

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 27 日現在

機関番号：34506

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25380266

研究課題名(和文) ノイズ、日中季節性を含む高頻度データによる金融確率過程モデルの特定と推定

研究課題名(英文) Specification and estimation of financial processes in the presence of intraday seasonality using noisy high-frequency data

研究代表者

石田 功 (Ishida, Isao)

甲南大学・経済学部・教授

研究者番号：20361579

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：米国S&P500及び日経平均株価指数の日中高頻度時系列データからボラティリティの日中季節項を除去をした系列への、Heston型や連続時間GARCH型確率ボラティリティ・モデルの適合度を検証した。結果は連続時間GARCH型モデルの優位性を示すものであったが、適合度検定では両モデルとも棄却された。これらの結果を受けて、瞬間ボラティリティの時変季節項、日中変動、日間変動を統合的に捉える関数HARモデルを新たに提案し、その瞬間ボラティリティの将来のパスの予測における対既存アプローチでの実証的優位性を示した。

研究成果の概要(英文)：This study empirically demonstrates that the continuous-time GARCH-type stochastic volatility model fits de-seasonalized high-frequency intraday observations of the S&P 500 and Nikkei 225 stock indices better than the Heston-type model. However, specification tests reject both models. In light of these empirical results, this study proposes a functional HAR model for predicting future spot volatility paths, which is a functional version of the HAR model for the realized volatility. This new model treats the dynamic movements of the time-varying seasonal components and the spot volatility in an integrated way, and is found to perform better than the existing approaches in terms of predictive accuracy.

研究分野：計量ファイナンス

キーワード：ボラティリティ 日中季節性 高頻度データ 資産価格

1. 研究開始当初の背景

ファイナンスの実証分析や実務において広範に用いられる株価、為替レート等の金融価格過程のモデルとしては、計量ファイナンス分野発展の契機となった離散時間 GARCH 型モデル (文献⑤参照) や連続時間ジャンプ付確率ボラティリティ・モデル (以下、SVJ)。なかでも CEV 型と呼ばれるタイプの SVJ モデルがよく用いられる。文献⑦)等がある。これらは価格の確率分布特性 (裾厚分布) や時間的変動特性 (ボラティリティの平均回帰性) といった顕著な実証的特性を捉えつつも少数の母数によって記述される簡潔なパラメトリック・モデルであり、その統計推論においては主に日次データが用いられてきた。90年代半ば以降、日中の取引・気配値といった高頻度データが整備され研究者にも利用可能となったが、文献①等はボラティリティの日中取引時間帯による高低(寄り付きと引け近くにおいて他の時間帯よりも相対的に高くなる現象。以下、「日中季節性」)の存在により、離散時間 GARCH や SVJ は短時間 (5分程度) の価格変化率の高頻度金融時系列のモデルとしては適さないことを明らかにした。

一方、高頻度データにより計算可能となる「短時間変化率二乗の日中和」(実現ボラティリティ、RV) は、一定の条件の下で価格計測時間間隔がゼロに近づくにつれて「瞬間的ボラティリティの日中累積値」(累積ボラティリティ、IV) に確率収束するため、これまで潜在変数として扱われてきたボラティリティの可観測化測度として注目が集まった。しかし、実際には、呼び値や取引成立時刻の非連続性、ビッド・アスク・スプレッド等の市場マイクロ構造に起因するノイズや取引時刻の非同期性の問題により、価格観測の高頻度化による RV の IV 近似精度向上には限界があることが指摘された。これを受け、2000年以降、ノイズの影響を緩和しつつ高頻度観測データを最大限に活用し高精度に IV 及びその関連尺度を推計する統計的手法開発に関心が集まり、この分野は著しく発展した (文献⑨)。しかし、数分間の超短期から長期先の将来の価格分布の推定・予測という、金融のさまざまな意思決定上重要な目的のためには、IV の計測・予測だけでは不十分である。

ボラティリティ研究の別の流れとして、高頻度データを用いたパラメトリックな連続時間確率過程モデル (SVJ を含む) の各種の統計推定量の漸近的性質の研究も近年大きく発展したが (文献⑩)、日中季節性を考慮する適切な方法やマイクロ構造ノイズの影響の緩和法等のこの分野への応用は今後の課題として残されていた。また、一般的なフレームワークの理論研究が中心で、実際のデータへの適合度が高く、実務での利用に耐えうる価格過程の具体的なパラメトリック・モデルの提案はなされていなかった。

