

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 26 日現在

機関番号：12703

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25350439

研究課題名(和文) 高次システムの準乱数シミュレーションによる高精度デザインを目指した研究

研究課題名(英文) Quasi-Monte Carlo simulation for the design of high-dimensional systems

研究代表者

諸星 穂積 (Morohosi, Hozumi)

政策研究大学院大学・政策研究科・教授

研究者番号：10272387

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：システムの分析とデザインのために、準乱数を利用する手法の開発と実証の研究を行った。取り扱った問題は、粒子フィルタに対して準乱数を利用するためのアルゴリズムの開発、パラメータ推定のための最適化問題への適用、複雑な分布に従うサンプルを準乱数のよい性質(均一性)を維持しながら生成するための研究などである。多くの数値実験により、準乱数が乱数の代替物として利用できる場面が多く存在すること、代替により数値計算の効率性が向上することが見いだされた。

研究成果の概要(英文)：This research aims at advancing the use of quasi-random numbers for systems analysis and design, providing new algorithms and testing them by several numerical experiments. Problems studied in the research are, a particle filter using quasi-random numbers, an optimization algorithm for parameter identification, and random sample generation which follows very complicated high-dimensional probability distribution. In all the cases, we design algorithms using quasi-random numbers carefully so as to keep the good property of them, i.e. very precise uniformity in the region. We check the availability and superiority of quasi-random numbers for several numerical experiments, and find replacing random numbers by quasi-random ones often improves the computational performance of algorithms.

研究分野：社会システム工学

キーワード：シミュレーション OR システム分析

### 1. 研究開始当初の背景

(1) 複雑な高次元システムの解析のためには、多次元の数値積分が必要になることが多い。準乱数は、高次元積分を高速に行うために研究されてきたが、これまでは比較的単純な構造(各成分が独立な場合)を念頭においた研究が主であった。近年は、準乱数をより複雑な内部構造を持ったシステムに対し適用するために、新しい手法の探求が準モンテカルロ(QMC)法研究の中心になってきている。本研究はそのような試みの一つである。

(2) 大規模なシステムの記述のために、広く利用されている方法として、状態空間モデルがある。いろいろな方面で研究が進んでいるが、なかでもモンテカルロ(MC)法を使った粒子フィルタは様々な適用範囲をもち、研究の主流になってきている。粒子フィルタの扱う問題の中でも、システムの同定(パラメータ推定)は特に難しい問題であり、QMC法による高速な計算手法が利用可能になれば、この問題に対する一つの有力な手法になるのではないかと考えられる。

### 2. 研究の目的

(1) 従来はモンテカルロ法により行われていた高次元のシステムシミュレーションを、準乱数を用いることで高速化、高精度化を実現することにより、システムの特性をいかに効率的に推定できるかを、実証的に検証する。

(2) 具体的には、粒子最適化などの手法を取り上げ、準乱数を利用するための新しい手法を考案する。提案した手法の利用により、計算の収束がどの程度改善されるかを、実験的に検証する。

(3) シミュレーションの高速化により得られる、システムのパラメータ推定の精度向上の可能性を検討する。

### 3. 研究の方法

(1) 粒子フィルタ法による状態空間モデルのシミュレーションを利用する具体的な問題例をいくつか選び、MC法による場合、乱数を準乱数によって置き換えた場合のそれぞれを、最初のベンチマークとし、新しく考案した準乱数の特性を利用したアルゴリズムを実装し、数値実験によりその実効性を比較検討する。ここでは尤度のような指標の計算が、どのくらい高速になるか(少ないサンプル数で計算が収束するか)を検討する。

(2) パラメータ推定のための最適化計算の中に上記のアルゴリズムを組み込んで、QMC法による解への収束が実現するかを実験的に調べる。サンプル数の違いによる最適値への収束の変化を検討する。MC法との比較で、推定値を所要の精度まで求めるのに必要な計算時間がどの程度改善するかを調べる。

### 4. 研究成果

(1) マルコフ連鎖法を準乱数によってシミュレーションするために提案されていた手法を改良して、動的状態空間モデルのシミュレーションに応用するアルゴリズムを考案した。考案した方法により、いくつかの例を用いた数値実験によって、モデルの尤度計算を精度推定付きで行った。既存のモンテカルロ手法と比較して、より少ないサンプル数で同程度の精度を得ることができて、収束の安定性と高速化が実現できることを確認した。

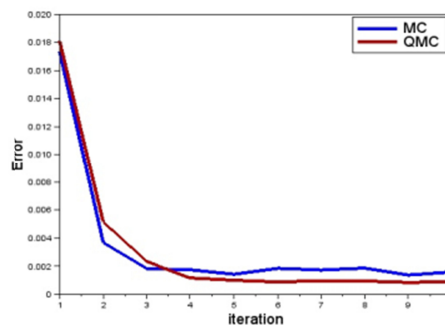


図1. 2乗誤差の収束

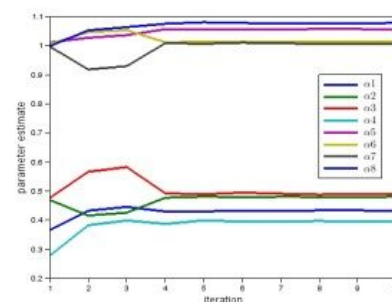
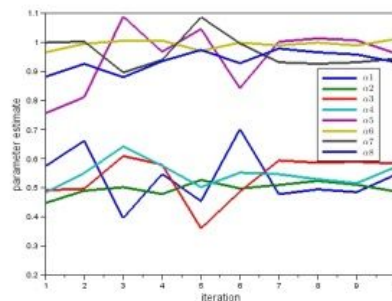


図2. 推定値の収束(上:MC, 下:QMC)

(2) 指数分布族型モデルにおけるパラメータ推定の問題に上記手法を適用した。これは、最尤法によるパラメータ推定を、最適化手法の降下法で行う際、各ステップでの探索方向の決定過程を状態空間モデルとみなして上記の手法を応用したものである。この計算では探索方向決定のための行列をサンプルの期待値として計算するため、上述の技法が適用可能だが、サンプル生成のためには、採択棄却法などの手法とも組み合わせる必要があり、そのためのアルゴリズムを考案した。数値実

験では、いくつかの問題例で、収束の速度の観点から2乗誤差の減少量を観察したところ、QMC法の優位性が認められた(図1). 収束の安定性では各パラメータの推定値が収束していく様子を観察した(図2). QMC法においては収束が安定しており、比較的良好な結果が得られた. 一方で問題例によっては、高速化の点での優位性があまり明確には認められなかった場合もあり、特に手法の中心的部分にあたる棄却法について、既存文献などの調査を行い、引き続き考察を進めている.

(3) 粒子フィルタのシミュレーションで、中心的役割を果たす部分の改良をするため、混合分布に従う多次元点列を、準乱数のみで生成する方法を考案した. この方法は、上記(1)の中ではシステムの時間更新の際に必要なが、そこでは乱数を現時点分布からのサンプリング、準乱数を更新分布のサンプリングに、それぞれ組み合わせることで実現していた. この方法では、一部に乱数を用いることで効率性が落ちているのではないかと考え、準乱数のみを用いて2つの手順を同時に行うことで、分布を忠実に表現するサンプルを生成して効率化を図ることを狙って、そのためのアルゴリズムを考案した. 具体的には、正規分布の混合分布を想定して、各分布のパラメータを空間上に配置したときに、計算幾

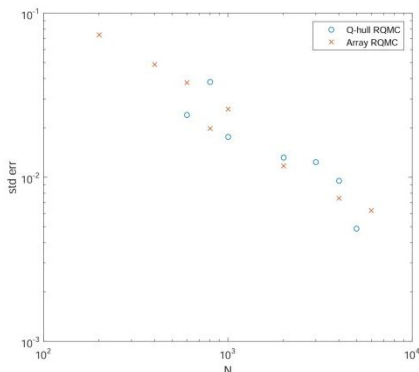


図 3 . 標準誤差の収束

何学の手法により、パラメータ点集合の空間的隣接関係を抽出して、単独のパラメータに対応した分布のみではなく、空間的に隣接した複数のパラメータに対応する分布を合算したときも、各分布の重みがそれらの点の合算された選択確率に反映することを狙ったものである. QMC法の考え方によると、より差異の小さい点集合を生成できる可能性があると考えた. 既存手法のArray-RQMCなどで用いられる多次元整列の方法を発展したものとも考えられるが、サンプルの幾何学的構造を積極的に利用する点に新規性があると考えられる. アルゴリズムを実装して、いくつかの数値実験を行ったところ、既存手法と同程度の能力があることが観察された(図3).

(4) システム最適化の一例として、施設配置モデルの中で近年研究が進んでいる協力型被覆問題を、現実的な例を使って解の挙動などを検討した. 協力型被覆問題は、複数の施設が協力して一定のサービス水準を維持することを目指すモデルである. 主な検討内容は解の頑健性に関することで、複数の施設のサービス提供可能確率が同時に変化するときに、一定サービス水準を得ることができる最大の需要解がどのように変化するかを調べることで、最適解への頑健性要求度と最適値の悪化とのトレードオフを明らかにしたいと考えた. 被覆確率の不確実性を現実に即して定量化するため、経験データから被覆確率の分布を推定し、求められた分布に基づくサンプルをMC法により生成して、被覆確率の信頼領域の推定に利用した. 頑健性レベルの変化を信頼係数の変化として与えて、異なる信頼領域とさせることで解の挙動を分析したところ、厳しい条件(高い値の信頼係数)を要求すると、高需要点への解のシフトが観察され、実際の配置がこの条件での解に近い様子が認められ、実システムへの考察として興味深い結果が得られた.

