

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 22 日現在

機関番号：53701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25381287

研究課題名(和文) 数理モデル化活動を伴った体感型数学教材の開発

研究課題名(英文) Develop teaching materials accompanied with mathematical modelling

研究代表者

岡崎 貴宣 (OKAZAKI, Takanobu)

岐阜工業高等専門学校・その他部局等・准教授

研究者番号：50548295

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、数理モデル化学習を伴った教材を高専低学年(1、2年生)に開発し、実践を行うことである。研究成果として、低学年で学習する数列の漸化式に注目し、漸化式を利用した数理モデル化学習を伴った教材を開発し実践した。この教材は、単に数列に興味を持たせるだけでなく、その後に学習する微分の単元や、微分方程式の内容につなげることができるものである。複数の内容に分かれており、単元を跨った形の教材として活用できる。さらに、トピックとしての教材ではなく、必修授業内での教材として扱うことができることが大きな成果である。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research is to develop teaching materials accompanied with mathematical modelling for high school lower grade student. We developed a teaching materials of a recurrence formula and practiced it. These teaching materials are teaching students usefulness of mathematics through recurrence formula. And these materials have connection of the unit of the difference and the differential equation which will be learned later. Moreover, these teaching materials aren't practice as a topic, practice is the possible contents at the compulsory session.

研究分野：数学教育

キーワード：数理モデル化学習 漸化式 微分方程式 学習支援システム

## 1. 研究開始当初の背景

高等専門学校(以下、高専)では研究開始当初、「数学を活用する力の不足」が問題となっていた。高専では大学受験がない反面、高学年(3学年以上)になると専門科目の教科が増え、内容は大学での学習に相当する。専門科目では数学の知識、特に微積分を利用する科目も多い。そのため低学年(1, 2年生)の数学授業では、できるだけ早く微積分の学習を習得させることが求められ、広く浅い学習になりがちであった。その影響で、数学を身の周りの場面でどのように活用できるか、ということ学ぶ機会がほとんどなくなり、結果として、計算の答えが正しければそれでよい、それまでの過程を重視しない、という傾向が強くなっていた。その状態で高学年に進級するために、専門科目において数学を道具として活用する場面が生じた時、数学を利用する意識にならないことが目立つようになり、「数学を活用する力の不足」が専門科目教員から聞かれるようになった。こうしたことから、低学年において「数学を活用する力」を持たせるための教材開発やカリキュラムの開発が必要であった。

## 2. 研究の目的

研究目的は大きく分けて二つある。まず一つは、高専の低学年向けの教材として、「数理モデル化」学習を伴った教材を開発し実践することである。「数理モデル化」とは、事象を解析する上で、数値として扱う要素を選択し、実験を行うなどして得られた結果をもとに式化をしていく活動であり、数学を道具として活用する経験をさせ、また数学の有用性を伝える上で非常に効果的である。こうした教材を開発する上で重要なことは、単にトピックとして扱われるような、必修授業の本来学習する内容とかけ離れたものではなく、必修授業での授業内容と関連したものとすることである。そうすることで、本来の学習内容も修得でき、かつ数理モデル化の経験も積ませることができる。また実践する単元を一つに限定せず、複数の単元でそれぞれ実践できるような教材の作成を目標とする。

二つ目は、開発した教材を組み入れた授業カリキュラムの構築である。先に述べたように、高専では大学受験がないため一見すると授業時間に余裕があるように思われるが、現状では常に先に進むことが求められるため時間的余裕がない。そのため、限られた時間数でどのように効果的に実践を行うかを考察していく。授業カリキュラムを構築した後は、実践可能な範囲で教材を実践していく。

## 3. 研究の方法

数理モデル化学習教材を開発する上で、特に高専低学年において実践可能な単元について考察を行う。単にトピックとしての教材ではなく、必修授業内で学習する内容を含むことに留意する。教材を開発した後は、実践を行い数理モデル化学習からの側面と、必須

授業としての側面の両面から教材について考察を行う。その結果をもとに、授業カリキュラムとしての組み入れ方、及び授業実践方法についても模索していく。

## 4. 研究成果

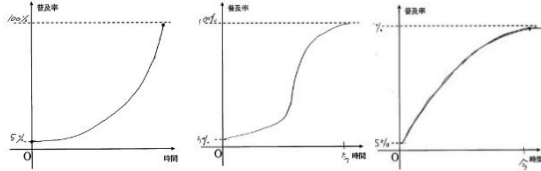
(1) 漸化式を用いた数理モデル化教材の開発  
高専第2学年の前半に学習する単元「数列」における漸化式に注目し、数理モデル化教材の開発を行った。具体的には、 $a_{n+1} = a_n + f(a_n)$ ,  $a_0 = c$  (定数) の式に限定し、 $n$  を時間、 $a_n$  を対象とする値とすることで、時間の経過に伴う $a_n$ の値の変化を考える教材である。式の形を見るとわかるように、 $a_n$ の値に応じて $f(a_n)$ が決まり、それが $a_n$ の増減につながるものとなっている。作成した教材では、あるアプリのインストール率について取り上げ、インストール率を $a_n$ とすることで、時間の経過とともにインストール率がどのように増加するかを予想し、 $f(a_n)$ の式について考察を行った。インストール率は増減が起こりえるが、削除することを含めないとするので、 $a_n$ は単調増加に限定させた。一般的な形である $a_{n+1} = f(a_n)$ とせず $a_n$ の項を加え $a_{n+1} = a_n + f(a_n)$ とした理由は、上記の形を変形させることで微分方程式の離散化の形にすることができ、将来の微分方程式の学習につながると考えたからである。実際、 $dy/dt = f(y)$ ,  $y(0) = c$  で表される微分方程式は、数値計算のために離散化を行うことで $y_{n+1} = y_n + \Delta t f(y_n)$ ,  $y_0 = c$  ( $\Delta t$  は微小量) と表すことができる。この漸化式を用いてモデル化学習を行うことで、漸化式が微分方程式につながることも体感することになり、漸化式の有用性も伝えることができると考えた。

## (2) 開発した教材の実践

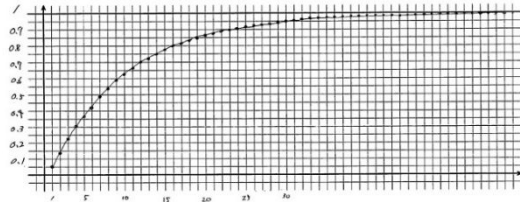
先に述べた教材を実践した。数理モデル化学習においては、「1 現象を観察(または予想)する」「2 仮説を立てる」「3 要素を選択して式化する」「4 式をもとにシミュレーションを行う」「5 式化が妥当かを吟味する」という流れである。題材はスマートフォンの人気アプリを取り上げ、 $n$ を日時、インストール率を $a_n$ とすることで、時間の経過とともにインストール率がどのように増加するかを予想し、漸化式  $a_{n+1} = a_n + f(a_n)$  を用いてどのように表すことができるかを考察を行った。学生達は(図1)のような値の推移を予測し、それぞれを表現できるような漸化式を、 $a_{n+1} = a_n + f(a_n)$ の形に限定して考察した。考察の際にはグループ学習を取り入れた。4 または5人に限定し、話し合いの中に学生が必ず参加できるよう配慮した。 $a_{n+1}$ の値の推移を計算させる方法として、手計算では時間がかかるため、電卓や関数電卓、エクセルを用いた。電卓や関数電卓を用いた活動では、値をグラフにプロットすることで値の増加の仕方を確認しながら $f(a_n)$ の式の意味について考えさせた(図2)。こうすることで、 $a_n$

の値の増え方は、 $a_n$ の値によって定まる  $f(a_n)$  によって決まることを認識させることができた。こうした活動を通して、最終的にエクセルを用いて(図1)で予想したそれぞれの値の推移のグラフについて再現することができた。

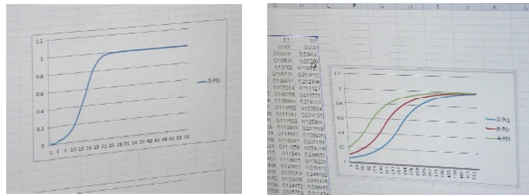
学生達は、数列の一般項を求めるための一つの方法として学習していた漸化式が、このような値の推移を求めることに利用できることに非常に興味を持ったようである。



(図1, 学生が予想した値の推移のグラフ)



(図2, 漸化式を利用して計算し, プロットしたグラフ)

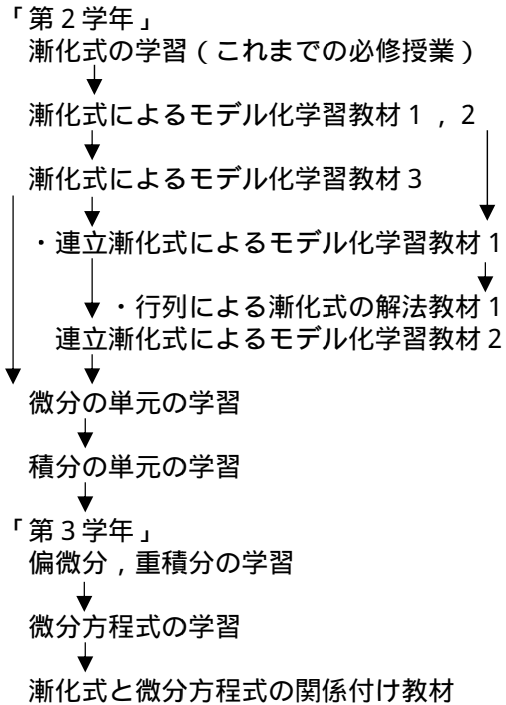


(図3, 学生が式化を行い, 作成したグラフ)

(3) 漸化式を利用した教材を改良し、内容を段階的に発展させていく複数の教材開発、及び授業カリキュラムの構築

教材を実践する時期は微分の単元の学習前であった。もともと微分方程式に繋がる内容なため、微分を学習する前の実践では内容が飛躍しすぎている可能性もあった。しかし実際に実践してみると、例えば時間が十分経過した  $a_n$  の値の傾向を考える場面など、極限の概念につながる活動も行うことができることもわかった。当初は微分方程式へつながら教材ということで開発を行ったが、結果として微分の単元にもつなげることができる教材ということが確認でき、非常に効果的な教材となった。この実践結果をもとに、教材の内容を細分化して段階的に実践していくことを考えると同時に、それらの教材を実践していく授業カリキュラムの構築を行った。具体的には次のようなものである(表1)。

印がついた項目はこれまでの授業カリキュラムであり、複数の授業回数で構成されている。・印が実践を行っていった中でさらに内容を細分化し、開発した教材となる。その中で、印は実際に実践を行うことができた教材である。矢印が複数あるのは、実践方法が複数あり、授業進度や受け持つ学生の状況に応じて柔軟に対応することができることを表している。



(表1) 教材の授業カリキュラム

印がついた項目はこれまでの授業カリキュラムであり、複数の授業回数で構成されている。・印が実践を行っていった中でさらに内容を細分化し、開発した教材となる。その中で、印は実際に実践を行うことができた教材である。矢印が複数あるのは、実践方法が複数あり、授業進度や受け持つ学生の状況に応じて柔軟に対応することができることを表している。

漸化式を用いたモデル化学習は第2学年での実践であり、漸化式と微分方程式の関係の意識付けの教材実践は第3学年後半の学習である。これらを見るとわかるように、研究目的で述べたような、単元を跨った形で漸化式の有用性を伝える教材となっている。第2学年のうちに数理モデル化の経験をさせることで、数学を道具として利用することの有用性を体感するとともに、微分方程式を学習する上で微分方程式の解の近似方法として漸化式が利用できる部分につなげることによって、漸化式の重要性も再認識させることができ、そうした経験の積み重ねによって、専門科目での数学を道具として使うことができるようになると期待している。

(4) 限られた授業時間内で最大限の効果を上げるための学生支援システム(Moodleの活用)

教材を開発し実際に実践する中で、限られた授業時間数での実践方法を考える必要が出てきた。授業での実践の流れは、授業の導入 グループ活動での考察 グループでまとめた内容を授業者に提出 授業者が集約して全体に示す、となっている。その中で、グループ活動での考察にできるだけ時間を確保したいものの、授業の活動を左右する授

業者からの導入，またグループでの活動内容を提出し，それを集約する部分など，一定時間を必要とする活動もあり，それらを差し引いた残りの時間がグループ活動の時間となる．そのため，できるだけ多くのグループ活動の時間を確保するために，例えば授業者側からの提示を授業映像として事前に準備し，学生達が事前に閲覧できるようにすることで，反転学習のような形態を取ることも一つの方法であると考えた．そのような折，岐阜高専では大学再生プロジェクトの一環としてアクティブラーニングを伴った授業を各科目で展開する流れが始まり，それに伴う学習支援システム（Moodle：ムードル）が実装された．Moodle とは，オンライン上で受講者が学習内容を修得することを目的とした e-ラーニングの一環のもので，最近では様々な大学等で取り入れられている．学生が一人ずつアカウントを持ち，それぞれの授業ごとにコンテンツを確保でき，授業での説明等の提示や画像・映像コンテンツの提供することができるだけでなく，小テストの実施と採点や課題の提出・回収など，提供する内容は多岐に渡る．さらに Moodle は学外からの利用が可能であり，内容によってはスマートフォンアプリも利用できる（アプリを利用しなくても Web サイトからアクセスできる）．こうしたことから Moodle を活用も視野に入れた授業教材の改良を模索した．