2. 研究の目的

資産運用、派生資産価格付け、金融リスク管理の研究・実務において、株価、為替レート等の価格過程のモデル構築は最も重要な要素のひとつである。日中高頻度市場データの利用は、金融市場の様々な統計分析の精度を飛躍的に高める可能性があるが、価格過程の日中季節性や市場マイクロ構造要因によるノイズが含まれるため、先行研究における金融価格過程のパラメトリック・モデルの統計推論においては限定的にしか活用されていない。本研究は、高頻度価格データに確率過程推論研究の最近の成果を応用し、株価指数等の超短期から長期までの変動過程を統合的に捉える高精度で実用的な確率過程モデル構築手法の整備及び市場データによる実装を試みるものである。

3. 研究の方法

(1) SVJ モデル・アプローチ

第一段階として、価格過程の高頻度データから日中ボラティリティの季節性を適切なフィルターにより除去した系列のモデルとして、SVJ のようなシンプルな連続時間モデルが適切かどうかを統計的に検証する。まず、ボラティリティを決定論の日中季節項 (時刻の関数。日が異なっても同一) と定常項の積と仮定し、前者を日中の各時間の短時間価格変化率の 2 乗の日次時系列平均により推定し除去する。次に、この季節項除去済みボラティリティにより短時間価格変化率を標準化する。さらに、標準化短時間価格変化率から日次実現測度 (日次 IV の推定値。マイクロ構造ノイズと価格ジャンプに頑健なタイプのものを用いる) の時系列を得る (ここまでは、文献③のアプローチ)。最後に日次実現測度の標本モーメントと日次 IV の母モーメント (SVJ を仮定し解析的に求める) をマッチさせる GMM 推定を行い、SVJ の適合度を検定する。

(2) 関数データ解析アプローチ

近年、統計学の分野で急速に発展している関数データ解析の方法を日中高頻度価格データの分析に応用する。具体的には、各日の日中高頻度価格系列をひとつの関数データとして捉え、その時日次時系列の (日中各時点の) 瞬間ボラティリティのモデリングと予測を行う。瞬間ボラティリティが潜在変数であることに対処する方法として先行研究では関数 ARCH/GARCH モデルが提唱されているが (文献②、⑥)、本研究では高頻度データから日次瞬間ボラティリティ実現パス (瞬間ボラティリティが 1 日間にたどった経路。時刻の関数) を推定し得られた関数データ時系列に関数自己回帰 (関数 AR) モデルを当てはめるアプローチを採る。さらに、モデルの簡潔性を保ちつつ高次のラグ依存性を捉える関数 HAR モデル (本研究が提案する新モデル) のデータ適合度とボラティリティ予測力に

について検証する。

(3) 統計手法の開発

必要に応じて独自のモデルやモデル検定手法を考案し、分析に適用する。

4. 研究成果

分析対象として米国 S&P500 株価指数、日経平均株価を選んだ（当初、円ドル為替レートの分析も想定していたが、研究代表者が所属変更により、その日中高頻度データの利用が出来なくなったため分析対象から外した）。研究の方法(1)～(3)による分析を進め、下記の結果を得た：

(1) SVJ モデル・アプローチ

① SVJ のパラメータの GMM 推定において、日中季節性の存在を無視した場合には大きなバイアスが生じること、各種の日中季節性除去フィルターの利用によりバイアスを大幅に縮小させることが可能であることを、モンテカルロ・シミュレーション実験により明らかにした。

② S&P500 と日経平均株価の実データによる SVJ モデルの適合度検定では、ボラティリティ変動式に連続時間 GARCH モデルを選んだ場合は、より広く用いられている Heston モデルの場合に比べて適合度が大幅に向上した（どちらも CEV モデルの特殊型）。連続時間 GARCH モデルの対 Heston モデルでのデータ適合度の良さについては先行研究でも示されているが、季節性項除去後の定常モデルとしての実証結果は新規のものである。ただし、どちらのモデルも適合度検定では棄却された。なお、連続時間 GARCH モデルの下での IV の母モーメントのうち、レバレッジと呼ばれる重要なパラメータの推定用の解析解は、本研究の新規貢献の可能性が高い。これらの結果は学会発表②と③で発表した。

