

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 12 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25390113

研究課題名(和文) 機能性フラクタル構造体のデザインに向けた基礎的研究：構造制御とダイナミクス

研究課題名(英文) Basic research for designing functional fractal objects: Structure control and dynamics

研究代表者

矢久保 考介 (Yakubo, Kousuke)

北海道大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：40200480

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円

研究成果の概要(和文)：様々なフラクタル系の構造形成機構と其上でのダイナミクスの統一的理解に向けた研究を行うことで、以下の成果が得られた。(1)秩序変数の分布関数が一般化ガンベル分布になることを基礎に、臨界現象に現れるフラクタル次元の分布関数が三重指数関数となることを明らかにした、(2)自己組織化臨界性(SOC)に基づく海岸線形成モデルにおいてフラクタル次元の分布が三重指数関数に従うことを明らかにした、(3)負荷の時間的揺らぎを考慮した過負荷故障カスケードに対して、スケールフリー性を有する複雑ネットワークは頑強であることを明らかにした、(4)自発的にフラクタル性が発現する複雑ネットワークのSOCモデルを構築した。

研究成果の概要(英文)：Studying various fractal systems to understand structure formation mechanisms and dynamics in a unified manner, we have obtained the following results. (1) Based on the fact that an order parameter at criticality is distributed with the generalized Gumbel distribution function, the distribution of the fractal dimension characterizing spatial profile of the local order parameter near the critical point generally obeys a triple exponential function, (2) the distribution of the fractal dimension of coastline formed by a self-organized critical (SOC) dynamics obeys the triple exponential function, (3) scale-free networks are robust against cascading failures by temporally fluctuating loads, (4) an SOC model to explain the spontaneous formation of fractal complex networks has been constructed.

研究分野：複雑系の物理学

キーワード：フラクタル 自己組織化 臨界現象 複雑ネットワーク

1. 研究開始当初の背景

スケール変換に対する不変性を意味するフラクタル性(自己相似性)は、複雑な構造を有する多くの系において共通して見られる性質である。フラクタルな血管網が全身に酸素を効率的に供給するように、フラクタル性を有する系は極めて高い機能性を示すことが知られている。一方で、三陸海岸のようなフラクタル海岸線は砕波効果を持つと同時に津波を局在化させる働きも示すため、時として東日本大震災のような惨事を引き起こす原因にもなり得る。そのため、フラクタル構造の人工制御と機能の最適化は、工学上急務の課題である。しかしながら、フラクタル構造は非常に複雑であるため、限定された物理スケール以外ではその構造制御が困難である。実際、フラクタル・アンテナやフラクタル日よけなど、これまで開発された機能性フラクタル構造体の殆どは、人工的な操作が容易なスケールのものであり、新奇機能が期待される量子力学的ナノ構造や複雑ネットワーク系でのフラクタル構造作成は未だ成功例がない。これらの系において最適化された機能を有するフラクタル系をデザインするには、多様なクラスのフラクタル系に共通した統計的性質の理解、自己組織的構造形成メカニズムの解明、更には機能を発現させるダイナミクスと構造の関係を明らかにすることが必要である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、マクロな古典系からナノスケール量子系、さらにはユークリッド距離が定義されない複雑ネットワークに至るまで、スケールや構成要素の異なる様々なフラクタル系の構造形成機構を統一的に理解し、さらにこれらの系の上でのダイナミクスと構造的特徴との関係を明らかにすることにより、機能的なフラクタル構造体のデザインに向けた基礎的知見を得ることである。フラクタル系が有する機能を目的に応じて最適化するには、機能と構造の関係解明のみならず、人工的なフラクタル構造制御が不可欠であるが、本研究では多様なフラクタル系の自己組織的な形成過程を制御することによりこれを実現する方法を探る。具体的には、異なるクラスに属するフラクタル系の構造形成メカニズムを統一的に理解し、ダイナミクスと構造的特徴との関係を解明するとともに、得られた知見を基礎として機能性フラクタル構造体を人工的に作成するための基礎理論を確立する。

3. 研究の方法

本研究では、様々なクラスにおける複雑系が示すフラクタル性と構造形成機構の統一的な理解を通して、機能的フラクタル構造体の人工制御のための基礎的知見を得る。この目的のため、まず一般的な臨界現象に現れるフラクタル構造のフラクタル次元の分布関

数を理論的に予想する。臨界現象における秩序変数は臨界点近傍において一般化ガンベル分布に従うことが既に知られているが、本研究ではこの分布を基礎にフラクタル次元の揺らぎに従う分布関数の一般形を解析的に明らかにする。その上で、Sapoval等 [Phys. Rev. Lett. **93**, 098501 (2004)]が提案した速い力学的浸食(波による削岩)と遅い化学的浸食(塩水浸食・炭酸化・加水分解など)から構成される自己組織化臨界性(SOC)を示すモデルを用いて海岸線形成のシミュレーションを行い、海岸線形状のフラクタル次元の分布を数値的に調べることで、先に述べたフラクタル次元分布の一般論の正当性を確認する。

本研究では、複雑ネットワーク上のダイナミクスとネットワーク構造自身との相互作用を通して、フラクタル性がどのような機構で自発的に発現するかに関する研究も行う。そのため、まず複雑ネットワーク上で故障が伝播するダイナミクスについての研究を行う。電力網における大規模停電や企業間取引ネットワーク上における連鎖倒産など、機能性ネットワークにおける連鎖故障の解明は社会的にも極めて重要な課題である。なかでも、過負荷による故障のカスケードは身の回りに遍在する非常に一般的な連鎖故障過程であるため、これまでも数多くの研究がなされている。しかしながら、現実の多くの過負荷故障が時間的に揺らぐネットワーク上の負荷の瞬間的な値がノードの耐性を上回ったときに起こるのに対し、従来研究のほぼ全ては負荷の時間的揺らぎを無視した上で議論を展開している。本研究では、負荷の時間揺らぎを考慮した際に、過負荷故障カスケードの振舞いが、揺らぎを無視した場合とどのような差異を示すのかを明らかにする。さらに、この過負荷故障カスケードのモデルを基礎に、複雑ネットワークのSOCモデルを構築し、ネットワークがどのような機構で自発的にフラクタル構造を取るようになるのかを解明する。

4. 研究成果

(1) 臨界系におけるフラクタル次元の揺らぎの一般論を構築するため、十分大きな有限系における臨界点近傍での秩序変数の分布が一般化ガンベル分布となることを基礎に、フラクタル次元の分布関数を理論的に求めた。その結果、フラクタル次元は三重指数関数のテールを有する分布関数によって記述されることが明らかとなった。この議論の正当性は、Sapoval等が提案した海岸線形成のSOCモデルを用いたシミュレーションによって確認された。上記の理論は秩序変数が一般化ガンベル分布に従うことを仮定しているが、このことがどの程度一般的な臨界現象に対して成立するかを明らかにするため、複雑ネットワークのパーコレーション転移に対して秩序変数分布を数値的に調べた。その結果、

次数揺らぎの小さな（次数分布が指数テールを有する）ネットワークに対しては秩序変数分布は一般化ガンベル分布に従うものの、ベキ的なテールの次数分布をもつネットワーク（スケールフリー・ネットワーク）に対してはこの分布から有意にずれることを発見した。また、その理由も明らかにした。

