

平成 28 年 6 月 1 日現在

機関番号：17501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25330290

研究課題名(和文) 拘束を伴う衝突振動系が安定化作用を失う要因は何か？

研究課題名(英文) Stabilization behavior of impact system with constraint phenomenon

研究代表者

高坂 拓司 (KOUSAKA, TAKUJI)

大分大学・工学部・准教授

研究者番号：80320034

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：周期的な境界を伴う衝突振動系に生じる拘束を伴う周期解の分岐現象について議論した。まず、境界の周期にあわせて解軌道を4種類に分類し、FloquetおよびFilippovの理論を用いた安定性解析手法を提案した。次に、バウンシングボールモデルに提案手法を適用し、拘束を伴う周期解は超安定であることを示した。最後に、バウンシングボールモデルを模擬した回路モデルを用い、その分岐メカニズムを議論した。

研究成果の概要(英文)：This application discussed the bifurcation phenomena of the constrained periodic orbit in an impact oscillator with periodic border. First, I proposed the stability analysis method using Floquet and Filippov theory. Next, I applied the proposed method for a bouncing ball model with periodic border. As a result, we found the periodic orbit with the mechanical constraint is a super-stable periodic orbit. Finally, I discussed the bifurcation mechanism for the circuit model, which simulates the behavior of the bouncing ball model with periodically vibration table.

研究分野：非線形力学

キーワード：衝突振動系

1. 研究開始当初の背景

解軌道に跳躍現象を含む合成力学系は衝突振動系と呼ばれ、電気、機械、生体分野等多くの方で散見される。例えば、主系に設けた壁と衝突体との間で起こる衝突現象を利用したダンパを用いた不規則振動の抑制は、衝突振動系の工学的応用例としてあまりにも有名である。それ故、系の定性的性質を解明しておくことは現実的な観点からも重要な課題であり、古くから解析が進められている。申請者も、周期的に変化する境界を有する衝突振動系に関する研究を進めてきた。一方、機械系においては、周期的に変化する境界に拘束される現象が広く観測されるが、これまでの研究において拘束は特殊な場合に過ぎないと判断したため、申請者も拘束を伴わない衝突振動系を研究対象として解析を進めていた。一方、研究を深化させるにつれ、解軌道が拘束されることが系の安定化作用に大きな影響を与える可能性が高いことに気がついたが、拘束を伴う衝突振動系に対する安定性解析やその分岐メカニズムの解明に関する先行研究は皆無であった。

2. 研究の目的

本研究では解軌道の一部が境界に拘束されかつ衝突を伴う振動系に対し、いくつかの検討を行う。下記以外にもいくつかの研究を行ったが、本申請の主目的は：

- (1) 安定性解析手法の確立
 - (2) 拘束を伴うバウンシングボールモデルを用いて：
 - ① (1)の手法を適用し、提案手法の正当性を確認するとともに、解の性質を調査
 - ② 実験系により①を再現
 - (3) 拘束現象と安定化作用の関連性に関する検討
 - (4) 電気回路モデルを用い、周期外力の形状の変化が系にどのような影響を与えるのかを検討
- である。

3. 研究の方法

「2. 研究の目的」に沿って説明する：

- (1) まず、Poincare 写像を用いた安定性解析手法を提案した。しかし、アルゴリズムは初学者には理解が難しく、その計算機実装は煩雑であったため、Floquet および Filippov の理論を応用した安定性解析手法およびブルートフォース法を用いた安定性解析手法を構築した。
- (2) 拘束を伴うバウンシングボールを用いて(1)の正当性を示した。また、実験系においても現象を再現した。
- (3) 本申請の主眼である。波形、1 および 2 パラメータ分岐図を用いて、拘束を伴う衝突振動系がその安定性を失う要因を検討した。
- (4) 電気回路モデルにより模擬された拘束

を伴う衝突振動系の境界に正弦波および三角波を印加し、実験系およびコンピュータシミュレーションにより分岐メカニズムを検討した。

4. 研究成果

「2. 研究の目的」に沿って説明する：

- (1) まず、Floquet の理論に基づき、周期軌道の安定性について考えた。次に、この際に必要となるモノドロミー行列および saltation 行列を境界の周期に合わせて

