

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：15201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400165

研究課題名(和文)減衰振動子及び消散型波動方程式の大域的ダイナミクスの解明とその生態学への応用

研究課題名(英文)Elucidation of global dynamics for damped oscillators and dissipative wave equations and its application to biology

研究代表者

杉江 実郎 (Sugie, Jitsuro)

島根大学・総合理工学研究科・教授

研究者番号：40196720

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：さまざまな減衰振動子や差分方程式の大域的ダイナミクスを平衡点の安定性や振動性の観点から解明した。得られた研究成果のうち、減衰線形振動子の大域的漸近安定性に関するものを時間変化するLotka-Volterra捕食者・捕食者モデルに応用した。水中の物体の運動方程式である減衰優線形振動子の大域的漸近安定性も議論した。さらに、係数が時間変化する連成振動子の大域的漸近安定性や準線形楕円型偏微分方程式の球対象解の収束性についても考究した。

研究成果の概要(英文)：The global dynamics of various damped oscillators and difference equations were clarified from the viewpoint of stability and oscillation of the equilibrium point. Among the obtained research results, that related to the global asymptotic stability of the damped linear oscillator was applied to a time-varying Lotka-Volterra predator-prey model. The global asymptotic stability of the damped super-linear oscillator which was the equation of motion of the object in underwater was also discussed. Furthermore, the global asymptotic stability of the coupled oscillator whose coefficient varies with time and the convergence of radially symmetric solutions of quasi-linear elliptic equations were studied.

研究分野：関数方程式論

キーワード：減衰振動子 一様漸近安定性 大域的漸近安定性 振動性 差分方程式 半分線形微分方程式 生態系
モデル 相平面解析

1. 研究開始当初の背景

常微分方程式の安定性理論において、平衡点(または零解)の大域的漸近安定性の研究は古くから重要な位置を占めてきた。特に、方程式 $(L) x'' + a(t)x' + \omega^2 x = 0$, $\omega > 0$ で記述される速度に比例する抵抗を受ける減衰振動子の平衡点が漸近安定になるための条件は、数学的理論面のみならず応用面の要請から、多くの研究がなされてきた。そのバイオニア的研究として、Levinson & Nohel (Arch. Rational Mech. Anal., 1960) の結果を挙げることができる。彼らは減衰係数 $a(t)$ が正の下限 α と上限 β をもつならば、方程式 (L) の平衡点は漸近安定であること示した。この結果により、その後の研究は下限 α か上限 β のどちらかを取り除く方向に進み、任意の t に対して、(i) $0 < \alpha \leq a(t) < \infty$ である場合と (ii) $0 < a(t) \leq \beta$ である場合に区別され、それぞれ large damping と small damping と呼ばれるようになった。以下では、この研究の歴史的変遷の一端だけ紹介する。

(i) large damping の場合において、特筆すべきは Smith (Quart. J. Math. Oxford, 1961) の結果である。彼は方程式 (L) の平衡点が漸近安定になるための必要十分条件は $\int_0^\infty \int_0^t e^{A(s)-A(t)} ds dt = \infty$ であることを導いた(ただし、 $A(t) = \int_0^t a(s) ds$ である)。彼の結果は large damping の場合を対象としているため、減衰係数 $a(t)$ が零になることは許されない。その後、Hatvani & Totik (Diff. Integral Eqns., 1993) は、減衰係数 $a(t)$ が零になる区間幅が π/ω より短ければ、Smith の結果と同じく $\int_0^\infty \int_0^t e^{A(s)-A(t)} ds dt = \infty$ が必要十分条件であることを証明した。

(ii) small damping の場合において、かなり強い前提条件の下では、方程式 (L) の平衡点が漸近安定になるための必要十分条件が報告されているが、Smith 型のような良い結果は報告されていない。ただし、減衰係数 $a(t)$ が weakly integrally positive と呼ばれる関数族に属しているならば、方程式 (L) の平衡点は漸近安定であるという優れた結果を Hatvani (Nonlinear Anal., 1995) が与えている。

研究代表者は、科研費基盤研究(C) (課題番号 19540182) と(課題番号 22540190) の助成の下で、方程式 (L) を一般化した半線形方程式 $(H) (\varphi_p(x'))' + a(t)\varphi_p(x') + \varphi_p(x) = 0$ (ただし、 $\varphi_p(z) = |z|^{p-2}z$, $p > 1$) や準線形方程式及び非線形方程式の平衡点の大域的漸近安定性に関する研究に取り組み、数多くの成果を得てきた。それらの成果は既に国際誌に掲載されている。

