

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 2 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25330030

研究課題名(和文)非線形最適化問題を解くための数値解法の研究およびその実装

研究課題名(英文) Study on numerical methods for solving nonlinear optimization problems and their implementation

研究代表者

矢部 博 (YABE, HIROSHI)

東京理科大学・理学部第一部数理情報科学科・教授

研究者番号：90158056

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：大規模な無制約最適化問題に対する3項共役勾配法ならびに微分不可能な関数を含む非線形方程式系に対する共役勾配法について新しい解法を提案し、その大域的収束性を示した。また、無制約最適化問題を解くための準ニュートン法に関してメモリーレス準ニュートン法および目的関数値のみを利用する準ニュートン・パターンサーチ法も研究した。制約付き最適化問題に対して実行可能方向を生成する新しい非厳密逐次二次制約二次計画法を提案しその大域的収束性・超1次収束性を示した。さらに、画像処理などの応用分野で扱うトレース比最適化問題に対する新しい解法も提案した。以上の提案解法について数値実験を行って、実用的な有効性を検証した。

研究成果の概要(英文)：We proposed new three-term conjugate gradient methods for solving large scale unconstrained optimization problems and new smoothing and scaling conjugate gradient methods for solving nonsmooth nonlinear equations. We showed the global convergence properties of our proposed methods and investigated their numerical performance. We also proposed a quasi-Newton pattern search method based on the Broyden family as one of direct search methods for unconstrained optimization problems and discussed its convergence property. In addition, we dealt with memoryless quasi-Newton methods for large scale unconstrained optimization problems. Furthermore, we proposed an inexact sequential quadratically constrained quadratic programming method of feasible directions for constrained optimization problems, and a primal-dual exterior point method with a primal-dual quadratic penalty function for nonlinear nonconvex optimization problems. We analyzed the convergence properties of the proposed methods.

研究分野：非線形最適化

キーワード：最適化 非線形計画法 無制約最適化 制約条件付き最適化

1. 研究開始当初の背景

自然科学、工学、社会科学、生命科学などの分野で最適化問題・数理計画問題が扱われることが多々ある。最適化・数理計画法はオペレーションズ・リサーチ (OR) の主要な研究分野であるばかりでなく、多種多様な応用範囲を持つ重要な研究分野である。実際、データの当てはめ問題、最適設計、経済での均衡問題、企業経営における意思決定問題、金融工学におけるポートフォリオ選択問題、機械学習で扱われる問題などは最適化問題・数理計画問題として定式化される。こうした最適化問題を効率よく解くための数値解法の研究は近年強く望まれており、さらに変数の数や制約条件の数が非常に多い、いわゆる大規模な最適化問題を解く必要性も増えてきた。こうした理由から、数値解法の研究とそのソフトウェア開発が多く分野で望まれている。

2. 研究の目的

本研究では、上記のような社会的要請を受けて、数理計画法のうち特に非線形計画問題 (非線形相補性問題を含む) の数値解法の研究に焦点をあてる。非線形最適化問題は、制約条件のない無制約最適化問題と制約条件の付いた制約付き最適化問題とに分けられるが、この両者の問題に対する新しい数値解法の開発とその実用化を目指す。

3. 研究の方法

それぞれの研究テーマに関して現状を把握するために文献調査を行うとともに、必要に応じて国内外の学会の研究発表会やシンポジウムに出席して他大学・他機関の研究者と積極的に交流し、研究打ち合わせを行って意見交換をした。各項目の研究において、矢部・成島が共同で理論的研究とソフトウェア開発を行った。さらに研究協力者 (大学院生) と積極的に研究打ち合わせを行い、数値実験の補助をしてもらうとともに、理論的な研究

についても議論した。また、研究過程で得られた研究成果を学会・シンポジウム・国際会議等で発表した。

4. 研究成果

無制約最適化問題および制約付き最適化問題を解くための数値解法について、以下の通り研究した。研究成果の一部は最適化関連の国際会議、日本OR学会、数値解析シンポジウム、研究集会 (於統計数理研究所、京都大学数理解析研究所) 等で発表した。また、研究結果が学術論文誌や研究報文集に掲載された。

(1) 大規模な無制約最適化問題に対する数値解法として、共役勾配法、3項共役勾配法について研究した。Hager and Zhang の研究に倣って降下方向を自動的に生成する非線形共役勾配法の一般形を扱いその大域的収束性を示した。また、スケーリング付き共役勾配法についても検討し、その収束性を議論した。他方、3項共役勾配法については、セカント条件を用いてヘッセ行列の情報を組み入れた解法を提案し、その大域的収束性を示した。さらに別のアプローチとして、方向微分係数をコントロールすることが出来るような3項共役勾配法も提案した。いずれの提案解法においても数値実験比較を行ってアルゴリズムの有効性を検証した。

