nu^2)E}{(1-2\nu)^2}\delta_{ij}\delta_{kl} + 5E(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk})\right]$$

随伴問題の解は，元の問題と同じ境界条件のタイプからなる次の境界値問題の解であり，境界要素法により解析できる。

$$C_{ijkl}\tilde{u}_{k,lj} + \rho\omega^2\tilde{u}_i = 0 \quad \text{in } \Gamma$$

$$\tilde{u}_i = -\frac{\partial f(u_i, t_i)}{\partial t_i} \qquad \text{on } \Gamma_u$$

$$\tilde{t}_i = \frac{\partial f(u_i, t_i)}{\partial u_i} \qquad \text{on } \Gamma_t$$

このとき，次の極限をトポロジー導関数と呼ぶ。

$$T_F = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\delta F}{\frac{4}{3}\pi\varepsilon^3} = \tilde{u}^0_{i,j} A_{ijkl} u^0_{k,l} - \rho\omega^2 \tilde{u}^0_i u^0_i$$

トポロジー最適化を行うために，物体の形状をレベルセット関数で表現する。レベルセット関数は，物体の内部で正，境界上で 0，物体外部で負の値をとるスカラー関数として定義される。レベルセット関数の分布からその 0 等値面を切り出せば物体の境界をモデル化することができる。レベルセット関数の分布は，上で求めたトポロジー導関数を非同次項とする次の発展方程式により支配されるものとする。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -K(T_F - \tau\nabla^2\phi) \quad \text{in } D$$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = 1 \qquad \text{on } D_{D1}$$

$$\phi(\mathbf{x}, t) = -1 \quad \text{on } D_{D2}$$

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial n} = 0 \quad \text{on } D_N$$

ただし，t は仮想的な時間である。この発展方程式を物体の形状を変更しながら繰り返しとくことにより，最適形状を求める。その際，それぞれのステップ毎にトポロジー導関数の値は，その物体形状における境界要素法解析を行うことによって得られることとなる。解析の流れを図 5 に示す。

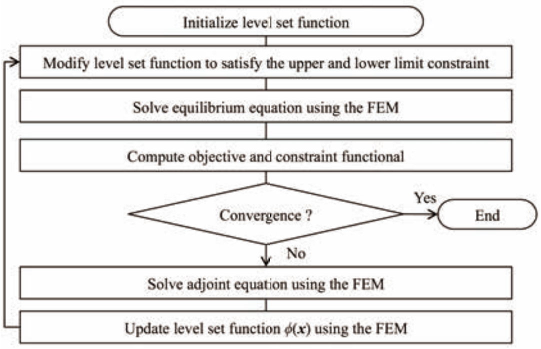

図 5 レベルセット法の流れ

開発した方法の有効性を検証するために，図 6 のような調和加振力が作用する弾性体を考えた。このとき得られた最適構造を図 7 に示す。

同様に，Helmholtz 方程式における同様の定式化を行った。有効性を検証するために，図 8 に示すような観測点における圧力の最小化を図る散乱体の構造を求めた。得られた最適構造を図 9(a)～(c)に示す。