その一部を紹介すると、単振子の運動方程式 $(P) x'' + a(t)x' + \sin x = 0$ の平衡点が漸近安定になるための必要十分条件を与えた (Proc. Amer. Math. Soc., 2013)。これは上記の Hatvani & Totik の結果の拡張になる。また、small damping の場合において、減衰

係数 $a(t)$ が weakly integrally positive であるならば、方程式 (H) の平衡点は漸近安定であることを証明した (Arch. Math.(Brno))。これは Hatvani の結果の拡張である。減衰係数 $a(t)$ の下限 α と上限 β を同時に取り外してしまうと解析が一段と困難になるのは言うまでもなく、国内外で研究成果はほとんどない。研究代表者はこのデリケートな場合を fluctuating damping と名付け、減衰係数 $a(t)$ が一様連続かつ weakly integrally positive である下で、方程式 (H) の平衡点は漸近安定になるための必要十分条件を報告した (Nonlinear Anal., 2011)。

2. 研究の目的

本研究のメインテーマは、研究代表者及び連携研究者が常微分方程式や差分方程式の定性的理論の研究において得てきた様々な成果を改良・発展させるとともに、その応用として、船舶工学・電子工学・数理生態学などの諸分野に登場するモデルの解の大域的漸近挙動(特に、安定性と振動性)に関する理論構築を行うことであった。研究対象とする方程式の係数やパラメータに関するどのような条件が大域的ダイナミクスを解明する鍵になっているかを考究することが本研究の目的であった。また、得られた主結果が必要十分条件を与えていても、その係数やパラメータに関する条件が複雑であり、成り立つか否かを調べるのが困難な場合は、主定理の系として、より確認が容易な条件を導くことを目指した。

3. 研究の方法

本研究組織メンバーは以下の欄に記した3名の連携研究者と2名の海外の研究協力者であった。研究代表者と連携研究者(松永、齋藤、鬼塚)は、各種の研究集会で議論や日頃のメールによる研究連絡を行った。連携研究者には加えなかったが、最終年度には、中田行彦講師が研究代表者と同じ大学の数学教室に所属することになったので、研究討議を行う機会も多かった。また、研究代表者は研究協力者(范、呉)から専門知識の提供を受けつつ、本研究課題を着実に進めた。研究代表者は年に1~2度、研究協力者が所属している東北師範大学(中国・吉林省)に赴き、研究成果を発表するための国際共同ワークショップを開催した。逆に、研究協力者を彼らの指導学生らとともに鳥根大学に招き、活発な研究連絡を行った。得られた成果を学会発表の欄に記載の通り、国内・国外の研究集会において、数多く発表した。

本研究の目的は、数学的理論追求及び構築であるため、特別な研究施設・設備等は必要としなかったが、得られた成果の妥当性や有用性を評価するために、シミュレーションを適宜行った。特に、それぞれの方程式・モデルの解の大域的ダイナミクスを視覚化するためには、解軌道図の描画は重要であった。

また、本研究成果を読者が理解し易くするため、一部のシミュレーション結果を掲載論文で公表した。尚、これらのシミュレーションは研究代表者帰属の現有設備で十分であった。

4. 研究成果

本科学研究費補助金の支援の下で得られた研究成果であることを明記した学術雑誌は12編に上る。研究対象とした方程式は、減衰線形振動子・連成振動子・半分線形方程式・減衰優線形方程式・差分方程式・Lotka-Volterra 生態系モデル・楕円型方程式であった。研究テーマは大別すると、安定性理論（発表論文[1,6,7,9,10,11,12]）、振動性理論（発表論文[2,3,4,5]）、生態系モデルへの応用である（発表論文[8]）。

安定性理論：本研究を遂行する以前に得ていた、減衰線形振動子の平衡点の漸近安定性に関する研究結果をいくつかの観点から大きく発展させた。

まず、線形振動子から優線形振動子にも研究対象を広げ、平衡点が大域的漸近安定になるための必要十分条件を得た。優線形振動子は非線形微分方程式の一つであるから、一般には、平衡点が漸近安定（平衡点の近傍の解だけが平衡点に漸近する）であっても大域的漸近安定（すべての解が平衡点に漸近する）であるとは言えない。この研究では、平衡点の大域的漸近安定性を保証する基準に明確にしたことに意義がある。線形振動子によって記述される現象は多いが、例えば、船の造渦抵抗のように、水中の運動方程式では、抵抗は物体の（角）速度に比例するのではなく、速度の自乗に比例することが良く知られている。このような場合は減衰優線形振動子を考察しなければならない。本研究では、優線形を線形近似として捉えるのではなく、真正面から解析していることも特徴の一つと言える（発表論文[10,11]）。

