

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 6 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25289127

研究課題名(和文)量子フィードバック制御による光の非ガウス状態の生成

研究課題名(英文)Optical non-Gaussian state generation via quantum feedback control

研究代表者

津村 幸治 (Tsumura, Koji)

東京大学・情報理工学(系)研究科・准教授

研究者番号：80241941

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 6,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、量子情報技術で必要とされる非古典的な非ガウス状態を、汎用的でノイズ・モデル化誤差に対して頑健な量子フィードバック制御により生成する理論と手法を確立することである。本研究では容易に実現可能な光学系に対し、量子制御理論に基づく非線形量子フィードバック制御を施すことによって実現することを考え、その具体的な手法を与えることに成功した。具体的には、(1)非古典的非ガウス状態を実現する光学系(含む観測系・操作系)の提案、(2)(1)の光学系の振る舞いを説明する数理モデルの導出、(3)数値実験による、(2)の数理モデルに基づく非古典的非ガウス状態生成の確認、の結果を得た。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research is to establish a theory and methods for generating optical non-classical non-Gaussian state, which is used for quantum information technology, via quantum feedback control, which is easily constructed with reliable devices and robust for noise and model error. In this research, we propose to apply nonlinear quantum feedback in order to generate optical non-classical non-Gaussian state. In details, we have derived the following results; (1) to propose a new optical system with homodyne measurement and phase-control actuation for quantum feedback control, (2) to derive a reasonable mathematical model, which is composed of stochastic differential equations, in order to represent the time evolution of the quantum state, (3) to verify and confirm generating non-classical non-Gaussian state by numerical simulations. We furthermore analyzed and discussed the effective initial conditions on the quantum state for generating Wigner-function negativity.

研究分野：制御工学

キーワード：制御理論 量子光学 数理物理

## 1. 研究開始当初の背景

量子光学系は、量子計算、量子通信などの量子情報システムの実現のための重要なシステムの1つであり、量子テレポーテーションをはじめ、様々な非古典力学的な理論および実験の研究が行われてきた。とくに困難な問題は、光の非古典的な非ガウス状態の生成であるが、それを用いることにより、量子情報処理は飛躍的に向上することが分かっており、この状態の生成・操作のための理論・実現方法の確立は、応用上極めて重要である。このような光の非ガウス状態の生成・操作の実現に向けての一つのアプローチは、特殊なデバイスを作成することによるハードウェア設計問題であり、主として基礎物理学の研究分野で行われている。しかし、このようなアプローチの多くの場合はコストの問題や装置の調整・維持の難しさがあり、かつフィードバックによる状態生成を行うために、ノイズやモデル化誤差に対する頑健性も小さい。

以上の状況に対し本研究では、量子光学系で汎用的に用いられるデバイスを組み合わせ、一方で量子フィードバック制御による非線形効果を用いることによって、光の非古典的な非ガウス状態を生成することを考えた。このようなシステム論的アプローチにより、コストや装置の調整・維持の問題を解消し、かつフィードバック制御によってモデルの不確かさやノイズの影響に対するロバストネスを確保することが可能となる。

我々の研究グループはこれまで、実システムへの適用を考慮した量子制御理論の確立を目的とする科研費を獲得し研究を続けてきた。それによりカルマンフィルタを伴った光学系に対するアダプティブ測定によって、古典的測定限界を超える実験結果とその理論的根拠を得ることに成功した(Science, 2012年9月号)。この重要な結果は、「光量子系におけるフィードバック制御理論の有効性が、実験によって検証された」という意味を持ち、より困難な課題、つまり本研究提案で考える光の非ガウス状態の生成への可能性を大きく拓くものと位置づけられる。

## 2. 研究の目的

以上を踏まえ本研究では、汎用性があり構造が簡単な光学系に対し、非線形の量子フィードバック制御を施すことによって光の非ガウス状態を生成することを考えた。そのためにまず、測定系と操作系を伴った具体的な光学系のクラスを見つけ、一方でその光学系に施され、非ガウス状態を生成する量子フィードバック制御のクラスを導出することを目指した。さらに具体的な仕様を持つ実機への適用を想定し、その有効性・制御性能・汎用