③ 2つのパラメトリックな SVJ モデルがデータにより棄却されるという結果を受け、2 ファクター・モデル等、よりフレキシブルなモデルの適用を試みたが、IV 母モーメントは解析的にもモンテカルロ・シミュレーションによっても求めるのが困難であったので中止した。

④ 当初計画では、日中各時刻の季節性項が（日をまたいで）確率的に変動することを許す自己回帰条件付季節性ボラティリティ・モデル（ARCSV。文献④）を季節性項除去のためのフィルターの候補としていたが、このモデルは推定が容易ではないこと、連続時間モデルとの整合性がないこと、日中の特定時刻ごとに季節性項が独自のボラティリティ変動過程を持ち隣接する時間帯との相互作用を無視していること、また隣接時間帯とのスムージングによるノイズ低減効果を利用しない等の欠点に気づき分析モデル候補から排除した。

(2) 関数データ解析アプローチ

先行研究においては、瞬間ボラティリティは潜在変数であり直接観測できないという

問題に対応して関数 ARCH/GARCH モデルが提案されていたので、まず、そのもっとも単純なバージョンである関数 ARCH(1)モデルにより日経平均株価の日中瞬間ボラティリティの予測力を確認した（結果の一部は雑誌論文②として発表）。比較のベンチマークとしては、翌日1日間のボラティリティを日次実現ボラティリティの1次の自己回帰モデル（AR(1)）で予測し、それに日中の季節性（3(1)で述べた単純な決定論的方法で推定）を乗じるアプローチを用いたが、これは、翌日の予測に今日のデータしか用いない関数 ARCH(1)と同じ土俵に乗せるためである。結果は、関数 ARCH(1)モデルは各時刻の瞬間ボラティリティ予測力でベンチマークを上回るといったものであった。日次ボラティリティには高次の依存性があるので、ラグ次数を1次に限定したモデル同士での比較だけでは関数 ARCH モデルの優位を示したとはいえない。しかし、高次の関数 ARCH や関数 GARCH は推定がより困難である。また、関数 ARCH/GARCH モデルは前述の ARCSV の欠点を一部共有している。そこで、本研究では、高頻度データから日中の瞬間ボラティリティ・パスを各日について推定し（マイクロ構造ノイズ下での頑健性を持つ文献⑧の方法）、その時系列を関数データとして関数 AR モデルを用いることを考案した。このアプローチはラグ次数1次の場合、実質的には関数 ARCH(1)と同等になるが、1日以内でのデータのスムージングにより瞬間ボラティリティを可視化する点において関数 ARCH/GARCH モデルと本質的に異なる。データによるモデル推定においては、制約なしの高次バージョンではやはり困難が伴うが、本研究では明日の瞬間ボラティリティ・パスの予測に今日の実現パス、過去5日間の平均実現パス、過去22日間の実現パスの3つの関数を用いる簡潔なモデル（制約付きの22次の関数 AR モデル）を用いた。これは多くの金融実現ボラティリティの予測モデルとして有用性が確認されている単変量 HAR モデルの関数データへの拡張である（関数 HAR モデル）。S&P500 株価指数と日経平均株価の瞬間ボラティリティ実現パスの予測において、対ベンチマークでの予測精度の向上が確認できた（ここでのベンチマークは前述のベンチマークにおいて日次実現ボラティリティの AR(1)を HAR モデルで置き換えたもの）。なお、関数 HAR モデルは、日中の決定論的な季節項、季節項の時間変動（日中各時刻の季節項が独立して変動するのではなくひとつの関数としてリンク）、瞬間ボラティリティの季節項からの乖離の時間変動を統一的に捉えるすっきりとした構造を持つ。結果は学会発表①で部分的に発表した。

(3) 統計手法の開発

本研究の一環として新規に考案したモデルや統計検定量のうち関数 HAR 等、核となるものについては前述のとおりであるが、他にも関連して、非線形時系列モデル特定化のニ

ューラル・ネットワーク検定を一般化する統計検定法と実現ボラティリティの時系列モデルとして適した移動分位点モデルを考案し、それぞれ論文としてまとめた（図書①、雑誌論文③）。