次に、線形振動子は複数を連なっている、所謂、連成振動子についても考究した（発表論文[6]）。連成振動子の応用例は建築工学に多い。また、線形振動子から半分線形振動子への拡張も行った。線形微分方程式の一種である線形振動子では、2つの解の線形和や解の任意定数倍も解であることが良く知られている。減衰半分線形振動子では、解の任意定数倍は解になるが、線形和は解になるとは限らない。この意味で、解構造が不完全であるが、平衡点の大域的漸近安定性を保証する基準は、減衰線形振動子に綺麗に対応する関係があることを解明した（発表論文[7]）。

平衡点が大域的漸近安定であることが分かっても、それぞれの解が平衡点に近づく速さは異なると考えられる。そのため、ある初期条件の下で実験を行っても、別の初期条件では平衡点への漸近スピードを予想できない。どのような解であってもほぼ同程度の時間内に平衡点の決められた近傍内に近づく

ことを保証するには、平衡点の一樣大域的漸近安定性を研究しなければならない。本研究では、減衰線形振動子と減衰優線形振動子の平衡点が一樣大域的漸近安定になるための条件についても考究した（発表論文[9,12]）。

さらに、別の応用として、拡散項が2種類のラプラシアンで表現される減衰項をもつ準線形楕円型方程式の球対象解の収束性について考察した。このタイプの楕円型方程式は反応拡散方程式の定常解の研究に端を発し、最近純粋数学的な興味のみならず、物理的応用面からの要請によって、数多くの研究がなされている。本研究では、別の観点から（球対象）解の構造を明らかにしようとする試みである（発表論文[1]）。

振動性理論：連続型モデルである常微分方程式と離散型モデルである差分方程式に対して、すべての非自明解が振動するための条件や振動しないための条件を数多く解明した。

自己随伴形と呼ばれる2階線形常微分方程式のすべての非自明解が振動しないことを保証する条件は種々報告されているが、その中で、Hille-Wintner 型の非振動定理はよく知られている。この定理の条件は、自己随伴微分方程式の2つの変数係数に関するある積分量が $-3/4$ 以上 $1/4$ 以下であることを要求する。本研究では、この積分量が下限値 $-3/4$ を下回っても、すべての非自明解がない場合があることを示した。即ち、ある別の条件の下では、この積分値の下限はいくら小さくてもよいことを証明した。また、自己随伴形の半分線形微分方程式でも、同様に、Hille-Wintner 型の非振動定理を改良することもできることを示した。尚、この研究成果は、研究協力者（呉）との共同論文として掲載された（発表論文[2]）。

また、係数励振現象を振動性理論の観点から考究し。係数励振現象とは、対象とする運動系のパラメータが周期的に変化することに伴って引き起こされる振動現象である。係数励振現象のメカニズムを解明するモデルとして、マシュー方程式がしばしば研究されてきた。ただし、マシュー方程式研究の中心的テーマは安定性理論であり、具体的にパラメータを決めたときの解を数値解法によって、近似的に求めるような研究が中心であった。マシュー方程式は2階線形微分方程式であるから、初期値を与えると、それに依存する唯一の解が未来永劫存在することが保証される。そのため、解の漸近的挙動は、無限個の零点をもつ（振動する）か、高々有限個しか零点をもたない（振動しない）かのどちらか2つに大別されます。本研究では、この振動論的立場から、マシュー方程式の解構造を明らかにしようとする試みであった。具体的には、3種のパラメータに関するある簡単な不等式が成り立てば、マシュー方程式のすべての非自明解が振動することを証明した（振動定理）。逆に、パラメータ間の別の不

等式が成り立てば、マシュー方程式のすべての非自明解が振動しないことも証明した(非振動定理)。この結果の優れた特徴として、手計算で容易のこれらの不等式が成り立つかどうかを確認できることである(発表論文[5])。