性を検証することを考えた。上記の本研究の目的を達成するのに解決すべき具体的な研究課題を次とした。

課題(1) 非古典的な非ガウス状態を実現する光学系(含む観測系・操作系)のクラスの特定と設計

課題(2) 量子フィルタと制御則の導出および実現可能な非ガウス状態のクラスの特定

課題(3) 制御性能と汎用性の検証

課題(4) 課題(1)~(3)を解決するための下支えとなる量子フィルタリング理論・量子フィードバック制御理論の様々な課題の深化

## 3. 研究の方法

主目的を実現するため、「研究目的」で示した4課題を次の年次計画に従って解決するものとした。平成25年度：課題(1)(光学系のクラスの特定と設計)、平成26年度：課題(2)(量子フィルタと制御則の導出・実現可能な非ガウス状態のクラスの特定)、平成27年度：課題(3)(制御性能と汎用性の検証)。また課題(4)は全研究期間を通して、課題(1)~(3)と並行に随時行った。上記4課題の解決には、量子光学系設計、モデリング、制御器設計のエキスパートが必要であり、本研究では制御理論、量子光学、および両分野に精通した研究者からなる研究グループを構成した。各課題における主たる分担を次の通りとした。量子光学系：光学系設計、汎用性評価(大木、古澤)、モデリング：光学系(含む測定系・操作系)の数式モデル化と量子フィルタ導出(大木、津村)、制御器：量子フィルタの解析・フィードバック則の設計(津村、大木)、制御性能評価(津村、原)

## 4. 研究成果

### (1) 提案する光学系

量子光学系として次のものを提案した。まず光学系は、optical parametric oscillatorと透過ミラーからなるcavityと、そこへ照射されるpumping beam、透過ミラーを通してbeamをホモダイン測定する測定系からなる。特にpumping beamは、別途加えられる電流によって透過beamの位相を変調できるelectro-optic modulator(EOM)を通してcavityに与えられる。ここで考えているcavityとEOMは汎用の装置で容易に構成可能である。次に測定系の出力であるところの電流をEOMに与え、それを駆動する構造を取る。これにより光学系全体がフィードバック構造を有することとなる。このEOMの動作の時定数は0.1 nsのオーダーであり、cavity内の光のダイナミクスの約1000倍である。つまりcavity内のbeamの制御に十分な速度を有するフィードバック制御系が構成可能であることが示せた。

### (2) 数理モデルの導出

Cavity 内の光の量子状態の動特性を表す数理モデルを次の手順で導出した。まず、オブザーバブル、対応する量子密度作用素の時間発展は、ハミルトニアン、量子ノイズ、カップリング作用素を用いて、標準的な量子確率微分方程式として与えられる。ここで注目すべき点は、フィードバックの効果はハミルトニアンに内包されており、確率変数であるところのフィードバック信号により位相を変調させられたものであるということである。この仕組みによって cavity 内の光量子状態に非線形フィードバックを施すこととなり、これによって古典的ではない、光の非ガウス状態が生成できることが期待される。これが本研究で提案する光学系の特徴的な点である。その一方で、そのようなハミルトニアンからなる系全体の確率微分方程式は既存研究では見当たらず、本研究で新たに導出する必要があった。本研究では位相変調の効果を表す式を2種類の近似の考えで展開することにより、系全体の確率微分方程式(マスター方程式)が導出できた。

### (3) 非古典的非ガウス状態生成の検証

上記で導出した、量子状態の時間発展を表す2種類のマスター方程式を用いて、いくつかの初期状態から始まる光の量子状態の時間発展を数値実験によって計算した。本数値実験における難しさは、本来無限次元系であるところの量子状態を、有限次元近似を用いて表す必要がある点にある。本数値実験では、繰り返し検証可能という意味で実用的な計算時間内で数値実験が完了し、その一方で数値計算誤差を妥当な範囲内で抑えることのできる有限次数を見つけることを行った。非古典的非ガウス状態の生成の見極めは、量子密度作用素から導出される Wigner 関数が負の値 (Wigner-function negativity) をとるか否かで確認した。様々な初期状態から数値実験を行うことにより、フィードバック制御の動作直後から、上述の2種類のマスター方程式で Wigner-function negativity が観測され、これによって本研究で提案する光学系およびフィードバック制御則が、非古典的非ガウス状態を生成することが検証された。

(4) 初期状態による制御の効果の差異の検証  
様々な初期状態を考え、制御の動作後の Wigner-function negativity の生成の程度を検証した。具体的には位置  $x$ 、運動量  $p$  に関してそれぞれシフトした状態、あるいは  $x$ ,  $p$  それぞれにスクイズドした状態を初期状態とした。その結果、どのような初期状態からでも Wigner-function negativity が生成され、これによって提案手法が非古典的非ガウス状態生成には初期状態に対して頑健であることが分かった。また数式を通して推察された、制御フィードバックの非ガウス性生成への効果の強く表れる初期状態が存在

