

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 9 月 7 日現在

機関番号：32690

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25380271

研究課題名(和文) 実現共分散における長期記憶性と非対称性

研究課題名(英文) Long Memory and Asymmetry in Realized Covariance

研究代表者

浅井 学 (ASAI, MANABU)

創価大学・経済学部・教授

研究者番号：90319484

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、実現ボラティリティを多変量に拡張した「実現共分散」を扱った。本研究の成果は、以下のように4つの論文にまとめることができた。

Gourieroux (2006)の連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルを拡張し、非対称性を取り入れたモデルを分析した。同モデルを拡張し、長期記憶性を取り入れたモデルを分析した。実現共分散の離散時間モデルとして、長期記憶性・非対称性・動的相関関数行列の特性を取り入れたモデルをさまざま考案し、比較分析をおこなった。上記の研究の予備的な研究として、相関係数行列について、行列版指数変換・対数変換を用いてモデル化し長期記憶性や非対称性を取り込んだ。

研究成果の概要(英文)：This project deals with the "realized covariance" (RC), which is the multivariate extension of the realized volatility. I wrote four papers using the output of the project:

(1) The first paper extended the continuous-time Wishart autoregressive model, by accommodating the asymmetric effects, and analyzed it using the RC; (2) The second paper extended the model by accommodating the long memory; (3) The third paper developed and compared various kinds of discrete-time RC models, accommodating long memory, asymmetry, and dynamic correlations; (4) As the preliminary analysis of the the third paper, the fourth paper developed the matrix-exponential dynamic correlation model with asymmetry and long memory.

研究分野：計量ファイナンス

キーワード：実現共分散 非対称 長期記憶

1. 研究開始当初の背景

金融市場では、分刻みのデータや取引ごとのティック・データなどが入手できるようになり、金融資産のリスク分析に実現ボラティリティ (Realized Volatility, RV) が用いられるようになってきている。本研究では、実現ボラティリティを多変量に拡張した「実現共分散」を扱う。

この 10 年間で実現ボラティリティの推定方法の開発が進み、そのモデル化について様々な研究が行われてきた。次の段階として、実現共分散について様々な推定方法が提案されつつある今、そのモデル化に取り組むことは大きな意義がある。

実現ボラティリティの分野では、大きな注目を集めている研究として Hansen et al. (2011) の Realized GARCH モデルが挙げられる。これはボラティリティのモデルとして 30 年近く使われてきた GARCH モデルと、実現ボラティリティのギャップを埋める研究である。このため、実現共分散のモデル化においても、多変量 GARCH モデルを考えることが最初のステップとなる。事実、Golosnoy, Gribisch and Liesenfeld (2012) は多変量 GARCH モデルの発想を応用して、実現共分散のモデルを提案している。また Asai and So (2010) も含めて、すでに同様の取り組みは開始されている。

ここで確率的ボラティリティ (Stochastic Volatility, SV) に目を向けたい。Asai, McAleer and Medeiros (2012) は、RV と真のボラティリティの間には誤差があることに注目し、また RV のもつ特性から新たな SV モデルを考案し、RV による SV の推定方法を提案した。SV モデルを考えるメリットは、連続時間モデルが対応しているため、金融市場のオプション価格の評価モデルに直接結び付けることができる点である。なお、前述の GARCH モデルを連続時間のモデルとして表現すると、連続時間 SV モデルの特殊ケースとして表すことができる。

近年の研究では、共分散の連続時間モデルとして、Gourieroux (2006) の連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルや、Muhle-Karbe, Pfaffel and Stelzer (2012) の Levy 過程のモデルが考案されている。連続時間の枠組みでは、これらのモデルをベースとした拡張が考えられる。

2. 研究の目的

(1) 概要

本研究の目的は、大きく 2 つに分けられる。すなわち実現共分散のデータを用いて、(i) オプション価格評価への応用を目的として、Gourieroux (2006) の連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルを拡張し、長期記憶性を取り入れたモデルを分析し、(ii) 連続時間または離散時間の枠組みで、長期記憶性・非対称性・動的相関関数行列の特性を取り入れたモ

デルを分析することである。この研究の特色は、実現共分散のデータをモデル化する際に、長期記憶性と非対称性を取り入れることにある。

(2) 着想に至った経緯

申請者は、多変量・単変量の SV モデルを中心として、ボラティリティの研究を行ってきた。近年、Econometric Society などの学界では、RV に関する研究が盛んに行われている。また、実現共分散そのものの推定方法に関する研究では、Hayashi and Yoshida (2005) などの先駆的な研究から、この 7 年間 (申請時点) で大きく前進してきた。次の流れとして、実現共分散のモデル化に関する研究が発展を遂げようとしている。この機会に、申請者のこれまでの研究成果を活かして、実現共分散のモデル化に取り組んで参りたい。