(2) 微分不可能な関数を含む非線形方程式を解くための3項共役勾配法に基づいた数値解法として、PRP型平滑化スケーリング共役勾配法を提案し、その大域的収束性を示した。また、数値実験比較も行った。

(3) 無制約最適化問題に対する準ニュートン法の研究として、正定値性を保存する対称ランクワン公式に注目し、修正セカント条件や多段セカント条件に基づいた解法を提案し、その収束性を解析した。また、数値実験比較を行って、有効性を検証した。

(4)大規模な無制約最適化問題を解くためのメモリーレス準ニュートン法について研究した。BFGS 公式を用いた解法は従来から研究されていたが、本研究では BFGS 公式とは別の性質を持つ対称ランクワン公式に着目して、正定値性を保存するようなサイジング付き対称ランクワン公式に基づいたメモリーレス準ニュートン法を提案し、その大域的収束性を示した。

(5)無制約最適化問題に対する数値解法は、通常は微分を用いる勾配法が主流であるが、実際の問題では目的関数値のみしか利用できないケースも多い。こうした場合のアプローチとして直接探索法がある。本研究では、パターンサーチ法に Broyden 公式族を用いた準ニュートン法のテクニックを取り入れた数値解法(準ニュートン・パターンサーチ法)を提案し、その実用性について検証した。

(6)制約条件付き最適化問題に対する逐次 2 次制約 2 次計画法について研究した。これは、従来の逐次 2 次計画法の欠点(マラトス効果)を克服するために開発された解法である。本研究では、2 次制約 2 次計画部分問題を非厳密に解く非厳密逐次 2 次制約 2 次計画法の枠組みで、毎回実行可能な探索方向を生成するような解法を提案し、大域的収束性と局所的超 1 次収束性を示した。

(7)制約条件付き非線形最適化問題に対する内点法の問題点(ウォームスタートなど)を解決するための解法として主双対外点法に着目した。シフト付き平滑化バリア KKT 条件に基づいて、微分可能な主双対メリット関数を提案した。そして直線探索手順と組み合わせで大域的収束性を証明した。

(8)画像処理などの応用分野ではトレース比最適化問題がしばしば扱われる。本研究では、トレース比最適化問題を解くための数値解法について研究した。先行研究である SCF 反復法について大域的収束するための条件を緩めるとともに、直線探索を組み入れた解

法を提案しその収束性について検討した。また、数値実験比較を行って頑健性を検証した。

(9)非線形半正定値計画問題を解くための主双対内点法を扱い、信頼領域法の枠組みで大域的収束性について議論した。

(10)2 次錐相補性問題に対する研究から派生したネットワーク上の均衡問題について研究した。特に、サプライチェーンネットワークで発生する競合状態を 2 次錐相補性問題や変分不等式問題に帰着し、均衡点の存在性や一意性を議論した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 21 件)

(1)S. Nakayama, Y. Narushima and H. Yabe, Global convergence of memoryless symmetric rank-one method for unconstrained optimization, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 387 (2017), pp. 101-115.

(2)渡邊游, 中谷啓, 矢部博, 実行可能方向を生成する非厳密逐次二次制約二次計画法の大域的収束性と超一次収束性, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 387 (2017), pp. 89-100.

(3)成島康史, 大谷亮介, 矢部博, 微分不可能な関数を含む非線形方程式系に対する PRP 型平滑化スケーリング共役勾配法の大域的収束性について, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, 査読有, 59 (2016), pp.160-183.

http://www.orsj.or.jp/~archive/pdf/j_magg/Vol.59_J_160.pdf

(4)山本哲生, 矢部博, トレース比最適化問題に対する数値解法, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 369 (2016), pp. 101-126.

(5)成島康史, 平野達也, 価格競争におけるロバストナッシュ均衡問題について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1981 (2016), pp. 66-74.

(6)M. Al-Baali, Y. Narushima and H. Yabe, A family of three-term conjugate gradient methods with sufficient descent property for unconstrained optimization, Computational Optimization and Applications, 査読有, 60 (2015), pp. 89-110. DOI: 10.1007/s10589-014-9662-z

(7)A. Kato, H. Yabe and H. Yamashita, An interior point method with a primal-dual quadratic barrier penalty function for nonlinear semidefinite programming, Journal of Computational and Applied Mathematics, 査読有, 275 (2015), 148-161. DOI:10.1016/j.cam.2014.07.024

(8)H. Yamashita and H. Yabe, A survey of numerical methods for nonlinear semidefinite programming, Journal of the Operations Research Society of Japan, 査読有, 58 (2015), pp. 24-60. http://www.orsj.or.jp/~archive/pdf/e_mag/Vol.58_01_024.pdf

(9)Y. Igarashi and H. Yabe, A primal-dual exterior point method with a primal-dual quadratic penalty function for nonlinear optimization, Pacific Journal of Optimization, 査読有, 11 (2015), pp.721-736.