まずはどのように Moodle を活用することができるかを，普段の授業内で確認した．例えば授業課題をレポート用紙にまとめたものをそのまま提出するのではなく，スマートフォン等で撮影した写真データとして Moodle 上で提出することを確認し，その応用として，計算問題の模範解答を学生達自身が作成し，Moodle に提出することで，授業者側が集約して模範解答サイトとして閲覧できるようにした．学生達にとったアンケート結果を見ると，授業外でも授業内容や詳しい模範解答を参照できる仕組みはとても便利であるという回答が多く見られ，授業者側の準備を適切に行うことで，授業内容をサポートする形として Moodle が大いに活用できることが確認できた．そうしたことから，数理モデル化学習教材の実践に関しても同様に利用できる場面を考察した．その結果，例えば，事前に準備した授業の導入部分の映像を登録し，授業前及び授業のグループ学習活動の中で活用してもらうこと，及びそれぞれのグループ学習で考察した結果をまとめたものを提出する際，Moodle を利用して提出をさせることで授業者が一括管理しやすいものにできること，また各グループでの活動結果を Moodle 上で公開することで，学生達が授業時間外でも授業内での活動と同様に考察することが可能であることがわかった．こうしたことから，(3)で述べた授業カリキュラムの中で・印で記述した教材も

実践できる見通しが立てられ，授業カリキュラムとして成立することを改めて確認することができた．

## 5．主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 5 件)

岡崎 貴宣，ICT を利用した学習方法の一考察，2015 年度数学教育学会秋季例会発表論文集臨時増刊，査読有，2015，14-16

岡崎 貴宣，アクティブラーニングを見据えたモデリング教材の考察，2015 年度数学教育学会春季年会発表論文集臨時増刊，査読有，2015，116-118

岡崎 貴宣，数理モデルを体感させる授業実践，2014 年度数学教育学会秋季例会発表論文集臨時増刊，査読有，2014，103-106

岡崎 貴宣，漸化式を用いたモデリング教材の実践，2014 年度数学教育学会発表論文集臨時増刊，査読有，2014，2-4

岡崎 貴宣，モデリング教材についての一考察，2013 年度数学教育学会秋季例会発表論文集臨時増刊，査読有，2013，119-121

〔学会発表〕(計 7 件)

岡崎 貴宣，ICT を利用した学習方法の一考察，2015 年度数学教育学会秋季例会，2015 年 9 月 15 日，京都産業大学（京都府・京都市）

岡崎 貴宣，アクティブラーニングを見据えたモデリング教材の考察，2015 年度数学教育学会春季年会，2015 年 3 月 22 日，明治大学（東京都・千代田区）

岡崎 貴宣，アクティブラーニングを伴う授業実践について，第 5 回非線形数理学，2015 年 2 月 21 日，ながおか市民センター（新潟県・長岡市）

岡崎 貴宣，Teaching materials to experience the usefulness of mathematics - through mathematical modeling and recurrence formula -, The 7th International Conference on Science and Mathematics Education in Developing Countries，2014 年 11 月 8 日，マンダレイ大学（ミャンマー・マンダレイ）

岡崎 貴宣，数理モデルを体感させる授業実践，2014 年度数学教育学会秋季例会，2014 年 9 月 27 日，広島大学（広島県・東広島市）

岡崎 貴宣，漸化式を用いたモデリング教材の実践，2014 年度数学教育学会春季年会，2014 年 3 月 15 日，学習院大学（東京都・豊島区）

岡崎 貴宣，モデリング教材についての一考察，2013 年度数学教育学会秋季例会，2013 年 9 月 26 日，愛媛大学（愛媛県・松山市）

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岡崎 貴宣 (OKAZAKI, Takanobu)

岐阜工業高等専門学校・一般科目(自然)・

准教授

研究者番号 50548295