することが数値実験を通して確認できた。

### (5) 関連する基礎理論研究

本研究の理論面を下支えする、いくつかの量子制御に関する研究を行った。具体的には、量子フィルタリング理論、量子ネットワークシステムのフィードバック制御、量子アニーリングアルゴリズム等である。

## 5. 主な発表論文等

### [雑誌論文](計 2件)

K. Ohki, K. Tsumura, R. Takeuchi, Nonclassical state generation for linear quantum systems via nonlinear feedback control, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, Vol. 50, No.12, pp. 125503 (2017)(査読有)  
DOI:10.1088/1361-6455/aa721c

K. Ohki, An invitation to quantum filtering and smoothing theory based on two inner products, RIMS Kokyuroku, Vol. 2018, pp. 18-44 (2017)(査読有)

### [学会発表](計 17件)

R. Takeuchi, K. Tsumura, Distributed feedback control of quantum networks, IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems, September 8-9, Tokyo International Exchange Center (2016)

H. Miyahara, K. Tsumura, Relaxation of the EM algorithm via quantum annealing, The 2016 American Control Conference, 2016.7.6-8, Boston Marriott Copley Place, USA (2016)

宮原英之, 津村幸治, 確定的量子アニーリング EM アルゴリズム, 第3回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2016年3月7日-10日, 南山大学 (2016)

K. Ohki, A smoothing theory for open quantum systems: The least mean square approach, 54<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, 2015.12.15-18, Osaka International Convention Center (2015)

大木健太郎, 量子フィルタリングと量子スムージング: 最小二乗法誤差推定の視点から, 量子統計モデリングのための基盤構築, 2015.11.11-13, 京都大学 (2015)

竹内礼二, 津村幸治, フィードバック制御による量子ネットワークの合意形成,

第 2 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2015.3.4-7, 東京電機大学 (2015)

大木健太郎, 線形量子系のスムージング問題とその古典系との比較, 第 2 回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2015.3.4-7, 東京電機大学 (2015)

竹内礼二, 津村幸治, 大木健太郎, 合意形成アルゴリズムを用いたネットワーク N 次元量子系の安定化, 第 57 回自動制御連合講演会, 2014.11.10-12, 伊香保ホテル天坊 (2014)

大木健太郎, A quantum recursive least mean square estimation for past open quantum dynamical systems, SICE Annual Conference 2014, 2014.9.9-12, 北海道大学 (2014)

青山紘己, 大木健太郎, 量子ビットシステムによるスムージングと条件付き期待値, 第 58 回システム制御情報学会研究発表講演会 (SCI '14), 2014.5.21-23, 京都テルサ (2014)

大木健太郎, 量子系のスムージング問題, 量子情報の新展開, 2014.3.23-25, 京都大学 (2014)

吉永悠真, 竹内礼二, 津村幸治, 非線形制御理論に基づく多 qubit エンタングルド状態の生成手法, 計測自動制御学会第 1 回制御部門マルチシンポジウム, 2014.3.4-7, 電気通信大学 (2014)

竹内礼二, 吉永悠真, 津村幸治, 測定系と制御系の切り替えによる N-qubit エンタングルド状態の大域的確率安定化, 計測自動制御学会第 1 回制御部門マルチシンポジウム, 2014.3.4-7, 電気通信大学 (2014)

加門駿平, 大木健太郎, 合意形成アルゴリズムを用いた量子状態のボゾン化とフェルミオン化, 計測自動制御学会第 1 回制御部門マルチシンポジウム, 2014.3.4-7, 電気通信大学 (2014)

吉永悠真, 竹内礼二, 津村幸治, 多スピン qubit システムによる量子エンタングルド状態の生成: 可制御性と制御則について, 第 56 回自動制御連合講演会, 2013.11.16-17, 新潟大学 (2013)

加門駿平, 大木健太郎, 射影測定と局所フィードバック制御による量子状態の合意形成, 第 56 回自動制御連合講演会, 2013.11.16-17, 新潟大学 (2013)

大木健太郎, 量子フィルタリング理論とその量子光位相推定への応用, 高信頼制御通信研究会, 2013.6.16-17, 京都大学 (2013)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕  
出願状況 (計 0 件)  
取得状況 (計 0 件)

〔その他〕  
なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

津村 幸治 (TSUMURA, Koji)  
東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授  
研究者番号: 80241941

### (2) 研究分担者

大木 健太郎 (Ohki, Kentaro)  
京都大学・情報学研究所・助教  
研究者番号: 40639233

### (3) 連携研究者

古澤 明 (FURUSAWA, Akira)  
東京大学・大学院工学系研究科・教授  
研究者番号: 90332569

原 辰次 (HARA, Shinji)  
東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授  
研究者番号: 80134972