(10)成島康史, 大規模無制約最適化問題に対する非線形共役勾配法とその周辺, 第27回 RAMP シンポジウム論文集, 査読無 (2015), pp. 171-184.

(11)矢部博, 稲葉洋介, 無制約最適化問題に対する準ニュートン・パターンサーチ法, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1931 (2015), pp. 47-66.

(12)Y. Narushima and H. Yabe, A survey of sufficient descent conjugate gradient methods for unconstrained optimization, SUT Journal of Mathematics, 査読有, 50 (2014), pp.167-203.

http://www.rs.tus.ac.jp/sutjmath/_userdata/50-2/04-SUTJM14-24-yabe.pdf

(13)原田耕平, 山下浩, 矢部博, 信頼領域法を利用した非線形半正定値計画問題に対する主双対内点法, 京都大学数理解析研究所講究録 1879 (2014), pp. 125-133.

(14)矢部博, 成島康史, 無制約最適化問題に対する降下方向を生成する拡張三項共役勾配法の大域的収束性, 京都大学数理解析研究所講究録 1879 (2014), pp. 144-156.

(15)H. Kobayashi, Y. Narushima and H. Yabe, Descent three-term conjugate gradient methods based on secant conditions for unconstrained optimization, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 323 (2014), pp. 122-143.

(16)柳田健人, 矢部博, 無制約最小化問題に対する修正対称ランクワン公式を用いた準ニュートン法, 統計数理研究所共同研究レポート, 査読無, 323 (2014), pp. 160-190.

(17)W. Nakamura, Y. Narushima and H. Yabe, Nonlinear conjugate gradient methods with sufficient descent properties for unconstrained optimization, Journal of Industrial and Management Optimization, 査読有, 9 (2013), pp.595-619.

DOI: 10.3934/jimo.2013.9.595

(18)K. Sugawara and H. Yabe, A modified scaling BFGS method for nonconvex minimization, SUT Journal of Mathematics, 査読有, 49 (2013), pp.47-78.

http://www.rs.tus.ac.jp/sutjmath/_userdata/49-1/05-Sugawara-Yabe.pdf

〔学会発表〕(計27件)

(1)中山舜民, 成島康史, 矢部博, Memoryless quasi-Newton methods based on Broyden family with sufficient descent property for unconstrained optimization, 研究集会「最適化：モデリングとアルゴリズム」, 統

計数理研究所(東京都立川市), 2017年3月24日.

(2)平野達也, 成島康史, 需要の不確実性を考慮したロバストサプライチェーンネットワーク均衡モデル, 日本OR学会, 沖縄市町村自治会館(沖縄県那覇市), 2017年3月17日.

(3)中山舜民, 成島康史, 矢部博, A memoryless sized symmetric rank-one method with sufficient descent property for unconstrained optimization, The 5th International Conference on Continuous Optimization of the Mathematical Optimization Society, 政策研究大学院大学(東京都港区), 2016年8月11日.

(4)渡邊遊, 中谷啓, 矢部博, Inexact sequential quadratically constrained quadratic programming method of feasible directions with global and superlinear convergence properties, The 5th International Conference on Continuous Optimization of the Mathematical Optimization Society, 政策研究大学院大学(東京都港区), 2016年8月8日.

(5)平野達也, 成島康史, Multi-leader single-follower game between suppliers with a manufacturer, The 5th International Conference on Continuous Optimization of the Mathematical Optimization Society, 政策研究大学院大学(東京都港区), 2016年8月.

(6)渡邊遊, 中谷啓, 矢部博, 実行可能方向を生成する非厳密逐次二次制約二次計画法の大域的収束性と超一次収束性, 研究集会「最適化: モデリングとアルゴリズム」, 政策研究大学院大学(東京都港区), 2016年3月22日.

(7)平野達也, 成島康史, サプライヤーとマニファクチャーによるマルチリーダー・ウォンフォロワーゲームとその分析, 日本OR学

会, 慶應義塾大学矢上キャンパス(神奈川県横浜市), 2016年3月17日.

(8)中山舜民, 成島康史, 矢部博, Global convergence of memoryless modified symmetric rank-one method for unconstrained optimization, 研究集会「最適化: モデリングとアルゴリズム」, 政策研究大学院大学(東京都港区), 2016年3月22日.

(9)成島康史, 大規模無制約最適化問題に対する非線形共役勾配法とその周辺, 第27回RAMPシンポジウム, 静岡大学浜松キャンパス(静岡県浜松市), 2015年10月(招待講演).

(10)中山舜民, 成島康史, 矢部博, 無制約最適化問題に対するメモリーレス修正SR1法について, 日本OR学会, 九州工業大学戸畑キャンパス(福岡県北九州市), 2015年9月11日.

(11)中山舜民, 成島康史, 矢部博, 無制約最適化問題に対するメモリーレス修正SR1法の大域的収束性について, 研究集会「新時代を担う最適化: モデル化手法と数値計算」, 京都大学数理解析研究所(京都府京都市), 2015年8月31日.

(12)成島康史, 矢部博, 微分不可能な関数を含む非線形方程式系に対する平滑化スケールリングFR法について, 日本OR学会, 東京理科大学神楽坂キャンパス(東京都新宿区), 2015年3月27日.

(13)渡邊遊, 矢部博, 実行可能方向を生成する非厳密逐次二次制約二次計画法, 日本OR学会, 東京理科大学神楽坂キャンパス(東京都新宿区), 2015年3月26日.

(14)山本哲生, 矢部博, トレース比最適化問題に対する数値解法, 研究集会「最適化: モデリングとアルゴリズム」, 統計数理研究所(東京都立川市), 2015年3月20日.

(15)成島康史, 矢部博, 大谷亮介, 微分不可能な関数を含む非線形方程式系に対する平滑化スケールリング共役勾配法とその拡張に

ついて, 研究集会「最適化アルゴリズムの進展: 理論・応用・実装」, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市), 2014年9月24日.

(16) 矢部博, 稲葉洋介, 無制約最適化問題に対する準ニュートン・パターンサーチ法, 研究集会「最適化アルゴリズムの進展: 理論・応用・実装」, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市), 2014年9月24日.

(17) 成島康史, 矢部博, 大谷亮介, 微分不可能な関数を含む非線形方程式系に対する平滑化スケーリング共役勾配法について, 第43回数値解析シンポジウム, 石垣島 ホテル日航八重山(沖縄県石垣市) 2014年6月11日.

(18) 成島康史, 矢部博, Global convergence of smoothing and scaling conjugate gradient methods for systems of nonsmooth equations, SIAM Conference on Optimization, San Diego, USA, 2014年5月19日.

(19) 五十嵐夢生, 矢部博, 非線形最適化問題に対する主双対外点法について, 研究集会「最適化: モデリングとアルゴリズム」, 政策研究大学院大学 (東京都港区), 2014年3月26日.

(20) 成島康史, 矢部博, M. Al-Baali, A family of three-term conjugate gradient methods with sufficient descent property for unconstrained optimization, The 9th International Conference on Optimization: Techniques and Applications, National Taiwan University of Science and Technology, (台湾), 2013年12月14日.

(21) 林俊介, 成島康史, 小笠原英穂, A smoothing method with appropriate parameter control based on Fischer-Burmeister function for second-order cone complementarity problems, 11th EUROPT Workshop on Advances in Continuous Optimization (EUROPT2013), Firenze (Italy) 2013年.

(22) 矢部博, 成島康史, M. Al-Baali, 無制約最適化問題に対する降下方向を生成する拡張三項共役勾配法の大域的収束性, 研究集会「最適化の基礎理論と応用」, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市), 2013年8月30日.

(23) 原田耕平, 山下浩, 矢部博, 非線形半正定値計画問題に対する信頼領域法を利用した主双対内点法, 研究集会「最適化の基礎理論と応用」, 京都大学数理解析研究所 (京都府京都市), 2013年8月30日.

(24) 成島康史, 矢部博, M. Al-Baali, 無制約最適化問題に対する降下方向を生成する拡張三項共役勾配法, 第42回数値解析シンポジウム, 松山道後温泉道後館 (愛媛県松山市), 2013年6月14日.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

矢部 博 (YABE, Hiroshi)
東京理科大学・理学部・教授
研究者番号: 90158056

(2) 研究分担者

成島 康史 (NARUSHIMA, Yasushi)
横浜国立大学・大学院国際社会科学研究所
准教授
研究者番号: 70453842

(3) 研究協力者

M. Al-Baali
五十嵐 夢生 (IGARASHI, Yu)
稲葉 洋介 (INABA, Yousuke)
大谷 亮介 (OOTANI, Ryouyuke)
小笠原 英穂 (OGASAWARA, Hideho)
加藤 惇志 (KATO, Atsushi)
小林 宏 (KOBAYASHI, Hiroshi)
菅澤 清久 (SUGASAWA, Kiyohisa)
中谷 啓 (NAKATANI, Satoshi)
中村 渉 (NAKAMURA, Wataru)
中山 舜民 (NAKAYAMA, Shummin)
林 俊介 (HAYASHI, Shunsuke)
原田 耕平 (HARADA, Kohei)
平野 達也 (HIRANO, Tatsuya)
柳田 健人 (YANAGIDA, Kento)
山下 浩 (YAMASHITA, Hiroshi)
山本 哲生 (YAMAMOTO, Akio)
渡邊 游 (WATANABE, Yu)