(2) 負荷の時間揺らぎを考慮した過負荷故障カスケードに対して複雑ネットワークがどの程度頑強であるかを理論的に調た。この目的のため負荷のランダム・ウォーカー・モデルを扱った。このモデルでは、負荷がネットワーク上をランダム・ウォークすると考え、各ノード上の負荷（ウォーカー数）の揺らぎが予め定められているノードの耐性を越えたときにこのノードで過負荷故障が起こるとした。このように考えた際の過負荷故障確率は、正則化された不完全ベータ関数によって表される。この確率に従ってまず初期ネットワークからノードを削除し、さらにノード削除されたネットワーク上の負荷分布を再計算することで過負荷故障確率を更新し、その確率でノードを更に削除する。その際、現実の故障カスケードを考慮し、ネットワーク上の総負荷量がエッジ数の減少に合わせて低減されるものとした（低減の速さはパラメータ r で特徴付けられる）。削除されるノードが無くなるまでこの操作を繰り返した後のネットワーク内の最大連結成分の大きさが初期ネットワークの大きさに比べて無視できるほど小さくなる最大の負荷低減パラメータ r_c の値から過負荷故障カスケードに対する頑強性を評価した。このモデルをマスター方程式と母関数法を用いて解析的に評価した結果、負荷の時間揺らぎを無視した従来の理論とは異なり、各ノードの結合数（次数）に大きな揺らぎがあるネットワーク（スケールフリー・ネットワーク）は過負荷故障カスケードに対して頑強であることが明らかになった。また、 $r=r_c$ 近傍におけるネットワーク構造の変化が臨界的性質を有することを示した。

(3) 上記の過負荷故障カスケード過程とネットワーク成長を併合することにより、ネットワーク構造に対するSOCモデルを構築した。このモデルでは、まず小さなネットワークから始め、各時刻に1個のノードが参入し、既存ノードにランダムに結合する。その上で、各ノードの過負荷故障確率に従ってノードを削除し、それに伴う過負荷故障カスケードを(2)で述べたアルゴリズムに従って遂行する。その際、(2)では定数であった負荷低減パラメータ r を、その時刻でのネットワーク・サイズ（総ノード数）の減少関数とする。このようなプロセスを長時間行くと、成長と過負荷故障カスケードが交互に繰り返され、ネットワーク・サイズは或る臨界的なサイズの回りで揺らぐことになる。このモデルのダイナミクスを数値的に追うことにより、カスケードは間欠的に起こること、およびカスケ

ード間のインターバルやカスケード・サイズ、クラスター・サイズがベキ分布することが明らかとなった。このことは、本モデルのダイナミクスが自己組織化臨界性を示すことを意味している。特に、大規模なカスケード直後のネットワークはフラクタル構造を取ることが明らかとなった。また、大規模カスケード後のフラクタル・ネットワークが再び成長すると、ショートカット・エッジの増加に伴い非フラクタルなスモールワールド構造へとクロスオーバーすることが解明された。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計9件)

(1) A. Watanabe, S. Mizutaka, K. Yakubo, Fractal and Small-World Networks Formed by Self-Organized Critical Dynamics, Journal of the Physical Society of Japan, 査読有、84、2015、114003:1-10 DOI=10.7566/JPSJ.84.114003

(2) S. Mizutaka, K. Yakubo, Robustness of scale-free networks to cascading failures induced by fluctuating loads, Physical Review E, 査読有、92、2015、012814:1-8 DOI=10.1103/PhysRevE.92.012814

(3) H. Obuse, J. K. Asboth, Y. Nishimura, N. Kawakami, Unveiling hidden topological phases of a one-dimensional Hadamard quantum walk, Physical Review B, 査読有、92、2015、045424:1-10 DOI=10.1103/PhysRevB.92.045424

(4) H. Obuse, S. Ryu, A. Furusaki, C. Mudry, Spin-directed network model for the surface states of weak three-dimensional Z_2 topological insulators, Physical Review B, 査読有、89、2014、155315:1-28 DOI=10.1103/PhysRevB.89.155315

(5) K. Yakubo, Y. Saijo, D. Korosak, Superlinear and sublinear urban scaling in geographical networks modeling cities, Physical Review E, 査読有、90、2014、022803:1-10 DOI=10.1103/PhysRevE.90.022803

(6) A. Watanabe, K. Yakubo, Catalytic reaction dynamics in inhomogeneous networks, Physical Review E, 査読有、89、2014、052806:1-7 DOI=10.1103/PhysRevE.89.052806

