

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 23 日現在

機関番号：11201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400186

研究課題名(和文) 確率過程のパラメータ推定におけるウェーブレット法：時間-周波数局在性の優位性

研究課題名(英文) Wavelet Method in parameter estimation of stochastic processes: superiority of time-frequency localization

研究代表者

川崎 秀二 (Kawasaki, Shuji)

岩手大学・人文社会科学部・准教授

研究者番号：10282922

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：過去からの影響を強く残している時系列モデルである長期記憶過程等として観測される現象は理工学のような分野で多数知られている。その確率的性質を規定するのは Hurst 指数と呼ばれるパラメータの値の推定が基本的に重要である。推定量の評価に当たっては推定量の漸近分布が必要であるが、従来、漸近分布は古典的な正規分布ではなくなってしまう事がしばしばあり、その場合、統計的評価が非常に複雑なものになってしまう。しかし、ウェーブレットドメインでの推定量は、時間-周波数空間での相関分解性により、漸近分布を正規分布へと転換できる。そのための理論的な共分散減衰性評価のストーリー全体像を与えた。

研究成果の概要(英文)：Long-memory processes, known as a time series model that retains far past influences strongly, are observed in various fields of science and engineering. It is the so-called Hurst parameter that determines their probabilistic properties, so that its estimation is of fundamental importance. In evaluating the estimator, the asymptotic distribution of the estimator is essential. Often the distributions are not classical Gaussian distribution. In that case, the statistical evaluation will be complicated. However, the estimators in wavelet domain are able to turn the distribution to Gaussian, due to correlation decomposition of wavelet in time-frequency space. In this project, we have given the overall story of the covariance decay evaluation.

研究分野：確率過程のウェーブレット解析

キーワード：時間-周波数局在性

1. 研究開始当初の背景

近年、確率過程のウェーブレット解析に関する研究が統計学や工学の観点から多数なされるようになってきたが、それらは残念ながら理論的裏づけに乏しいものが多いのが現状である。また、非ランダムな関数解析とは異なり、ランダム過程とウェーブレット係数の同値性をどのような形で捉えるか、という事があまりきちんと議論されておらず、従って統計的推定の定式化の仕方の方向性も定着したものが無い状況であった。欧米で1つの定式化としてもはやされていたものは、筆者にはしっくりこない気持ち悪さを感じられ、「果たしてウェーブレットは本当にこのような使われ方を望んでいるのだろうか？」との疑問に悩み、より自然な定式化を求めて数年間自問していた。

そうした中で筆者は、Fractional Brown 運動の Hurst 指数推定のウェーブレット係数ドメインでの最小二乗推定法における中心極限定理を考察した際に、上記の「より自然な定式化」に関し、重要な手がかりとなる事実気づいた。それは、Hurst 指数推定量の分散の評価において、シフト変数、およびスケール変数のいずれに関しても減衰が速く局在性が良い事である。すなわち、複数スケールを用いての推定量の分散は各スケール間の分散/共分散の2重和となるが、それが非対角成分の寄与はほぼ無視できる程度であり、対角成分の寄与がほとんどとなっている。その事はウェーブレットの時間-周波数局在性の良さという原点に帰る事であり、そこを理論の軸として展開していくべきであるとの確信を得たように思っていたところである。従って、以降はこの時間-周波数局在性からの帰結として推定量の統計解析や極限定理でどんなメリットが得られるような評価を提示できる、といった議論が基本となっていくと感じ始めた状況であった。

2. 研究の目的

確率過程のパラメータ推定に付随する極限定理の解析を、ウェーブレット係数ドメインでの「局在性の良さ 極限定理の正則化」というコンセプトを軸に定式化する事を、次の観点で整備・拡充する：局在性の良さをもたらすインパクトの明示、分布の特性量が共分散で与えられる場合からの departure。特に、従来分かっているシフト変数に関する

局在性評価に加え、スケール変数に関する局在性評価を調べる。

応用面では、局在性を活かしたデータ解析として実際の問題への適用を試みる。数値解析ソフトを用いて、実データを解析する事でウェーブレット法の実問題への適用に際しての課題を探る。

3. 研究の方法

局在性定式化を、自己相似過程や定常増分過程から基本的なクラスから始めて、スケール変数に関する評価方法を調べていく。スケール変数に関する減衰ファクターを、低次 vanishing moment から始めて一般の次数についての upper bound を得る。この際に、考えている区間内では非常に速い減衰である一方、区間の外では急激に増加する事から、区間内でかなり精密な評価を得よう努める。しかも、指数関数等の形式での、複数スケールの積をとった際に簡単な式となるような評価としなければならない。