さらに、2階線形差分方程式の解が振動しないことを保証する条件を与えた。この結果の証明では、対象とする2階線形差分方程式をある種のRiccati型変換によって、1階非線形差分方程式に書き換えて考察することに特徴がある。その非線形差分方程式は1つの係数列をもつ。得られた非振動条件はこの数列の2項間の不等式や3項間の不等式であり、不等式が満たされるか否かは容易に確認できる長所を有している(発表論文[3,4])。

生態系モデルへの応用: 数理生態学において、Lotka-Volterra型被食者・捕食者系は基本モデルとして良く知られている。標準的なLotka-Volterraモデルの係数は定数であるため、すべての解は解析的に解けて、対応する解軌道は内部平衡点を囲む閉軌道となる。つまり、すべての解軌道は内部平衡点に漸近することはない。しかし、自然現象では、被食者と捕食者の個体数(密度)にバランスが取れて、それぞれがある値に近づくことも多い。その値のペアが内部平衡点である。つまり、内部平衡点は大域的漸近安定になる。モデルと現実のこの差異については、種々の要因が考えられてきた。本研究では、その要因は季節変動にあるとして、係数が時間変化するLotka-Volterra型被食者・捕食者系を研究対象とした。

減衰線形振動子は2階の微分方程式であるから、容易に線形の2次元系に変数変換される。本研究の大きな特徴は、独自の变数変換を対象とする被食者・捕食者系に施し、非線形の2次元系に書き換えて考察を進めることである。この変数変換によって、被食者・捕食者系モデルの内部平衡点は2次元非線形系の原点(=平衡点)に移る。勿論、2次元線形系に対する結果を2次元非線形系に直接使うことはできないが、線形・非線形の違いがあっても証明の手法に共通性を見出し、変数係数をもつLotka-Volterra型被食者・捕食者系の内部平衡点が大域的漸近安定になるための必要十分条件を解明した(発表論文[8])。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計12編)

[1] J. Sugie, M. Minei, Convergence of radially symmetric solutions for (p, q) -Laplacian elliptic equations, *J. Dynam. Diff. Equat.* 掲載決定済, 査読有 <http://link.springer.com/article/10.1007/s10884-016-9560-4?no-access=true>

- [2] F. Wu, J. Sugie, A new application method for nonoscillation criteria of Hille-Wintner type, *Monatsh. Math.* **183** (2017), 201 - 218. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2134/article/10.1007%2Fs00605-016-0972-3>
- [3] J. Sugie, Nonoscillation theorems for second-order linear difference equations via the Riccati-type transformation, II, *Appl. Math. Comput.* **304** (2017), 142 - 152. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2071/science/article/pii/S0096300317300668>
- [4] J. Sugie, M. Tanaka, Nonoscillation theorem for second-order linear difference equations via Riccati-type transformation, *Proc. Amer. Math. Soc.* **145** (2017), 2059 - 2073. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2085/journals/proc/2017-145-05/S0002-9939-2017-13338-3/>
- [5] K. Ishibashi, J. Sugie, Simple conditions for parametrically excited oscillation of generalized Mathieu equations, *J. Math. Anal. Appl.* **446** (2017), 233 - 247. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2071/science/article/pii/S0022247X16303249>
- [6] J. Sugie, Asymptotic stability of coupled oscillators with time-dependent damping, *Qual. Theory Dyn. Syst.* **15** (2016), 553 - 573. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2134/article/10.1007%2Fs12346-015-0175-7>
- [7] W. Zheng, J. Sugie, Parameter diagram for global asymptotic stability of damped half-linear oscillators, *Monatsh. Math.* **179** (2016), 149 - 160. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2134/article/10.1007%2Fs00605-014-0695-2>
- [8] W. Zheng, J. Sugie, A necessary and sufficient condition for global asymptotic stability of time-varying Lotka-Volterra predator-prey systems, *Nonlinear Anal.* **127** (2015), 128 - 142. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2071/science/article/pii/S0362546X15002308>
- [9] J. Sugie, K. Kira, Uniform global asymptotic stability for oscillators with superlinear damping, *J. Math. Anal. Appl.* **425** (2015), 827 - 853. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2071/science/article/pii/S0022247X14011925>
- [10] J. Sugie, Asymptotic stability of a pendulum with quadratic damping, *Z. Angew. Math. Phys.* **65** (2014), 865 - 884. 査読有 <http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2134/article/10.1007%2Fs00033-013-0361-x>