(7) S. Mizutaka, K. Yakubo, Structural robustness of scale-free networks against

overload failures, Physical Review E、査読有、88、2013、012803:1-7

DOI=10.1103/PhysRevE.88.012803

(8) J. K. Asboth, H. Obuse, Bulk-Boundary Correspondence for Chiral Symmetric Quantum Walks, Physical Review B (Rapid Communications)、査読有、88、2013、121406:1-5

DOI=10.1103/PhysRevB.88.121406

(9) H. Obuse, S. Bera, A. W. W. Ludwig, I. A. Gruzberg, F. Evers, Statistics of Conductances and Subleading Corrections to Scaling near the Integer Quantum Hall Plateau Transition, Europhysics Letters、査読有、104、2013、27014:p1-p6

DOI=10.1209/0295-5075/104/27014

〔学会発表〕(計43件)

(1) 矢久保考介, 藤木結香, 水高将吾, 複雑ネットワークにおける隣接ノード次数間のスピアマン相関係数, 日本物理学会 第71回年次大会、2016年03月19日~2016年03月22日、東北学院大学(宮城県・仙台市)

(2) 藤木結香, 矢久保考介, (u,v)-flowerにおける隣接次数相関と長距離次数相関, 日本物理学会 第71回年次大会、2016年03月19日~2016年03月22日、東北学院大学(宮城県・仙台市)

(3) 矢久保考介, 複雑ネットワークにおけるパーコレーション転移、クロスボーダー・シンポジウム(招待講演) 2016年01月11日~2016年01月12日、旭川医科大学(北海道・旭川市)

(4) 小布施秀明, 1次元単一欠陥付きHadamard量子ウォークの局在化とトポロジカル相, 日本物理学会 第71回年次大会、2016年03月19日~2016年03月22日、東北学院大学(宮城県・仙台市)

(5) H. Obuse, Topological phases of a PT symmetric non-unitary quantum walk, Mathematical Association of America (MAA) and American Mathematical Society (AMS) Joint Mathematics Meetings (招待講演) 2016年01月06日~2016年01月09日、Seattle (USA)

(6) 小布施秀明, Floquet Topological Phases of Quantum Walks, 第1回「トポロジーが紡ぐ物質科学のフロンティア」領域研究会、2015年12月11日~2015年12月13日、京都大学(京都府・京都市)

(7) H. Obuse, Topological phases of one-dimensional Hadamard walks and

non-unitary quantum walks, Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2015、2015年11月16日~2015年11月18日、横浜国立大学(神奈川県・横浜市)

(8) K. Mochizuki, D. Kim, H. Obuse, Topological phases and enhancement of edge states in PT symmetric quantum walks with gain and loss, Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2015、2015年11月16日~2015年11月18日、横浜国立大学(神奈川県・横浜市)

(9) 水高将吾, 矢久保考介, 総負荷揺らぎを伴う過負荷故障の確率と局所負荷揺らぎのスケーリング則, 日本物理学会 2015年秋季大会、2015年09月16日~2015年09月19日、関西大学(大阪府・吹田市)

(10) 金多景, 望月健, 小布施秀明, 非ユニタリー量子ウォークにおけるPT対称性とトポロジカル相, 日本物理学会 2015年秋季大会、2015年09月16日~2015年09月19日、関西大学(大阪府・吹田市)

(11) 望月健, 金多景, 小布施秀明, 境界のある非ユニタリー量子ウォークにおけるPT対称性とエッジ状態の増幅, 日本物理学会 2015年秋季大会、2015年09月16日~2015年09月19日、関西大学(大阪府・吹田市)

(12) 遠藤隆子, 今野紀雄, 小布施秀明, 2相系量子ウォークの漸近的振舞とトポロジカル絶縁体の数理, 日本物理学会 2015年秋季大会、2015年09月16日~2015年09月19日、関西大学(大阪府・吹田市)

(13) 小布施秀明, 量子ウォークとトポロジカル絶縁体の邂逅, 日本数学会 2015年度秋季総合分科会(招待講演) 2015年09月13日~2015年09月16日、京都産業大学(京都府・京都市)