3. 研究の方法

(1) 概要

本研究では、実現共分散のモデルの特定化の際に、長期記憶性と非対称性に注目して、既存のモデルを拡張していく。

この研究は、大きく 3 つの段階に分けることができる。

- (i) データの入手と加工、既存の研究の整理。
- (ii) 長期記憶型の連続時間モデルへの拡張とオプション価格評価方法の確立。
- (iii) 非対称・長期記憶型・実現共分散モデルの構築。

(2) 研究の流れ

平成 25 年度前半

平成 25 年度前半では、実現共分散の推定に関して、既存の研究を整理した。また 1 分次データを手入れし、日次の実現共分散を求めた。さらには、次の 4 点に取り組んだ。

- (i) 連続時間・長期記憶型 SV モデルに関する研究を整理・検討。
- (ii) 連続時間共分散モデルに関する研究を整理・検討。
- (iii) 連続時間モデルの推定方法を整理・検討。
- (iv) 単変量・多変量を問わず、非対称ボラティリティ・モデルの最近の成果を整理・検討。

平成 25 年度後半

平成 25 年度後半では、既存の連続時間多変量 SV モデルを、長期記憶性をもつように拡張した。新たなモデルの統計的性質を分析し、実現共分散をもちいた推定方法を考案した。

平成 26 年度

平成 26 年度は、前年度に考案した連続時

間・長期記憶型・多変量 SV モデルについて、様々な推定方法を検討した。採用したのは、第 1 段階においてローカル・ウィットル推定量で長期記憶性に関する未知パラメータを推定し、第 2 段階では残りのパラメータを一般化モーメント法により推定するものである。モンテカルロ実験の結果、この推定量は、実用に耐えうるパフォーマンスをもつことが明らかになった。さらに実証分析を行い、論文にまとめて学術誌に投稿した。

オプション評価方法については、上記の一般化モーメント法のモーメント条件の導出に用いたラプラス変換を使えば、高速フーリエ変換で計算できることがわかった。

また同時並行で、動的相関係数のモデルを検討した。Asai and So (2010)のアイデアをベースにしながらも、正方行列の指数関数を使って、非対称性と長期記憶性を持つ新たな動的相関係数のモデルを考案した。モンテカルロ実験を行った結果、推定量のパフォーマンスがよいことが明らかになった。さらに実証分析を行い、論文にまとめて学術誌に投稿した。

平成 27 年度

平成 27 年度は、この連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルを拡張し、非対称性を取り入れたモデルを考案し、その統計的性質を導出した。また、実現共分散を使って、GMM による推定方法を考案した。

また、実現共分散の離散時間モデルとして、長期記憶性・非対称性・動的相関関数行列の特性を取り入れたモデルをさまざま考案し、比較分析をおこなった。特に、時変動共分散のモデルでは、分析対象となる金融資産の数が増えると、パラメータの数はその 2 乗のスピードで増加してしまう。この問題を回避するための方法の 1 つがファクター構造である。この研究では、ファクター構造を導入しながら、各金融資産のもつ非対称性を失わないような構造を考案した。

4. 研究成果

(1) 論文”Leverage and feedback effects on multifactor Wishart stochastic volatility for option pricing”について

複数の金融資産を組み合わせた金融派生商品の価格付けの問題は、ゆっくりではあるが研究が進んでいる領域である。この研究で、多変量ボラティリティのモデルとして使われているものの 1 つが、Gourieroux (2006)の連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルである。

この論文では、連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルを拡張し、非対称性を取り入れたモデルを考案した。特に、新たなモデルでは、レバレッジ効果、フィードバック効果、マルチファクターを共分散構造に取り込む

ことができる。この論文では、新たなモデルのラプラス変換の解を解析的に導出した。また、実現共分散を使って、一般化モーメント法による推定方法を考案した。NASDAQ100 指数と S&P500 指数の日次収益率のペアのデータを使って、実証分析を行ったところ、このリバレッジ効果・フィードバック効果・マルチファクターのすべてを兼ね備えたモデルがベストであることがわかった。この論文では、オプション価格の評価例をつけている。

(2) 論文”A Fractionally Integrated Wishart Stochastic Volatility Model”について

この論文では、連続時間ウィッシュャート自己回帰モデルを拡張し、長期記憶性を取り入れたモデルを考案した。このモデルのラプラス変換の解を解析的に導出した。この論文では、第 1 段階においてローカル・ウィットル推定量で長期記憶性に関する未知パラメータを推定し、第 2 段階では残りのパラメータを一般化モーメント法により推定する、というアプローチを用いた。モンテカルロ実験の結果、この推定量は、実用に耐えうるパフォーマンスをもつことが明らかになった。S&P 500 指数と FTSE 100 指数の日次収益率のペアのデータを使って分析したところ、1 ファクターウィッシュャート自己回帰モデルおよび 2 ファクターモデルよりも、新たなモデルのほうが当てはまりがよい、ということがわかった。