<引用文献>

- ① T. Andersen and T. Bollerslev, Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets, *J. Empirical Finance*, Vol. 4, 1997, 115-158.
- ② A. Aue, L. Horvath, and D. Pellatt, Functional generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 38, 2016, 3-21
- ③ C. Bos, P. Janus, and S. Koopman, Spot variance path estimation and its application to high-frequency jump tests, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 10, 2012, 354-389.
- ④ J. Cho and R. Daigler, An unbiased autoregressive conditional intraday seasonal variance filter process, *Quantitative Finance*, Vol. 12, 2012, 231-247.
- ⑤ C. Francq and J. Zakoian, *GARCH Models*, Wiley, 2010.
- ⑥ S. Hormann, L. Horvath, and R. Reeder, A functional version of the ARCH model, *Econometric Theory*, Vol. 29, 2013, 267-288.
- ⑦ S. Kou, Jump-diffusion models for asset pricing in financial engineering, in J. Birge and V. Linetsky, eds., *Financial Engineering*, North-Holland, 2008.
- ⑧ P. Malliavin and M. Mancino, A Fourier transform method for nonparametric estimation of multivariate volatility, *Annals of Statistics*, Vol. 37, 2009, 1983-2010.
- ⑨ P. Mykland and L. Zhang, The econometrics of high-frequency data, in M. Kessler et al. eds, *Statistical Methods for Stochastic Differential Equations*, Chapman & Hall, 2012.
- ⑩ M. Sørensen, Estimating functions for diffusion-type processes, in M. Kessler et al., eds, *Statistical Methods for Stochastic Differential Equations*, Chapman & Hall, 2012.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① 石田 功、実現測度モーメント GMM による日経平均株価の連続時間確率ボラティリティ・モデルの推定、甲南経済論集、56 巻、2016、173-180、DOI:10.14990/00001745
- ② 石田 功、日経平均スポット・ボラティ

リティ日次パスの関数 ARCH モデリング、大阪取引所先物・オプションレポート 28 巻 2 号、2016、1-7、

<http://www.jpx.co.jp/derivatives/futures-options-report/archives/nlsgeu000001eqjz-att/erk1608.pdf>

- ③ Isao Ishida and Virmantas Kvedaras, Modeling autoregressive processes with moving-quantiles-implied nonlinearity, *Econometrics*, 査読有, Vol. 3, 2015, 2-54, DOI:10.3390/econometrics3010002
- ④ 石田 功、実現測度データによるボラティリティ変動モデルの推定、大阪取引所先物・オプションレポート、26 巻 8 号、2014、1-7、
<http://www.jpx.co.jp/derivatives/futures-options-report/archives/tvdivq0000002962-att/erk1408.pdf>

[学会発表] (計 4 件)

- ① Isao Ishida, Forecasting the daily spot volatility paths of equity indices via functional autoregressive models: An Empirical Study, 10th International Conference on Computational and Financial Econometrics, University of Seville, セヴィリア (スペイン), 2016 年 12 月 11 日.
- ② Isao Ishida and Shuichi Nagata, A GMM-RM estimation of the GARCH jump diffusion model, 9th International Conference on Computational and Financial Econometrics, University of London, ロンドン (英国), 2015 年 12 月 14 日.
- ③ Isao Ishida and Virmantas Kvedaras, Moment-based estimation of stochastic volatility models in the presence of intraday seasonality, 8th International Conference on Computational and Financial Econometrics, University of Pisa, ピサ(イタリア), 2014 年 12 月 6 日.
- ④ Isao Ishida and Virmantas Kvedaras, On the moving quantile effects in financial time series, 7th International Conference on Computational and Financial Econometrics, University of London, ロンドン (英国), 2013 年 12 月 16 日.

[図書] (計 1 件)

- ① Niels Haldrup, Mika Meitz, and Pentti Saikkonen 編集, Oxford University Press, *Essays in Nonlinear Time Series Econometrics*, Jin Seo Cho, Isao Ishida, and Halbert White (第 1 章を担当), Testing for neglected nonlinearity using twofold unidentified models under the null and hexic expansions, 2014, 352.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

石田 功 (ISHIDA, Isao)

甲南大学・経済学部・教授

研究者番号：20361579