- [11] J. Sugie, T. Yamasaki, Global dynamics of Froude-type oscillators with superlinear damping terms, *Acta Applicandae Mathematicae*. **130** (2014), 81 - 113. 査読有
<http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2134/article/10.1007%2Fs10440-013-9839-y>
- [12] J. Sugie, M. Onitsuka, Growth conditions for uniform asymptotic stability of damped oscillators, *Nonlinear Anal.* **98** (2014), 83 - 103. 査読有
<http://luna.lib.shimane-u.ac.jp:2071/science/article/pii/S0362546X13004112>
- [学会発表](計 6 1 件)
- [1] 土井パティ, 松永秀章, 杉江実郎, 時間遅れをもつ非線形差分方程式の振動理論と相平面解析, 平成 28 年度日本数学会中国・四国支部例会, 平成 29 年 1 月 22 日, 愛媛大学(愛媛県・松山市)
- [2] J. Sugie, A study of uniform asymptotic stability of damped linear oscillators, Japan-China Joint Workshop on Dynamical Systems in Okayama 2016(招待講演), 平成 28 年 12 月 2 日, 岡山理科大学(岡山県・岡山市)
- [3] J. Sugie, Nonoscillation of second-order non-autonomous linear difference systems, China-Japan Joint Workshop on Mathematics and Statistic, 平成 28 年 10 月 9 日, 東北師範大学(中華人民共和国・吉林省・長春市)
- [4] 杉江実郎, Nonoscillation of second-order linear non-autonomous difference systems, 常微分方程式の定性的理論ワークショップ(招待講演), 平成 28 年 9 月 22 日, 島根大学(島根県・松江市)
- [5] J. Sugie, Nonoscillation of second-order linear non-autonomous difference systems, 数理学院学術報告会(招待講演), 平成 28 年 9 月 9 日, 北京科技大学(中華人民共和国・北京市)
- [6] J. Sugie, Nonoscillation criteria for second-order linear difference equations via the Riccati-type transformation, The 22nd International Conference on Difference Equations and Applications (ICDEA2016), 平成 28 年 7 月 28 日, 大阪府立大学 I-site なんば(大阪府・大阪市)
- [7] J. Sugie, Nonoscillation criteria for second-order linear difference equations by using the Riccati-type transformation, 数理学院学術報告会(招待講演), 平成 28 年 6 月 4 日, 北京科技大学(中華人民共和国・北京市)
- [8] 石原和樹, 杉江実郎, Asymptotic stability of linear differential equations with impulsive effects, 平成 27 年度日本数学会中国・四国支部例会, 平成 28 年 1 月 24 日, 広島大学(広島県・東広島市)
- [9] J. Sugie, A new application method for Hille-Wintner type nonoscillation criteria, 数理学院学術報告会(招待講演), 平成 27 年 12 月 26 日, 北京科技大学(中華人民共和国・北京市)
- [10] J. Sugie, New application method for nonoscillation criteria of Hille-Wintner type, Academic Exchanges between Shimane University and Minnan Normal University(招待講演), 平成 27 年 12 月 22 日, 閩南師範大学(中華人民共和国・福建省・漳州市)
- [11] W. Zheng, J. Sugie, Global asymptotic stability of seasonally changing Lotka-Volterra predator-prey models with two patches, RIMS Workshop: Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations in Real Domains(招待講演), 平成 27 年 11 月 10 日, 京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)
- [12] J. Sugie, F. Wu, Whether the lower bound value for non-oscillation given by the Hille-Wintner comparison theorem in best possible?, International Workshop on Mathematical Sciences in Dalian(招待講演), 平成 27 年 10 月 30 日, 大連理工大学(中華人民共和国・遼寧省・大連市)
- [13] M. Minei, J. Sugie, Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for (p,q)-Laplacian elliptic equations, Japan-China Joint Workshop on Ordinary Differential Equations and Related Topics in Osaka 2015, 平成 27 年 9 月 24 日, 大阪府立大学(大阪府・堺市)
- [14] J. Sugie, Asymptotic stability for coupled oscillators with time-varying damping, 数学与統計学院学術報告会(招待講演), 平成 27 年 9 月 12 日, 東北師範大学(中華人民共和国・吉林省・長春市)
- [15] W. Zheng, J. Sugie, A necessary and sufficient condition for global asymptotic stability of time-varying Lotka-Volterra predator-prey systems, 2015 年日本数理生物学会 / 日中韓数理生物学コロキウム合同大会, 平成 27 年 8 月 28 日, 同志社大学(京都府・京都市)
- [16] J. Sugie, Asymptotic stability of time-varying damped oscillators with multiple degrees of freedom, 数学科学学院学術報告会(招待講演), 平成 27 年 3 月 24 日, 大連理工大学(中華人民共和国・遼寧省・大連市)
- [17] F. Wu, J. Sugie, Nonoscillation theorems for second order half-linear differential equations, 常微分方程式ワークショップ松山 2015, 平成 27 年 3 月 10 日, 愛媛大学(愛媛県・松山市)
- [18] 石橋和葵, 杉江実郎, Mathieu 方程式の解の振動・非振動に関するパラメータ領域, 平成 26 年度日本数学会中国・四国支部例会,