そこで、上記の事を調べるにあたり、始めに SDRAM メモリを8ギガビット増設したハイパフォーマンスノート PC および数値解析ソフトウェア MATLAB とその統計・信号処理・ウェーブレット解析サブルーチンパッケージを導入し、十分な配列長のサンプルパス(1本で数メガビットあるいは数ギガビット)のデータを多数スムーズに生成できる環境を整備した。その上で、(1) 幾つかの確率過程クラスを生成しシミュレーションを実行(2) 実データによる統計解析を実行した。また、本環境により、理論的考察の検証評価を行った。

また、効果的に研究を進めるために、次のような事を積極的に行った：

- 中間的な結果が得られたら、近隣大学のセミナー等で発表し、研究レビューを受ける
- 確率論及びウェーブレット解析等の研究者コミュニティにおいて情報発信を行う。

なお、研究が当初計画通りに進まない場合には、国内当該分野研究者に研究レビューを受け、その意見を考慮しプロジェクトの見直し計画を急ぎ策定する事とした。また、当初の成果を得る事が困難となった理由を明確にした上で、プロジェクトの成果をどこまでと修正するかの落としどころを定める事と

した。

さらに、研究協力者として、大学院生に協力を依頼し、シミュレーション補助及び応用ツール環境構築補助、および資料の整理等について、協力を得た。

4. 研究成果

本研究により、自己相似あるいは定常増分過程の場合に、基本的なスケール評価方法の全体像を与える事が出来た。具体的には、減衰性を決めるスケールファクターを2種類として、それぞれが有効な区間へと、フーリエ逆変換の周波数軸を分割しなければならない。また、それが各スケール・ラグの値により変化していくスケールファクターを全て積で取り込んで評価する必要がある。今回はスケール・ラグが $m=1, 2$ について1つの評価を与え、3以上についてはそれ自体を詳細に求める事はしておらず、 $m=2$ からの派生的な upperbound とした $m=3$ 以上については、今後どのように系統的な評価をするかが大きな課題となる。

また、この局在性の良さの応用として、上記の背景で述べた Hurst 指数推定量について、推定量に用いるスケール $j=1, 2, \dots, J$ の上限 J を分散最小化の意味で求める事が出来る事を示した。非対角成分も考慮した最適化は煩雑で困難である。

さらに、シフト変数についても局在性があり、併せて時間-周波数局在性として定式化した。このように、例えば元の過程が長期記憶であってもウェーブレット係数は良い局在性（短期記憶性）を呈する。本研究の成果はそれはすなわち、元の過程ドメインでの推定量での極限定理が非中心極限定理となることをウェーブレット係数ドメインで中心極限定理へ転換できるという大きなメリットがある。

このように本成果によって、従来、評価法が分かっていたなかったスケール局在性の全体像が与えられた。しかし、本テーマについては、今後評価を詳細に詰めていく部分が多数あり、またそれぞれの部分の精密な評価法を開発する必要がある、と考えており、良い

テーマを掘り当てたと実感している。この点については幸運であった。

この成果はドイツ Bonn 大学応用数学研究所 Sergio Albeverio 教授への共同研究成果提案として大変歓迎を受け、共著論文として国際的に評価の高い専門誌へ上梓された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

On a localization property of wavelet coefficients for processes with stationary increments, and applications. II. Localization with respect to scale, S. Albeverio and S. Kawasaki, Osaka J. Math., vol.51, 1-39, 2014.

〔学会発表〕(計5件)

自己相似過程のウェーブレット係数の時間-周波数局在性におけるスケールファクターの評価, 川崎秀二, 日本数学会東北支部会, 2016.

Evaluation of Time-frequency Localization Property for Processes with Stationary- Increments, S. Kawasaki, Harmonic Analysis Seminar at Tokyo City University, 2015.

地震解析のための海底変位計測のウェーブレット相関法, 川崎秀二・木戸元之, 数学協働ワークショップ「ウェーブレット理論と工学への応用」, 2014.

An Introduction to Wavelet and Its Applications to Time Series Analysis (Invited Lecture), S. Kawasaki, 中国電子科技大学, 2014.

安定過程の分布特性量のウェーブレット解析, 川崎秀二, 日本応用数理学会, 2013.

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 件)

名称:

発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川崎 秀二 (Shuji Kawasaki)
岩手大学・人文社会科学部・准教授
研究者番号： 10282922

(2) 研究分担者 なし

(3) 連携研究者 なし