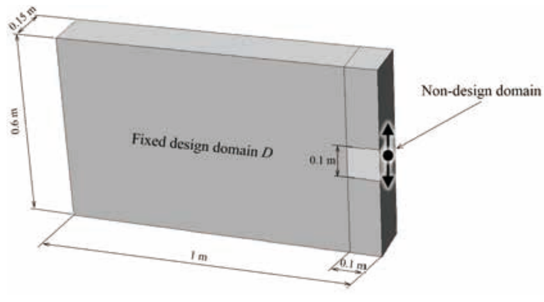

図 6 調和加振力が作用する解析モデル

図 7 得られた最適構造

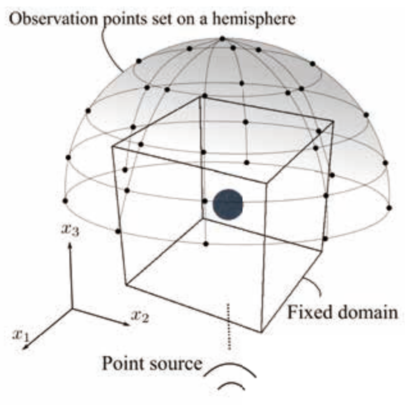

図 8 Helmholtz 方程式に対する観測点の配置

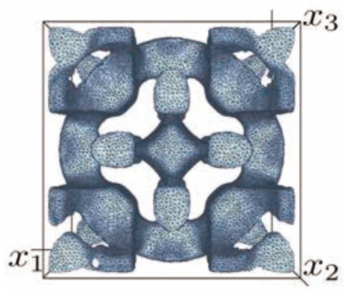

図 9(a) 最適構造 1

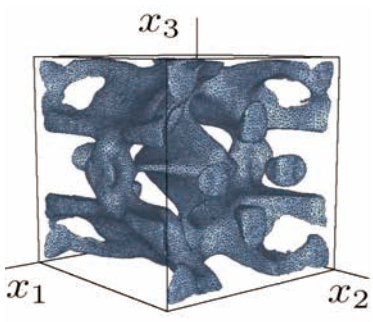

図 9(b) 最適構造 2

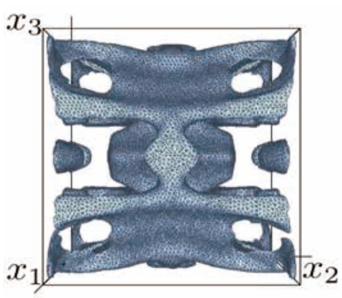

図 9(c) 最適構造 3

図 9(a)～(c)には，レベルセット関数の分布から自動的に生成した境界要素メッシュも併せて示している。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 11 件）

(1) Haifeng Gao, Toshiro Matsumoto, Toru Takahashi, Hiroshi Isakari, Analysis of band structure for 2D acoustic phononic structure by BEM and the block SS method,CMES, 査読有, Vol.90, 2013, pp.283-301.
(2) Haifeng Gao, Toshiro Matsumoto, Toru Takahashi, Hiroshi Isakari, Eigenvalue analysis for acoustic problem in 3D by boundary element method with the block Sakurai-Sugiura method, Engineering Analysis with Boundary Elements, 査読有り, Vol.37, 2013, pp.914-923.
(3) Haifeng Gao, Toru Takahashi, Hiroshi Isakari, Toshiro Matsumoto, A study on eigensolutions of 2D elastic problem by using BEM and FEM, Transactions of JASCOME, 査読有, Vol.13, 2013, pp.49-54.
(4) Haifeng Gao, Jiawei Xiang, Changjun Zheng, Yongying Jiang, Toshiro Matsumoto, BEM-based analysis of elastic banded material by using a contour integral method, Engineering Analysis with Boundary Elements, 査読有, Vol.53, 2015, pp.56-64.
(5) 近藤豊大, 飯盛浩司, 高橋徹, 松本敏郎, 3 次元音響問題におけるレベルセット法と高速多重極境界要素法に基づくインピーダンス境界を有する散乱体のトポロジー最適化, 計算数理工学論文集, 査読有, 14 巻, 2014, pp.19-24.
(6) Isakari, H., Kuriyama, K., Harada, S., Yamada, T., Matsumoto, T., A topology optimization for three-dimensional acoustics with the level set method and the fast multipole boundary element method, Bulletin of the JSME, Mehanical Engineering Journal, 査読有, Vol.1, 2014, pp.1-13.
(7) 山田崇恭, 飯盛浩司,泉井一浩, 西脇眞二, 松本敏郎, 弾性体の周波数応答問題に対するトポロジー導関数とレベルセット法に基づくトポロジー最適化, 日本応用数理学会論文誌, 査読有, 24 巻, 2014, pp.139-156.
(8) 花田萌美,飯盛浩司,高橋徹, 松本敏郎, ２次元音響問題における境界要素法を用いたインピーダンス境界を有する散乱体のトポロジー最適化, 計算数理工学論文集, 査読有, 15 巻, 2015, pp.37-42.
(9) G. Jing, H. Isakari, T. Matsumoto, T. Yamada, T. Takahashi, Level set-based topology optimization for 2D heat conduction problems using BEM with objective function defined on design-dependent boundary with heat transfer boundary condition, Engineering Analysis with Boundary Elements, 査読有, Vol.61, 2015, pp.61-72.
(10) 飯盛浩司, 北林達也, 高橋徹, 松本敏郎, Helmholtz 方程式の境界値問題に関連する固有値のトポロジー導関数と高速直接境界要素法を用いたその数値計算, 計算数理工学論文集, 査読有, 15 巻, 2015, pp.31-36.
(11) Hiroshi Isakari, Toru Takahashi, Toshiro Matsumoto, Periodic band structure calculation by the Sakurai-Sugiura method with a fast direct solver for the boundary element method with the fast multipole representation, Engineering Analysis with Boundary Elements, 査読有, Vol.68, 2016, pp.42-53.

