

平成 30 年 6 月 12 日現在

機関番号：17501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25381212

研究課題名(和文) 図形認識能力を育てる図形指導モデルの開発研究

研究課題名(英文) A Research on the Development of the Teaching Model of Geometry in order to Enhance the Ability to Recognize Geometry

研究代表者

川崎 道広 (Kawasaki, Michihiro)

大分大学・教育学部・教授

研究者番号：80169705

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)： 図形指導において育成すべき能力を、視覚的能力と言語的能力に分類し、それぞれの能力を5つの様相に細分化することで、「図形認識能力」を設定した。そして、設定した図形認識能力に基づいて、学校数学の図形指導課程を分析し、図形認識に関わる問題点を探究した。図形認識能力の設定、および図形指導課程の検討の結果を受けて、図形認識能力を育てるための「図形指導モデル」を開発した。図形指導モデルは、視覚的能力と言語的能力を相互に関連させて高めるために、図形概念の言語的側面である用語や定義、性質の理解を促すとともに、適正なイメージ形成も促進することになるため、現在の図形指導を改善する原資となることが期待できる。

研究成果の概要(英文)： I created the standards of ability to recognize geometry by means of ramifying the visual ability and the linguistic ability to five phases each. Then on the basis of the standards I analyzed Japanese curriculum of geometry and clarified the problems on the teaching of geometry. Finally I developed the teaching model of geometry in order to enhance the ability to recognize geometry that is to say the visual ability and the linguistic ability. For instance we can create the right image on the concept of geometry by use of the high standard of the visual ability.

I hope any school mathematics teachers who adopt the teaching model of geometry can improve their teaching methods of geometry.

研究分野：数学教育学(算数・数学教育)

キーワード：図形認識能力 図形指導モデル 図形指導 図形概念 図形認識 視覚的能力 言語的能力 開発研究

1. 研究開始当初の背景

図形概念に関する研究は、1970年代の数学教育における認知心理学的手法の積極的導入を契機として、目覚しく発展してきた。しかし、国内外の研究において、これらの認知的研究成果を、図形指導に還元するための方策がなかったために、個々の事例を改善することにはつなげていない状況である。

日本数学教育学会編「数学教育学指導ハンドブック」において、『図形概念』の項目を私が担当し、200本に及ぶわが国の主要な研究論文を分類・整理し、解説をした。図形概念に関する研究は、個々の図形指導内容に即した研究が中心であり、図形概念の意味に関する研究や、図形認識に関する研究など、図形指導に示唆を与える研究はわずかであった。本研究までの私の図形概念に関する一連の研究は、図形概念の数学的意味や認知的発達過程、図形概念の表象様式、認識論的問題、視覚的能力等に関わる、広範で濃密な研究であった。

図形概念に関する認識論的研究では、図形概念に関する数学的研究(図形概念とは何か、図形は確かに存在するのか)、認知的研究(図形概念はどのように認識されるのか、図形概念に関する不整合は何か)を受けて、教授学的研究(どのように図形概念を指導すべきか)を行ってきた。その結果、図形認識過程を解明することができ、また、図形指導原理を構築することができた。個人的図形概念から数学的図形概念への変容、図形概念のイメージ化から言語化への指導、図形概念の指導にともなう図形感覚の育成、理解の様相モデルに基づく図形概念の認識過程の規範化という4つの指導原理は、図形授業過程を精緻化するための指針ともなる原理である。これらの研究成果は既に私の「学位論文」としてまとめている。

また、図形認識に関する質的研究では、子どもの図形認識の変容の過程をつぶさに観察、分析し、現象学的研究手法により図形概念の認識の本質や、図形授業の本質について追究した。子ども個人の内面の変容に着目した現象学的研究では、個人の図形認識の変容を捉え、図形概念の認識過程を解明した。また、図形認識に関する質的研究は、じっくりと教室文化に関わることで子どもの認識を解明するという特質がある。子どもの図形認識過程の観察、調査、分析により、図形授業のあり方に関する様々な知見も得ることができた。

本研究は、図形概念や図形認識、図形指導に関する私のこれまでの一連の研究を、継続的に発展させる研究である。既に得られている知見(図形概念の特質、図形認識の特質、図形授業の特質)に基づいて、より具体的に、直接的に研究成果を図形指導に反映させようとするものである。