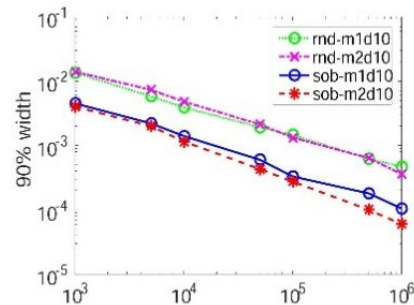


図 4 . 推定値の収束(md: MC, sob: QMC)

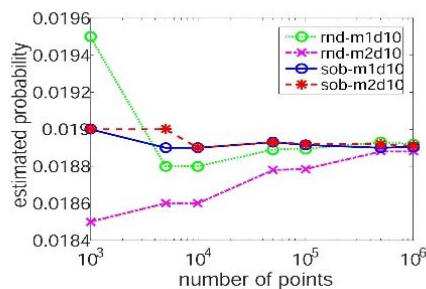


図 5 . 収束の安定性(md: MC, sob: QMC)

(5) 接合関数に従う準乱数の研究を行った. 準乱数は、各次元が独立な多次元分布の近似を想定して設計されており、次元間に従属性がある場合は変数変換を利用しなければならない. 上記(3)(4)などの成果に関連して、従属性を考慮した準乱数の発生を考察する必要が生じた. 接合関数は、このような従属性を変数変換によって実現するための一般的な枠組みを与えられる. 通常の乱数を利用する場合は、いろいろな研究が報告されているが、それらの手法が乱数を準乱数に置

き換えた場合でも有効かは不明である。今回は複数の構成法が知られている接合関数について、各手法で乱数を準乱数に置き換えたときにどの程度効率が改善されるかを数値実験により検討した。実験では、所定の確率を推定する問題を考え、収束速度の基準として推定値の信頼区間の幅を計測した(図4)。併せて推定値の安定性(図5)も検討した。実験の範囲では、どの手法を用いた場合でも、同サンプル点数を使った実験比較で、準乱数を使用したほうが乱数を使用した場合よりも、1桁程度近似精度の高い結果が得られた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 件)

Morohosi H., Furuta T., Two approaches to cooperative covering location problem and their application to ambulance deployment. Operations Research Proceedings 2015, pp. 361-366, Springer, 2017. (査読有)  
Novia Budi Parwanto, Hozumi Morohosi, and Tatsuo Oyama, Applying network flow optimization techniques to improve relief goods transport strategies under emergency situation. American Journal of Operations Research, 5(3), pp. 95-111, 2015. (査読有)

[学会発表](計 10 件)

Morohosi H., Empirical study on generating mixture quasirandom points with geometric consideration, 12<sup>th</sup> International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, Stanford, US, Aug.14-19, 2016.  
Morohosi H., Furuta T., Robust optimization approach for ambulance location problem, INFORMS Annual Meeting, Nashville, US, Nov. 13-16, 2016.  
H. Morohosi and T. Furuta, A statistical model analysis of urban ambulance system and its application to location problems, XXII EURO Working Group on Locational Analysis Meeting, May 20-22, 2015, Corvinus University, Budapest, Hungary.  
H. Morohosi and T. Furuta: Two approaches to cooperative covering location problem and their application to ambulance deployment, International Conference on Operations Research, Sep. 1-4, 2015,

University of Vienna, Vienna, Austria.

H. Morohosi: A computational study of filter-based optimization algorithm by randomized quasi-Monte Carlo method, Eleventh International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, April 6-11, 2014, KU Leuven, Belgium.

H. Morohosi, A computational study of likelihood estimation by randomized quasi-Monte Carlo method for filtering problems, Ninth IMAC seminar on Monte Carlo Methods, July 15-19, 2013, Annecy-le-Vieux, France.

[図書](計 1 件)

モンテカルロ法ハンドブック, (伏見正則, 逆瀬川浩孝 監訳), 778 p., 朝倉書店, 2014, 2章(27-45), 15章(546-573) (分担訳 諸星穂積).

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

[その他]

ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

諸星 穂積 (MOROHOSI, Hozumi)  
政策研究大学院大学・政策研究科・教授  
研究者番号: 10272387

##### (2) 研究分担者

大山 達雄 (OYAMA, Tatsuo)  
政策研究大学院大学・政策研究科・名誉教授  
研究者番号: 30134323

##### (3) 連携研究者

駒木 文保 (KOMAKI, Fumiyasu)  
東京大学・情報理工学系研究科・教授  
研究者番号: 70242039

##### (4) 研究協力者

古田 壮宏 (FURUTA, Takehiro)