

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 8 月 29 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400136

研究課題名(和文) ランダム環境下の確率成長とその相転移

研究課題名(英文) stochastic evolutions in random environment and their phase transition

研究代表者

吉田 伸生 (Yoshida, Nobuo)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：40240303

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：ポワソン点過程を媒質とするブラウン運動に対し、零温度($\beta = -\infty$)の場合の自由エネルギーを考察した。生存確率の対数が研究対象となる確率変数であるが、零温度の場合には、この確率変数は可積分でない。このため、劣加法的エルゴード定理などの通常の手法が適用できない。この困難を克服するため数々の新手法を模索した。

研究成果の概要(英文)：We considered the Brownian directed polymers in Poisson environment and investigated the free energy at zero-temperature. The quantity of interest is the logarithm of the survival probability. However this quantity is not integrable at zero-temperature and classical methods like sub-additive ergodic theorem are not applicable. To overcome this difficulty, we investigated various new approaches.

研究分野：確率論

キーワード：ランダム環境

1. 研究開始当初の背景

本研究の対象は数学構造面からも広汎な普遍性を有し、様々な物理現象の他、ランダムな外力項を持った非線型偏微分方程式にも密接に関係する。本研究の特徴のひとつは、環境は時間と場所に依存する偶然性を伴うことを仮定する点である。従来の確率論的人口モデル(例えば、古典的分枝過程)の多くは環境が時間的に、あるいは空間的に一定な場合に限られてきた。しかし、現実問題、例えば、人類の歴史を繕いても、その環境は、疫病の流行、戦争などの時間と場所に依存する偶然性を伴ってきた。その意味で、時間と場所に依存した環境の考察により、より実用性の高い理論を提供できると期待される。

2. 研究の目的

本研究は、時間と場所に依存する偶然性を伴う環境下で空間に分布した量(例えば、人口の分布)の確率的時間変動を対象とし、その長時間後の分布状況を理論的に予測することを目標とする。

3 研究の方法

個々に研究されてきた模型を統合的に記述する枠組みを提唱し、線型確率成長模型 (Linear stochastic evolution) と名付けた。更に、不純媒質内での高分子に対する研究手法を一般化し、線型確率成長模型の枠組で研究方針を打ち立て、検証を進めた

4. 研究成果

本研究は、時間と場所に依存する偶然性を環境下で空間に分布した量(例えば、人口の分布)の確率的時間変動を対象とし、その長時間後の分布状況を理論的に予測することを目標とする。環境が時間と場所に依存する偶然性を持つという設定により、一定環境下で論じられてきた従来の確率論的人口モデルに比べ、より現実問題に即した理論が構築できる。また、本研究の対象は数学構造面からも広汎な普遍性を有し、様々な物理現象の他、ランダムな外力項を持った非線型偏微分方程式にも密接に関係する。本研究の特徴のひとつは、環境は時間と場所に依存する偶然性を伴うことを仮定する点である。従来の確率論的人口モデル(例えば、古典的分枝過程)の多くは環境が時間的に、あるいは空間的に一定な場合に限られてきた。しかし、現実問題、例えば、人類の歴史を繕いても、その環境は、疫病の流行、戦争などの時間と場所に依存する偶然性を伴ってきた。その意味で、時間と場所に依存した環境の考察により、より実用性の高い理論を提供できると期待される。一方、本研究が対象とする現象の背後にある数理は、意外なまでの普遍性を有している。例えば不純媒質内での高分子の形状、非結晶半導体(シリコン、ゲルマニウム...)中での電気伝導、星雲の形成過程といった、人口変動とは一見無関係な現象が共通の数理で記述される。また、