2. 研究の目的

現在の学校数学における図形指導は旧態依然としており、図形の分類、分析、命名、作図、論証等の各活動の意味や授業過程における位置づけには確固とした理論的根拠はない。したがって、図形指導の目的も曖昧である。

本研究は、図形概念に関する認識論的研究で解明した図形認識過程の知見と、図形認識に関する質的研究により得られた図形認識の変容過程の知見を基礎として、子どもの「図形認識能力」を設定し、「図形指導モデル」を開発することで、現在の図形指導を活性化することを目的としている。

図形認識能力は、図形指導において育成すべき能力を視覚的能力と言語的能力とに分類し、細分化していくことで設定でき、新たな図形指導モデルを同定し、図形指導の目的及び方法を改善するための画期的な原資となる。

3. 研究の方法

本研究は、図形概念や図形認識、図形指導に関する一連の研究に継続した研究であり、既に得られている知見(図形概念の特質、図形認識の特質、図形授業の特質)に基づいて、より具体的に、直接的に研究成果を図形指導に反映させようとするものである。そのために、図形指導において育成すべき目標として「図形認識能力」を設定する。そして学校数学における図形認識能力の現状を把握した後、図形領域の指導課程を検討し、新たな「図形指導モデル」を開発する。このモデルにより旧態依然とした図形指導を活性化し、改善の方向へと促すことを意図している。

これまでの私自身の研究成果を発展させ、図形指導を改善する研究課題を解決するために、まず、図形認識能力を設定する。図形概念の視覚的表象と言語的表象の二面性に対応させて、図形認識能力をまず、視覚的能力と言語的能力に分類する。そして「理解の様相モデル」の5つの様相に対応させて、各能力を細分化することにより図形認識能力を設定する。

次に、図形認識能力の観点から、学校数学における図形領域の指導課程を見直し、問題点を明らかにする。特に、「何をどこまで指導すべきか」という問いに答えられるように分析する。

さらに、図形認識能力の考察に基づいて、図形指導モデルを開発し、その有効性を検証することで、誰でもが図形指導を充実した指導にできるようにする。

図形概念に関する認識論的研究において、図形概念は、視覚的表象と言語的表象の二面性があることを明らかにした。そして、図形概念の理解の過程を『図形概念の理解の様相モデル』として整理した。図形概念は、イメージ的表象と言語的表象の2つの表象それぞれの独自の発達とともに、互いの相互交渉を

重ねることで、5つの様相を経て客観的な図形概念へと発達していく。これら5つの様相は、子どもの理解過程の特質を表すとともに、発達の傾向性を示すものである。この理解の様相モデルの知見に基づいて、図形認識能力を設定する。

図形認識能力を詳細に設定した後、子どもの図形認識能力を同定するために用いる判定基準を設定する。5つの様相に細分化された視覚的能力や言語的能力をさらに精緻化し、各様相の能力を、図形の再認問題（図を見て図形を判断する問題、適する性質を選択する問題等）、再生問題（典型的な図をかかせる問題、図形の定義を書かせる問題等）の形に具現化する。

現在の学校数学における図形指導の目標が曖昧であることから、図形認識能力の観点から図形指導全般を見直し、図形指導の確固とした目標と、その実現のために必要な指導内容の検討を行う。

私は『図形概念に関する認識論的研究』において、「個人的図形概念から数学的図形概念への変容」、「図形概念のイメージ化から言語化への指導」、「図形概念の指導にともなう図形感覚の育成」、「理解の様相モデルに基づく図形概念の認識過程の規範化」という4つの図形指導原理を構築している。これらの原理を、図形指導課程の検討の際にも、図形認識能力の観点と合わせて活用する。

図形指導課程の分析・検討の結果を受けて、図形認識能力を育てるための『図形指導モデル』を開発する。従来の図形指導の方法に縛られることなく、図形認識能力を育てることを目標とし、そのための手立てを適宜取り入れた指導モデルを開発する。誰でもが、どのような指導内容であっても、同様の指導をすることによって、子どもの図形認識能力を伸ばすことができることが、図形指導モデルを開発する目的である。