〔学会発表〕（計 15 件）

(1) Heifeng Gao, Toshiro Matsumoto, Toru Takahashi, Hiroshi Isakari, The analysis of unidirectional trans-mission problem for elastic phononic crystal plate using BEM,第 18 回計算工学講演会, 2013 年 6 月 19 日～6 月 21 日、東京.
(2) 高海峰, 松本敏郎, 高橋徹, 飯盛浩司, BEM による 3 次元 1 周期フォノニック構造における音波伝播の解析,日本機械学会第 26 回計算力学講演会,2013 年 11 月 2 日～11 月 4 日、佐賀市
(3) H.F. Gao, T. Matsumoto, T. Takahashi, H. Isakari, Determination of band gaps of 2D elastic finite periodic structure by BEM, APCOM&ISCM013, 2013 年 12 月 11 日～12 月 14 日, シンガポール
(4) H.F. Gao, T. Matsumoto, T. Takahashi, H. Isakari,The application of BEM to

analysis of elastic phononic solids with local resonance, BeTeQ2013, 2013年7月16日～7月18日，パリ.
(5) H.F. Gao, T. Matsumoto, T. Takahashi, H. Isakari, Analysis of infinite/finite unidirectional elastic phononic structures by BEM, BEM/MRM2013, 2013年6月11日～6月13日, New Forest, UK.
(6) 高橋徹，飯盛浩司，松本敏郎, 2次元境界要素法に関する高速多重極型直接解法の実装と性能評価，第27回計算力学講演会, 2014年11月22日～11月24日, 岩手大学.
(7) 阿部史昌，飯盛浩司，境界要素法を用いた二次元動弾性問題におけるトポロジー感度解析について，第11回最適化シンポジウム2014(OPTIS2014), 2014年12月12日～12月13日，金沢大学.
(8) Hiroshi Isakari, Jaehoon Lee, Toru Takahashi, Toshiro Matsumoto, A fast direct solver for the boundary element method with PMCHWT formulation, WCCM XI, 2014年7月20日～7月25日, Barcelona, Spain.
(9) 花田萌美，飯盛浩司，高橋徹，松本敏郎，２次元音響問題におけるインピーダンス境界を有する散乱体形状のトポロジー最適化，第２０回計算工学会，2015年6月8日～6月10日，つくば国際会議場.
(10) 飯盛浩司，阿部史昌，高橋徹，松本敏郎，高速多重極境界要素法を用いた２次元動弾性学におけるトポロジー感度解析について，第２０回計算工学会，2015年6月8日～6月10日，つくば国際会議場.
(11) H. Isakari, M. Hanada, T. Matsumoto, Topological derivatives for acoustics with various boundary conditions, BeTeq2015, 2015年7月6日～7月8日, Valencia, Spain.
(12) 花田萌美，飯盛浩司, 高橋徹，松本敏郎，２次元音場における境界要素法とレベルセット法を用いたトポロジー最適化，第25回設計工学･システム部門講演会，2015年9月23日～9月25日, 信州大学工学部.
(13) 飯盛浩司, 榛葉祐太，高橋徹，松本敏郎，２次元音場における境界要素法とレベルSS法と境界要素法を用いたフォノニックバンド計算とその高速化について，第28回計算力学講演会，2015年10月10日～10月12日，横浜国立大学.
(14) 近藤豊大，飯盛浩司, 高橋徹，松本敏郎，3次元音響問題における吸音材のトポロジー最適化, 第28回計算力学講演会，2015年10月10日～10月12日, 横浜国立大学.
(15) 花田萌美，飯盛浩司, 高橋徹，松本敏郎，２次元音響問題における形状に依存した目的関数に対するトポロジー最適化，第28回計算力学講演会，2015年10月10日～10月12日，横浜国立大学.

〔図書〕（計０件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計０件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
松本　敏郎（MATSUMOTO, Toshiro）
名古屋大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：10209645

(2)研究分担者
山田　崇恭（YAMADA, Takayuki）
京都大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：30598222

飯盛　浩司（ISAKARI, Hiroshi）
名古屋大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：50638773

高木　賢太郎（TAKAGI, Kentaro）
名古屋大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：60392007

(3)連携研究者
(　　　)

研究者番号：