(14) 西城勇志, 矢久保考介, 都市指標の相対成長率と偏差分布: 都市個性揺らぎによる影響, 日本物理学会 2015年次大会、2015年03月21日~2015年03月24日、早稲田大学(東京都)

(15) 渡邊章友, 矢久保考介, 自己組織化臨界的に形成されるネットワークのスマールワールド性とフラクタル性, 日本物理学会 2015年次大会、2015年03月21日~2015年03月24日、早稲田大学(東京都)

(16) 水高将吾, 矢久保考介, 負荷揺らぎに基づく故障カスケードとネットワークの頑強性, 日本物理学会 2015年次大会、2015年03月21日~2015年03月24日、早稲田大学(東京都)

(17) 小布施秀明, J. K. Asboth, 西村勇希, 川上則雄, 1次元フォトリック量子ウォークにおける隠れたトポロジカル相の解明、日本物理学会 2015年次大会、2015年03月21日~2015年03月24日、早稲田大学(東京都)

(18) 矢久保考介、ネットワーク科学から見た感染症の流行と防疫、第12回創成シンポジウム「感染症研究の最前線：エボラ・結核を例に」(招待講演) 2015年02月24日~2015年02月24日、北海道大学(北海道・札幌市)

(19) K. Yakubo、A Network Model for Urban Scaling、Cities as Organisms Scaling and Networks in Urban, Social, and Biological Systems (招待講演) 2015年02月19日~2015年02月20日、Maribor (Slovenia)

(20) 矢久保考介、都市スケーリングと地理的ネットワーク、高等研プロジェクト「ネットワークの科学」第2回研究集会(招待講演) 2014年12月25日~2014年12月26日、国際高等研究所(京都府・木津川市)

(21) 小布施秀明、量子ウォークにおけるトポロジカルな局在状態の制御、量子系の数値と物質制御への展開：量子ウォークを架け橋に(招待講演) 2014年09月17日~2014年09月18日、東北大学(宮城県・仙台市)

(22) 西城勇志, 矢久保考介、都市スケーリングとその偏差：地理的ネットワークによるモデル化、日本物理学会 2014年秋季大会、2014年09月07日~2014年09月10日、中部大学(愛知県・春日井市)

(23) 水高将吾, 渡邊章友, 矢久保考介、複雑ネットワークのサイズと構造安定性：過負荷故障モデルからのアプローチ、日本物理学会 2014年秋季大会、2014年09月07日~2014年09月10日、中部大学(愛知県・春日井市)

(24) 渡邊章友, 水高将吾, 矢久保考介、自己組織化臨界性に基づく複雑ネットワークの構造形成、日本物理学会 2014年秋季大会、2014年09月07日~2014年09月10日、中部大学(愛知県・春日井市)

(25) 小布施秀明, 笠真生, 古崎昭, C. Mudry、弱い3次元トポロジカル絶縁体の表面状態：奇数チャネル及び、trimerizationの寄与、日本物理学会 2014年秋季大会、2014年09月07日~2014年09月10日、中部大学(愛知県・春日井市)

(26) 水高将吾, 矢久保考介、過負荷によるカスケード故障の臨界的振舞い、日本物理学会

第69回年次大会、2014年03月27日~2014年03月30日、東海大学(神奈川県・平塚市)

(27) 小島佑介, 矢久保考介、低次数領域における次数分布変化とスケールフリー・ネットワークの頑強性、日本物理学会 第69回年次大会、2014年03月27日~2014年03月30日、東海大学(神奈川県・平塚市)

(28) 小布施秀明, 笠真生, 古崎昭, C. Mudry、弱い3次元トポロジカル絶縁体の表面状態における局在・非局在転移、日本物理学会 第69回年次大会、2014年03月27日~2014年03月30日、東海大学(神奈川県・平塚市)

(29) H. Obuse、Finite-size effects and irrelevant corrections to scaling near the integer quantum hall transition、Recent Progress and Perspectives in Scaling, Multifractality, Interactions, and Topological Effects Near Anderson Transitions (招待講演) 2014年03月11日~2014年03月14日、Dresder (Germany)

(30) S. Mizutaka, K. Yakubo、Overload Network Failures: An Approach from the Random-Walk Model、Second Workshop on Complex Networks and their Applications、2013年12月02日~2013年12月05日、京都テルサ(京都府・京都市)

(31) 矢久保考介, 西城勇志、地理的ネットワークに基づく都市スケーリングの統一的理解、日本物理学会 2013年秋季大会、2013年09月25日~2013年09月28日、徳島大学(徳島県・徳島市)

(32) 水高将吾, 矢久保考介、ランダムウォーク・モデルに基づく過負荷故障カスケードの定式化とネットワークの頑強性、日本物理学会 2013年秋季大会、2013年09月25日~2013年09月28日、徳島大学(徳島県・徳島市)

(33) 渡邊章友, 矢久保考介、触媒反応ネットワークにおけるSOCと反応回数推移の非マルコフ性、日本物理学会 2013年秋季大会、2013年09月25日~2013年09月28日、徳島大学(徳島県・徳島市)

(34) 小布施秀明, J. K. Asboth、多重ステップ量子ウォークのカイラル対称性とバルク境界対応、日本物理学会 2013年秋季大会、2013年09月25日~2013年09月28日、徳島大学(徳島県・徳島市)

(35) 西村勇希, 小布施秀明, 川上則雄、単一ステップ量子ウォークにおけるマヨラナ・ゼロモード、日本物理学会 2013年秋季大会、2013年09月25日~2013年09月28日、徳

島大学 (徳島県・徳島市)

(36) H. Obuse, Anderson transition at three-dimensional weak Z₂ topological insulators, Topology and Nonequilibrium in Low-Dimensional Electronic Systems, 2013年09月16日~2013年09月20日、Dresden (Germany)

(37) K. Yakubo, A Network Model for Urban Scaling, International Workshop on Phase Transition, Critical Phenomena and Related Topics in Complex Network (招待講演), 2013年09月09日~2013年09月11日、北海道大学学術交流会館 (北海道・札幌市)

(38) S. Mizutaka, K. Yakubo, Network robustness to overload failures, International Workshop on Phase Transition, Critical Phenomena and Related Topics in Complex Network, 2013年09月09日~2013年09月11日、北海道大学学術交流会館 (北海道・札幌市)

(39) A. Watanabe, K. Yakubo, Self-organized criticality in catalytic reaction networks, International Workshop on Phase Transition, Critical Phenomena and Related Topics in Complex Network, 2013年09月09日~2013年09月11日、北海道大学学術交流会館 (北海道・札幌市)

(40) H. Obuse, Topological phases and delocalization of quantum walks in random environments, Advances in Quantum Chaotic Scattering: From (Non-)Linear Waves to Few-Body Systems, 2013年09月09日~2013年09月13日、Dresden (Germany)

(41) K. Yakubo, Y. Saijo, Geographical Network Model for Urban Scaling, XXV IUPAP International Conference on Statistical Physics (Statphys25), 2013年07月22日~2013年07月26日、ソウル(韓国)

(42) S. Mizutaka, K. Yakubo, Percolation on Scale-free Networks by Overload Failures, XXV IUPAP International Conference on Statistical Physics (Statphys25), 2013年07月22日~2013年07月26日、ソウル(韓国)

(43) A. Watanabe, K. Yakubo, Self-organized criticality in inhomogeneous catalytic reaction networks, XXV IUPAP International Conference on Statistical Physics (Statphys25), 2013年07月22日~

2013年07月26日、ソウル(韓国)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

矢久保 考介 (YAKUBO, Kousuke)
北海道大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号: 40200480

(2) 研究分担者

小布施 秀明 (OBUSE, Hideaki)
北海道大学・大学院工学研究院・助教
研究者番号: 50415121