模型に付随した平均量は、ランダムな外力項を持った非線型偏微分方程式(バーガーズ方程式、Kardar-Parisi-Zhang 方程式)の近似解を与える。本研究の素材となる個々の模型は遅くとも1970年代から数学として研究されてきた。それは、それらの模型の内在的普遍性、重要性からむしろ当然と言える。例えば、有向パーコレーション、コンタクトプロセス、不純媒質内での高分子[2]などがその例である。筆者は、個々に研究されてきたこれらの模型を統合的に記述する枠組みを提唱し、線型確率成長模型 (Linear stochastic evolution) と名付けた。更に、不純媒質内での高分子に対する研究手法を一般化し、線型確率成長模型の枠組で以下のような研究方針を打ち立て、検証を進めた:

a1) 空間が1次元、または2次元なら全ての非自明なパラメータ領域(例えば0, 1以外の全ての人口密度)で、総人口の増大は、その平均値に比べ真に遅い(非正規成長)。正確には総人口をその平均値で割った比 $r(t)$ が時刻 t 無限大の極限で零に概収束する。更に $r(t)$ が指数的に小さい(Lyapunov 指数の正値性)。

a2) 空間が1, 2次元なら全ての非自明なパラメータ領域で、局在が観測される。すなわち、人口は均等に拡散するのではなく特定の狭い領域に密集する。空間が1, 2次元なら全ての非自明なパラメータ領域で、局在が観測される。すなわち、人口は均等に拡散するのではなく特定の狭い領域に密集する。

b1) 空間が3次元以上の場合、パラメータに応じて人口増大の速さに関する相転移が起る。例えば一定以上の人口密度を仮定すると、確率正で $r(t)$ が正の極限を持つ(正規成長)。一方、一定以下の人口密度では低次元の場合と同様に $r(t)$ は零に概収束する。

b2) 空間が3次元以上の場合、パラメータに応じて局在/拡散の相転移が起る。例えば一定以上の人口密度を仮定すると人口の拡散は均等である。より数学的には、人口の分布に関する中心極限定理が成立する。一方、一定以下の人口密度では低次元の場合と同様な局在が発生する。その他、ランダム(時空独立)な障害物中のランダムウォークの生存確率について研究した。生存確率の減衰率の存在、更に障害物の事象確率を大きくするときの減衰率の漸近挙動を決定した。空間が3次元以上の場合、パラメータに応じて局在/拡散の相転移が起る。例えば一定以上の人口密度を仮定すると人口の拡散は均等である。より数学的には、人口の分布に関する中心極限定理が成立する。一方、一定以下の人口密度では低次元の場合と同様な局在が発生する。その他、ランダム(時空独立)な障害物中のランダムウォークの生存確率について研究した。生

存確率の減衰率の存在，更に障害物の存在確率を大きくするときの減衰率の漸近挙動を決定した。

一方，ポワソン点過程を媒質とするブラウン運動に対し，零温度の場合の自由エネルギーを考察した。生存確率の対数が研究対象となる確率変数であるが，零温度の場合には，この確率変数は可積分でない。このため，劣加法的エルゴード定理などの通常の手法が適用できない。この困難を克服するため数々の新手法を模索した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

[1] F. Comets, R. Fukushima, S. Nakajima, N. Yoshida: "Limiting Results for the Free Energy of Directed Polymers in Random Environment with Unbounded Jumps" J. Stat. Phys. Volume 161, Issue 3, (2015), pp 577-597 DOI: 10.1007/s10955-015-1347-1 (査読有)

[2] (with F. Comets) Localization Transition for Polymers in Poissonian Medium. Commun. Math. Phys. Vol 323, Issue 1 (2013) pp. 417--447. (査読有)

[学会発表](計 5 件)

[1] "Survival rate for a random walks in disastrous environment", Niigata Probability Workshop, **新潟大学**, 2016 年 1 月

[2] "Survival rate for a certain class of random walks in random obstacles" (The 13th Workshop on Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems 2015年11月5日, 東京大学)

[3] "Survival in disastrous environment" (「**クレスト報告会**」 2013 年 11 月 27 日, **東北大学**)

[4] Brownian Directed Polymers in Random Environment: Complete Localization and Phase Diagram. ("Markov chain on graphs and related topics", February 13, 2013, RIMS, Kyoto).

[5] Brownian Directed Polymers in Random Environment: Complete Localization and Phase Diagram. ("Workshop on Random Polymers", January 18, 2013, EURANDOM, Eindhoven, Holland).

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 伸生 (Yoshida, Nobuo)
名古屋大学・多元数理科学研究科・教授
研究者番号：40240303

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4)研究協力者 ()