また、私がこれまで行ってきた『図形認識に関する質的研究』により得られた、「子どもの図形認識の変容過程の特質」も合わせて、図形指導モデルの検討の際に活用する。質的研究には一般に、次の3つの研究の特性があるからである。

ア、教室という環境、授業という文脈を重視した研究

イ、研究仮説や実験の変数をあらかじめ設定しない研究

ウ、集団の平均的傾向ではなく、個人の内面状況、認識過程を重視した現象学的研究

5年間の研究機関を通して、図形認識能力を設定し、図形指導モデルを開発することで、旧態依然とした図形指導を活性化し、改善することを旨とした。

4. 研究成果

(1) 図形認識能力の設定

図形指導において育成すべき能力を、視覚的能力と言語的能力とに分類し、さらにそれ

ぞれの能力を細分化することで、「図形認識能力」を次のように設定した。

図形概念の二面性に対応

図形概念の二面性に対応させて、図形認識能力を、視覚的能力と言語的能力に分類した。視覚的能力とは、視覚的に図形を認識する能力のことであり、ものを見て図形を判断したり、図を通して図形の性質を考えたりする能力である。言語的能力とは、言語的に図形を認識する能力のことであり、図形の名称や性質、定義の理解にかかわる能力である。

5つの様相に対応

5つの様相それぞれの典型的な現象に基づいて図形認識能力を細分化し、能力の観点で理解の様相を同定できるようにした。

(2) 図形指導課程の分析、検討

設定した図形認識能力に基づいて、現在の図形領域の指導課程を分析、検討した。小学校と中学校を合わせた学校数学全般における図形指導の課題の探究および、図形認識に関わる問題点の解明を行った。

まず、図形指導の変遷を歴史的に考察した結果、図形指導の指導内容には確固とした指導原理がないこと、子どもの図形認識に基づいた内容構成になっていないこと、そして、図形感覚の育成が叫ばれているが、図形感覚とは何かといった検討も深くなされていない状況であること等が明らかになった。また、図形指導の特質においては、図形概念の言語的表現と図的表現の観点から育成すべき図形概念の姿を明らかにし、図形認識の特質に基づく図形指導のあり方について検討した。さらに、図形指導の実際を、言語的能力と視覚的能力それぞれの認識の観点から分析した。言語的能力に関しては、用語や定義、性質について分析し、視覚的能力に関しては、イメージの認識や図形感覚について分析した。図形指導における操作の特質についても整理した。

小学校図形指導に関しては、6年間の図形指導の内容を図形認識の観点から検討し、図形指導の現状における問題点と留意点を抽出した。また、中学校数学科における図形指導に関しては、全体を対象として見直し、図形認識に関わる問題点を明らかにした。そして、従来の指導では特に問題視されなかった点の改善を図った。第1学年では、対称の取り扱いを、小学校の指導との接続を意識した扱いにすることを提唱した。第2学年では、図形の性質や合同の指導における論理的展開の不具合を指摘し、修正した。第3学年では、三平方の定理等の指導において、定理の必要性や、発見の驚きを喚起するような指導を提案した。

(3) 図形指導モデルの開発、検証

図形認識能力の分類と、図形指導課程の分析・検討の結果を受けて、図形認識能力を育

てるための図形指導モデルを開発した。子どもの図形認識の変容過程の特質を踏まえて、視覚的能力と言語的能力それぞれの育成を目指した指導モデルになるように心掛けた。具体的な指導場面として、小学校3年生の二等辺三角形の指導において、辺の長さを構成要素とした三角形の分類の際に、視覚的能力と言語的能力の育成を意識した展開を工夫した。特に、視覚的能力を育成するために位置や方向、大きさの異なる三角形を判別させるとともに、動的な構成の場面を工夫し、頭の中でイメージ操作ができるように促した。この事例を通して、開発した図形指導モデルを用いると図形認識能力が高められることを検証することができた。