平成 27 年 1 月 25 日, 徳島大学 (徳島県・徳島市)

[19] J. Sugie, Asymptotic stability of an underwater pendulum with quadratic damping, 数理学院学術報告会(招待講演), 平成 26 年 10 月 30 日, 北京科技大学(中華人民共和国・北京市)

[20] T. Yamasaki, J. Sugie, A necessary and sufficient condition for asymptotic stability based on the weight damping, 常微分方程式とその周辺に関する日中共同ワークショップ, 平成 26 年 10 月 15 日, 大阪府立大学 (大阪府・堺市)

[21] 山崎貴士, 杉江実郎, Smith-type criterion for the asymptotic stability based on the weighted damping, 日本数学会 2014 年度秋季総合分科会, 平成 26 年 9 月 25 日, 広島大学 (広島県・東広島市)

[22] J. Sugie, Difference between asymptotic stability and uniform asymptotic stability for damped linear oscillators, 数学与統計学術報告会 (招待講演), 平成 26 年 9 月 6 日, 東北師範大学 (中華人民共和国・吉林省・長春市)

[23] J. Sugie, Uniform asymptotic stability for damped linear oscillators, 数学与統計学術講演会 (招待講演), 平成 26 年 7 月 4 日, 閩南師範大学 (中華人民共和国・福建省・漳州市)

[24] 杉江実郎, 鬼塚政一, 減衰線形振動子の一樣漸近安定性に対する離散的条件, 平成 26 年度日本数学会年会, 平成 26 年 3 月 15 日, 学習院大学 (東京都・豊島区)

[25] 喜良和哉, 杉江実郎, Uniform global asymptotic stability for damped super-half-linear oscillators, 平成 25 年度日本数学会中国・四国支部例会, 平成 26 年 1 月 26 日, 島根大学 (島根県・松江市)

[26] J. Sugie, Uniform asymptotic stability for damped linear oscillators, RIMS Workshop: Progress in Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations (招待講演), 平成 25 年 11 月 18 日, 京都大学数理解析研究所 (京都府・京都市)

[27] 杉江実郎, 粘性圧抵抗の影響を受ける単振子の漸近安定性, 平成 25 年度日本数学会秋季総合分科会, 平成 25 年 9 月 24 日, 愛媛大学 (愛媛県・松山市)

[28] J. Sugie, Asymptotic stability of a damped superlinear pendulum, 2013 NENU Mathematical Meeting (招待講演), 平成 25 年 9 月 17 日, 東北師範大学 (中華人民共和国・吉林省・長春市)

[29] J. Sugie, Asymptotic stability of an underwater pendulum with quadratic damping, Equadiff 13 (招待講演), 平成 25 年 8 月 30 日, カレル大学 (チェコ共和国・プラハ市)

その他 3 2 件

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕

http://ir.lib.shimane-u.ac.jp/ja/list/shimane_creators/S/e19bb825c0e627738cba16cc388857ab

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉江 実郎 (SUGIE JITSURO)
島根大学・総合理工学研究科・教授
研究者番号: 40196720

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

松永 秀章 (MATSUNAGA HIDEAKI)
大阪府立大学・工学研究科・准教授
研究者番号: 40332960

齋藤 保久 (SAITO YASUHISA)
島根大学・総合理工学研究科・准教授
研究者番号: 30402241

鬼塚 政一 (ONITSUKA MASAKAZU)
岡山理科大学・理学部・講師
研究者番号: 20548367

(4) 研究協力者

范 猛 (Fan Meng)
東北師範大学・数学与統計学院・教授
研究者番号: 該当なし

呉 奮韜 (Wu Fentao)
東北師範大学・数学与統計学院・教授
研究者番号: 該当なし