- ・ 衝突が発生しない場合
- ・ 衝突が発生する場合
- ・ 拘束現象が発生する場合
- ・ 拘束されている状態から始まる場合に分類し、数理的な違いを考察した。例として、図 1 に拘束現象が発生する場合に対する Saltation 行列のイメージ図を示す。上記の結果を用いて、安定性解析手法を示した。

- (2) (1)の成果を、拘束を伴うバウンシングボールモデルに適用した。図 2 に本モデルを示す。このモデルは古くからよく知られており、また最も簡素かつ拘束を伴う衝突振動が発生する可能性がある。以下、適当に変数変換したモデルを取り扱った。

- ① 拘束を伴わないパラメータに対して(1)を適用した結果、周期倍分岐等の局所的分岐はその特性乗数とよく一致しており、手法の正当性が確認できた。次に、拘束を伴う 3 周期軌道の例を考えた(図 3 参照)。このパラメータにおいて(1)の安定性解析手法を適用した結果、固有値は 2 つともゼロとなった。つまり、拘束現象を伴う解軌道の性質は超安定であることがわかった。

- ② ラケットとピンポン玉を用いて現象の再現を行った(学会発表②⑦参照)。その結果、シミュレーションと比較的一致した結果が得られた。また、拘束に伴い振動のピークピーク値が非線形的に変化することを見いだした。

- (3) 図 4 に拘束を伴う解軌道に生じる分岐現象を示す。同図は、 $t=16.2$ において周期的な境界の角周波数 Ω を 5.410 から 5.395 へと変化させている。ここで、 $t < 16.2$ における解軌道は、(2)①に示したように超安定である。また、 $t=16.2$ から $t=40.0$ における解軌道は過渡現象であることに注意する。図より、パラメータ Ω を変化させることで、拘束現象を伴う 3 周期軌道が非周期軌道へと変化していることがわかる。ここで、分岐パラメータを変化させる直前直後の解軌道の拡大図に注目した。図中の青色点は、解軌道 $x(t)$ と境界断面 $S(t)$ の衝突点を示

している。拘束現象を伴う3周期軌道の衝突点は $x(t)=S(t)<1.0$ を満たすことがわかる(図4 緑色領域参照)。一方、パラメータ Ω を変化させると上記条件が満たされなくなる(図4 紫色領域参照)。したがって、本系において拘束現象を伴う周期軌道が分岐する条件は、 $x(t)=S(t)=1.0$ であると考えられた。そこで、上記を実証するために、 $\Omega-\alpha$ 平面上に衝突点が $x(t)=S(t)=1.0$ を満たすパラメータをプロットした(図5 橙色線参照)。ここで α は質点と境界が衝突した際の反発係数である。この結果を1パラメータ分岐図、Poincare 写像および解軌道を用いて確認したところ、図5の橙色線を境に、拘束現象を伴う解軌道が分岐していることがわかった。境界断面 $S(t)$ の速度は $S(t)=1.0$ を満たす時刻において極値に達している。つまり、境界断面の速度の極値 border とする border collision 分岐により拘束現象を伴う周期軌道は非周期軌道に分岐したと結論づけられた。

- (5) 衝突振動系の実験結果を正確にコンピュータシミュレーションで再現することは、機械的な制約やパラメータ誤差等から困難を伴う場合が多い。そこで、衝突振動系を模議した電気回路モデルを用いて周期的な境界の形状変化が系にどのような影響を与えるのかを検討した。図6に衝突振動系を模議した電気回路モデルを示す。外力 $S(t)$ に正弦波および三角波を引加した場合を検討したが、正弦波に関しては(4)と同様の結論が得られたため、以下、三角波を境界として印加した場合の結果を示す。図7に三角波で模議した境界 $S(t)$ のピーク値を0.65から0.67に変化させた際の1パラメータ分岐図を示す。パラメータの変化に伴い、拘束を伴う3周期解から非周期解への分岐現象が観測できる。境界のピーク値=0.65においてボールは負の傾きを持つ境界 $S(t)$ で衝突しているが、ピーク値を0.67に変化させると、正の傾きを持つ境界 $S(t)$ に衝突したのち非周期的に振る舞っている。他のパラメータ領域においても、三角波の不連続部分を border と呼ぶことにすると、border を境に拘束現象の発生がみられた。つまり、拘束が伴う状態で跳ねているボールは border collision の発生により非周期的な状態へと変化している。この現象は正弦波で得られた結論と同じである。

上記の結果を勘案すると、境界の形状は分岐現象に本質的な影響を与えないといえる。また、border collision 分岐が拘束を伴う解軌道の安定化に影響を及ぼしていると結論づけられる。

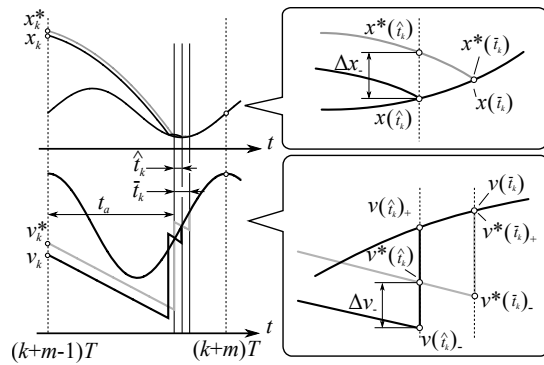


図1 saltation 行列
(拘束現象が発生する場合)

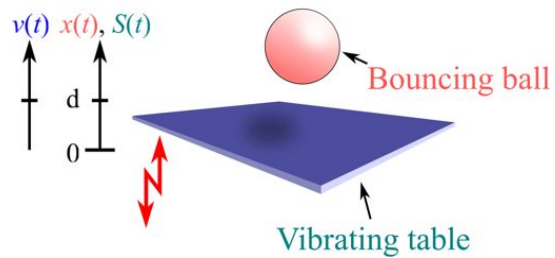


図2 バウンスボールモデル

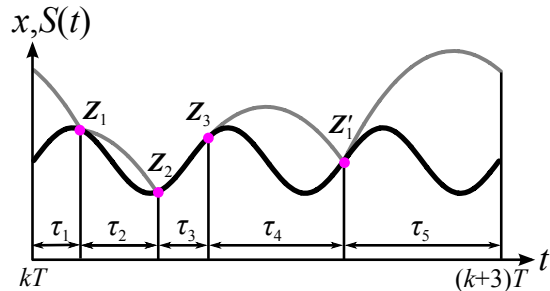


図3 拘束を伴う3周期軌道の例

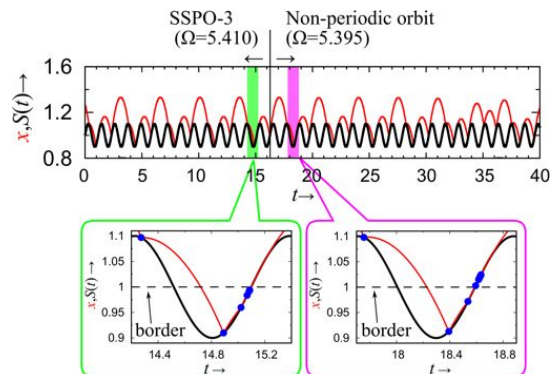


図4 拘束を伴う解軌道に生じる分岐現象-1

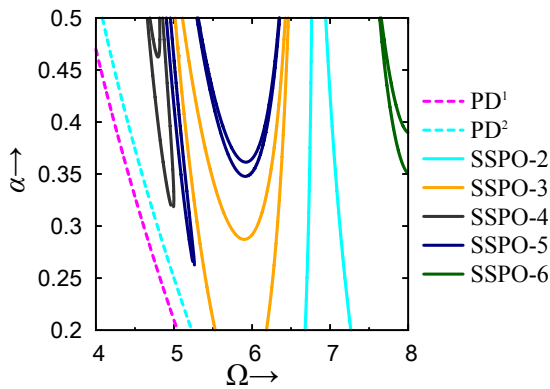


図5 拘束を伴う解軌道に対する2パラメータ分岐図

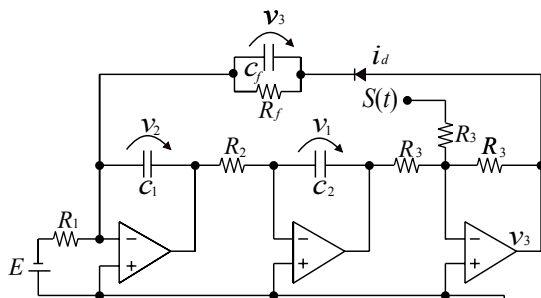


図6 衝突振動系を模擬した電気回路モデル

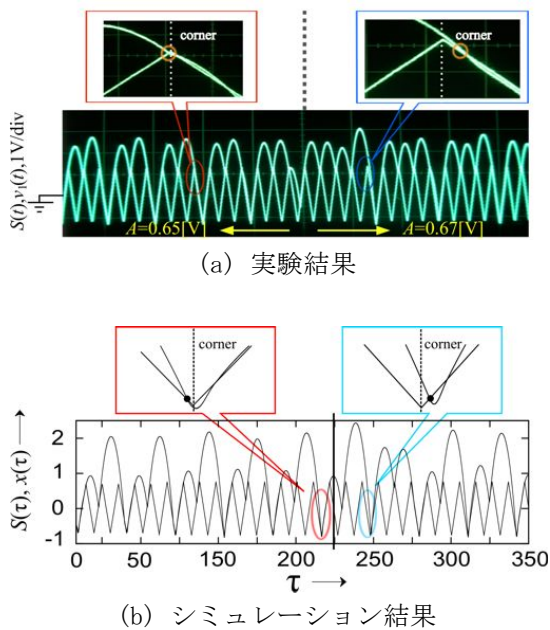


図7 拘束を伴う解軌道に生じる分岐現象-2

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計2件)

- ① 軽部 周、麻原 寛之、高坂 拓司、振動切削系に生じるびびり振動の発生メカニズム、電子情報通信学会論文誌、査読有、Vol. J98-A、No. 9、2015、pp. 556-562、http://search.ieice.org/bin/summary.php?id=j98-a_9_556
- ② T. Fujii、H. Asahara、T. Kousaka、A

Simple Stability Analysis Method for Period-1 Solution in a Forced Self-Excited System with Stick-Slip Vibration、Journal of Signal Processing、査読有、Vol. 18、No. 4、2014、pp. 157-160、<http://doi.org/10.2299/jsp.18.157>

〔学会発表〕(計7件)

- ① M. Wakai、H. Amano、Y. Ogura、N. Inaba、H. Asahara、T. Kousaka、Bifurcation Phenomenon from Stick-slip Vibration to Slip Vibration in the Non-autonomous System with Dry Friction、2015 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2015)、2015年12月4日、Hong Kong(China)
- ② 河津 裕也、軽部 周、高坂 拓司、バウンディングボール系における周波数応答解析、電子情報通信学会非線形問題研究会、2014年10月31日、大濱信泉記念館(沖縄県・石垣市)
- ③ 若井 大裕、天野 広幹、稲葉 直彦、麻原 寛之、高坂 拓司、乾燥摩擦を伴う非自律系にみられる stick-slip 振動と slip 振動の境界について、電子情報通信学会非線形問題研究会、2014年10月31日、大濱信泉記念館(沖縄県・石垣市)
- ④ T. Fujii、H. Asahara、T. Kousaka、Qualitative Analysis in a Forced Self-excited System with Dry Friction、2014 IEEE Workshop on Nonlinear Circuit Networks (NCN' 14)、2014年12月12日、徳島大学(徳島県・徳島市)
- ⑤ 藤井 太就、麻原 寛之、高坂 拓司、乾燥摩擦を伴う非自律系にみられる周期解の一安定性解析手法、電気・情報関係学会九州支部第67回連合大会、2014年9月18日、鹿児島大学(鹿児島県・鹿児島市)
- ⑥ T. Fujii、N. Inaba、T. Kousaka、A Simple Stability Analysis Method for Period-1 Solution in Stick-Slip Vibration、2014 RISP International Workshop on Nonlinear Circuits、Communications and Signal Processing、2014年3月1日、Hawaii(USA)
- ⑦ 山本 大平、大塚 卓弥、軽部 周、高坂 拓司、卓球ラケット上で跳ねるボールの挙動解析、2013年度機械学会九州学生会卒業研究発表会、2014年3月4日、九州大学(福岡県・福岡市)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高坂拓司 (KOUSAKA, Takuji)

大分大学・工学部・准教授

研究者番号：80320034