図形指導モデルでは、視覚的能力と言語的能力が相互に関連をもちながら高まるために、図形概念の言語的側面である用語や、定義、性質の理解を促すとともに、適正なイメージ形成も促進されることになる。したがって、図形指導モデルに、言語化とイメージ化の機能を位置付けることにした。言語化の機能は、用語や定義、性質、命題などにより、図形概念を言語的に表現することで、図形概念の客観性を認識させることに寄与している。また、図形の授業において、まず現実的表現の認識により、ものから形が抽象化され、図として表現されるようになる。次に、図的表現の認識により、個々の図から一般の図形が認識されるようになる。このような図形概念の認識過程における抽象化、一般化の過程は、理念性の認識過程であり、理念性の認識を支えているのはイメージ化の機能である。

図形のイメージ形成については、静的・個別的なイメージから、動的・統合的なイメージが形成される指導のあり方を検討し、指導モデルに盛り込んだ。イメージ的表象の初步的な姿は直観像であり、感覚的なイメージである。図形を意識的に注視することで得られるイメージは、その図形の一面的イメージである。図形を多面的に捉えることができると、多面的イメージが形成され、図形を動的に変化させることができれば、統合的イメージとなる。これら一連のイメージ形成過程を、図形指導モデルに盛り込むことで、イメージ化が促進されることになる。

(4) 本研究の学術的な特色・意義

本研究は、数学教育の研究手法としてあまり取り入れられていない認識論的研究と質的研究の成果に基づいて、図形認識能力について探究した。図形概念の認識の特質や、図形認識の変容過程に基づいて図形認識の能力を設定することで、図形指導の目標および指導内容の明確化、適切化を図ったことが本研究の特色である。そして、図形認識能力を設定した後、図形指導課程を検証し、図形指導を改善するための指導モデルを開発したことが独創的な点である。また、これらの研究は他に類を見ず、研究の新規性も備えてい

るといえる。

これまでの図形領域の研究では、個々の事例ごとに図形認識を解明していたが、本研究では、図形指導全体を網羅する理論の構築と、個々の子どもの図形認識に対応した図形指導の設定が可能であり、旧態依然としたこれまで図形指導が変わることとなる。本研究の成果である図形認識能力の設定により、子どもの現在の図形認識の状況を同定することができ、また、図形指導モデルの開発により、我が国におけるどの授業者も、図形指導の目標と指導内容の意味を理解することができ、結果として、図形指導そのものが改善されるという意義がある。

学校数学に携わる教師が図形指導モデルに基づいて指導することで、子どもの図形認識能力を高め、図形指導の目標を達成できることを期待している。

<参考文献>

- 川寄道広, 図形概念に関する認識論的研究
図形指導の原理を求めて, 広島大学(学位論文), 2007, 458 ページ
川寄道広, 日本数学教育学会編, 数学教育学
研究ハンドブック 第3章 教材論 §5 図
形概念, 東洋館出版社, 2010, pp.101-114

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1件)

川寄道広, 一冊の本から広がる算数～数学に感動する頭をつくる, 新しい算数研究 第511巻, p.42, 査読無, 2013

[学会発表](計 6件)

川寄道広, 豊かな図形認識を育てるために, 鹿児島県数学教育会平成29年度算数・数学教育研究会(招待講演), 2017

川寄道広, 算数科における「主体的・対話的で深い学び」, 平成29年度中津氏授業研究会(招待講演), 2017

川寄道広, 認識論から見た算数・数学教育, 九州算数・数学教育研究大分大会(招待講演), 2016

川寄道広, 数学的見方や考え方を育てる問題解決的な展開の授業, 中学校数学科指導力向上協議会(招待講演), 2015

川寄道広, 数理を想像する算数的活動, 九附連算数・数学部会大分大会(招待講演), 2014

川寄道広, 既習を生かし学びを広げる授業展開のあり方, 大分県小学校算数部会夏季研究会(招待講演), 2013

[図書](計 3件)

川寄道広, 小野印刷, 「数学力」を高める算数・数学教育, 2016, 168 ページ

川寄道広, 学校図書, 中学校数学1, 2, 3

教師用指導書解説・資料編図形領域 ,2016 ,
28 ページ

川崎道広, 学校図書, みんなと学ぶ小学
校算数教師用指導書第二部研究編 指導
内容の解説 3, 2015, 19 ページ

6 . 研究組織

(1)研究代表者

川崎 道広 (Kawasaki Michihiro)

大分大学・教育学部・教授

研究者番号 : 80169705