(3) 論文” Forecasting co-volatilities via factor models with asymmetry and long memory in realized covariance”について

共分散構造のモデル化においては、変数の数を増やすと、パラメータの数はその 2 乗のオーダーで増加していく。モデルの次元を減らすために、この論文では、主成分分析で使うファクターを用いて、非対称性や長期記憶性をもつような共分散予測モデルを考案した。この主成分ファクター構造をベースとして、動的相関係数モデル、ウィッシュャート自己回帰モデル、行列版指数変換モデル、チョレスキー分解モデルについて、様々なモデルを考案し、米国 7 社の株価収益率の日次の実現共分散のデータを使って、比較研究を行った。

モデルの当てはまりや予測力からみて、この論文で提案したモデルは、既存の条件付き動的相関係数モデルよりも優れたパフォーマンスを示した。特に予測力の面では、1 期先・5 期先・10 期先について予測力を比較したところ、2008 年の世界金融危機を含む時期は、ウィッシュャート自己回帰モデルに非対称性を含めたモデルが一番優れていた。その他の時期では、チョレスキー分解モデルに非

対称性や長期記憶性を含めたモデルが一番優れていた。

(4) 論文” Long Memory and Asymmetry for Matrix-Exponential Dynamic Correlation Processes”について

上記(3)の予備的な研究として、相関係数行列について、行列版指数変換・対数変換を用いてモデル化し長期記憶性や非対称性を取り込んだものである。上記(3)の米国7社に加えて、石油やガスの企業2社を加えた9社の日次収益率のデータを使って、既存のモデルとの比較研究を行った。情報量基準やバリュー・アット・リスク予測の基準からみて、新たなモデルは世界金融危機を時期において、一番優れたパフォーマンスを示していることがわかった。

なお、上記(3)の研究では、この論文で扱った残り2社については1分足データを入手できなかったため、この2社を含めていない。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 4 件)

Asai, M., and M. McAleer, “Forecasting Co-Volatilities via Factor Models with Asymmetry and Long Memory in Realized Covariance”, *Journal of Econometrics*, Vol.189, 251-262, 査読有り.
DOI: 10.1016/j.jeconom.2015.03.020

Asai, M., and M. McAleer, “Leverage and Feedback Effects on Multifactor Wishart Stochastic Volatility for Option Pricing”, *Journal of Econometrics*, Vol.187, pp.436-446, 2015, 査読有り.
DOI: 10.1016/j.jeconom.2015.02.029

Asai, M., and M.K.P. So, “Long Memory and Asymmetry for Matrix-Exponential Dynamic Correlation Processes”, *Journal of Time Series Econometrics*, Vol.7, pp.69-94, 2015, 査読有り.
DOI: 10.1515/jtse-2013-0012

Asai, M., and M. McAleer, “A Fractionally Integrated Wishart Stochastic Volatility Model”, *Econometric Reviews* に掲載決定.

〔学会発表〕(計 7 件)

Manabu Asai, “The Impact of Jumps and

Leverage in Forecasting Co-volatility”, The 11th World Congress of Econometric Society, 2015年8月17日-2015年8月21日, モントリオール, カナダ.

Manabu Asai, “Forecasting Co-Volatilities via Factor Models with Asymmetry and Long Memory in Realized Covariance”, The 8th International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2014年12月6日-2014年12月8日, ピサ, イタリア.

Manabu Asai, “Forecasting Co-Volatilities via Factor Models with Asymmetry and Long Memory in Realized Covariance”, The 5th CEQURA Conference on Advances in Financial and Insurance Risk Management, 2014年10月1日-2014年10月2日, ミュンヘン, ドイツ.

Manabu Asai, “Forecasting Co-Volatilities via Factor Models with Asymmetry and Long Memory in Realized Covariance”, The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meetings, 2014年6月30日-2014年7月3日, 台北, 台湾.

Manabu Asai, “A Fractionally Integrated Wishart Stochastic Volatility”, Asian Meeting of The Econometric Society, 2013年8月2日-2013年8月3日, シンガポール.

Manabu Asai, “Leverage and Feedback Effects on Multifactor Wishart Stochastic Volatility”, The 9th International Symposium on Econometric Theory and Applications, 2013年7月20日-2013年7月21日, ソウル, 韓国.

Manabu Asai, “Leverage and Feedback Effects on Multifactor Wishart Stochastic Volatility”, China Meeting of Econometric Society 2013年6月14日-2013年6月16日, 北京, 中国.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：

番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

浅井学研究室ホームページ
<http://home.soka.ac.jp/~m-asai/papers.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

浅井 学 (ASAI MANABU)
創価大学・経済学部・教授
研究者番号： 90319484

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし