

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 4 月 11 日現在

機関番号：13701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400200

研究課題名(和文)量子通信符号・多元接続通信符号を導出する組合せデザインの構成に関する研究

研究課題名(英文)Constructions of combinatorial designs leading to quantum codes and protocol sequences for multiple-access communication channel

研究代表者

三嶋 美和子(Mishima, Miwako)

岐阜大学・工学部・教授

研究者番号：00283284

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：量子ジャンプ符号を導出するデザインt-SEEDの特徴付けと再帰的構成法の提案を行った。また、アフィン一般線形群 $AGL(1, \text{pow}(3, 2n))$ の下で、 $AG(2n, 4)$ における平面全体がなすデザインが既知の結果よりも多くの部分デザインに分割可能である(t-SEEDの性質を満たす)ことを示した。衝突回避符号については、重み3のときに、タイトかつ等差という条件を付加した場合およびタイト条件のみの場合の各々に対し、最適符号の新たな奇数符号長系列を示した。重み4のときには、等差符号に限定することにより、最大符号語数を再帰式として定式化するとともに複数の符号長の無限系列を与えた。

研究成果の概要(英文)：t-SEED, a class of combinatorial designs which gives quantum jump codes, has been characterized and some recursive constructions of t-SEEDs have been obtained. It is known that the 2-design formed by the planes in affine geometry can be decomposed into subdesigns, which satisfies a property of t-SEEDs. We have shown a decomposition of the 2-design formed by the planes in $AG(2n, 4)$ into subdesigns stabilized by the action of the affine general linear group $AGL(1, \text{pow}(4, 2n))$, which gives the larger number of subdesigns than the previously known decomposition. As for conflict-avoiding codes (CAC), some explicit series of tight/optimal equi-difference CACs and tight CACs of odd length and weight 3 have been provided. Furthermore, restricting to equi-difference codes, several series of infinite number of optimal equi-difference CACs have been obtained together with the recursion formulae of the number of codewords.

研究分野：組合せ論

キーワード：衝突回避符号 デザインの分割 アフィン幾何

1. 研究開始当初の背景

- (1) 量子通信符号, 特に量子ジャンプ誤り(エネルギー損失による基底状態への落ち込みによる誤り)に特化した量子ジャンプ符号は Albert et al.(2001, 2003)により提案されたが, その後 Beth et al.(2003)が組合せデザインのあるクラスとの対応を指摘し, このクラスを t-SEED (t-spontaneous emission error design)と呼んで, 組合せデザインの立場からいくつかの構成法を与えていた. 小さな会合数をもつ複数の部分デザインに分割可能な釣合型不完備ブロック計画は t-SEED となるが, そのような分割可能な釣合型不完備ブロック計画(いわゆるラージセット)の存在は, 本研究開始当初も現在もあまり知られていない.
- 一方, 本研究代表者は, 神保(研究開始当時名古屋大)・朮原(熊本大)とともに, 偶数次元で位数3のアフィン幾何における平面全体がなすデザインが既知の分割数よりも更に多くの部分デザインに分割可能であることを示したばかりであった(Momihara et al.(2012)).
- (2) 衝突回避符号は, フォトニックネットワークに限らず, 広く多元接続通信のプロトコル系列として研究されている符号である. しかし, 衝突回避符号が取り得る最大符号語数については, Levenshtein(2007)以前には非常にラフな漸近値しか知られていなかった. 実際, 重みが最小である3のときですら, Levenshtein and Tonchev(2005)と Levenshtein(2007)において示された上限値にはかなり改善の余地があった. 本研究代表者は, Tonchev(アメリカ)や神保(研究開始当時名古屋大)らとともに最大符号語数の上限値を改善し(Jimbo et al.(2007)), 更に Fu(台湾)らとともに, 組合せデザインとも関係の深い Skolem タイプの整数系列を用いて符号長が4の倍数となるときに Jimbo et al.(2007)で改善した上限値を達成する衝突回避符号が構成できることを証明していた(Mishima et al.(2009), Fu et al.(2010)). これらの結果により, 研究開始当初の時点では, 重み3で最大符号語数が未解決の衝突回避符号は, 奇数符号長の場合を残すのみにまであっていた.
- 重みが4の場合については, Momihara(2007)によりかなり複雑な必要十分条件が知られてはいたものの, それを満たす最適な衝突回避符号の構成法に関してはほとんど知られていなかった.

2. 研究の目的

- (1) アフィン幾何の位数を4以上に上げて,

平面全体がなすデザインの分割数の数え上げを行う.

- (2) 奇数符号長で重み3の最適な等差衝突回避符号の新たな系列を与える.
- (3) 重み4以上の最適な等差衝突回避符号の構成法を与える.

3. 研究の方法

- (1) 既知の結果や研究開始前までに得られた知見を踏まえたうえで, 量子ジャンプ符号や衝突回避符号を与える組合せデザインに対し, シミュレーションを行い, 内部構造の特徴を再度分析・確認する.
- (2) 分析した内部構造を組合せデザインとして特徴付け, その構成法を理論的に体系化する.

4. 研究成果

- (1) 量子ジャンプ符号を与える組合せデザイン t-SEED の特徴付けと再帰的構成法の提案を行った. この結果は, Designs, Codes and Cryptography に掲載された.
- (2) アフィン幾何 $AG(2n, 4)$ における平面全体がなすデザインを分割する理論的手法を示した. さらに, 分割条件を満たす平面を数え上げるプログラムを作成し, 理論の裏付けを行った. t-SEED などに要求される“より望ましい性質”という意味では, デザインの分割数が最大であるということも保証したいところであり, 今後継続して分割数の最大性に関する評価を行う予定である.
- (3) 重み3かつ奇数符号長の衝突回避符号の最大符号語数について, タイトかつ等差という条件を付加した場合に決定可能な奇数符号長系列を与えることができた. また, タイトという条件のみの場合についても, これまで再帰的にも構成できていなかった最適な衝突回避符号を与える奇数符号長系列を示した. 前者の結果は, Finite Fields and its Applications に掲載されることが確定しており, 後者の結果は現在投稿中である.
- (4) 重み4の衝突回避符号については, 等差符号に限定することにより, 再帰式により最大符号語数を定式化するとともに, 複数の符号長の無限系列を与えた. この結果は Designs, Codes and Cryptography に掲載されることが確定している.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

1. Chin-Mei Fu, Kuo-Ching Huang and Miwako Mishima, Decomposition of complete bipartite graphs into cycles of distinct even lengths, *Graphs and Combinatorics*, 掲載決定, 2015. DOI:10.1007/s00373-015-1664-9. (査読有り)
 2. Yiling Lin, Miwako Mishima and Masakazu Jimbo, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of weight four, *Designs, Codes and Cryptography*, 掲載決定, 2015. DOI:10.1007/s10623-014-0030-x. (査読有り)
 3. Masatake Hirao, Masanori Sawa and Masakazu Jimbo, Constructions of p -optimal rotatable designs on the ball, *Sankhya - The Indian Journal of Statistics Ser. A*, Vol. 77, Issue 1, pp.211-236, 2015. DOI:10.1007/s13171-014-0053-4. (査読有り)
 4. Yiling Lin, Miwako Mishima, Junya Satoh and Masakazu Jimbo, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of odd length and weight three, *Finite Fields and Their Applications*, Vol.26, pp.49-68, 2014. DOI:10.1016-j.ffa.2013.11.001. (査読有り)
 5. Yiling Lin and Masakazu Jimbo, Extremal properties of t-SEEDs and recursive constructions, *Designs, Codes and Cryptography*, Vol.73, pp.805-823, 2014. DOI:10.1007/s10623-013-9829-0. (査読有り)
- [学会発表](計 29 件)
1. 盧 曉南, 神保 雅一, A construction of cyclic 3×3 grid-block designs and its application, 日本数学会 2016 年度年会・統計数学科分科会, 2016 年 3 月 18 日, 筑波大学(茨城).
 2. 佐竹 翔平, 澤 正憲, 神保 雅一, Asymmetry of oriented graphs and some related results, 日本数学会 2016 年度年会・応用数学科分科会, 2016 年 3 月 16 日, 筑波大学(茨城).
 3. Shohei Satake, Masanori Sawa and Masakazu Jimbo, Asymmetry of oriented graphs, The 4th Japan-Taiwan Conference on Combinatorics and its Applications(4th JTCCA), 2016 年 3 月 5-7 日, 北九州国際会議場(福岡).
 4. 盧 曉南, 佐藤 潤也, 神保 雅一, Cyclic grid-block designs, 2015 年度応用数学合同研究集会, 2015 年 12 月 18 日, 龍谷大学瀬田キャンパス(滋賀).
 5. 佐竹 翔平, 澤 正憲, 神保 雅一, Erdős-Rényi theory for asymmetric digraphs, 2015 年度応用数学合同研究集会, 2015 年 12 月 18 日, 龍谷大学瀬田キャンパス(滋賀).
 6. Xiao-Nan Lu, Junya Satoh and Masakazu Jimbo, Existence and constructions of cyclic grid-block designs, The 39th Australasian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing(39ACCMCC), 2015 年 12 月 10 日, University of Queensland(オーストラリア).
 7. Shohei Satake, Masanori Sawa and Masakazu Jimbo, Erdős-Rényi theory for asymmetric digraphs, The 39th Australasian Conference on Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing(39ACCMCC), 2015 年 12 月 8 日, University of Queensland(オーストラリア).
 8. 盧 曉南, 佐藤 潤也, 神保 雅一, Cyclic grid-block designs, 研究集会「実験計画法と符号および関連する組合せ構造 2015」, 2015 年 12 月 3 日, 箱根水明荘(神奈川).
 9. Shohei Satake, Masanori Sawa and Masakazu Jimbo, Erdős-Rényi theory for asymmetric digraphs, The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (JCDCG² 2015), 2015 年 9 月 16 日, 京都大学(京都).
 10. 盧 曉南, 神保 雅一, Applications of difference families to graceful labeling of digraphs, 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会・統計数学科分科会, 2015 年 9 月 16 日, 京都産業大学(京都).
 11. 佐竹 翔平, 澤 正憲, 神保 雅一, Erdős-Rényi theory for asymmetric digraphs, 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会・応用数学科分科会, 2015 年 9 月 16 日, 京都産業大学(京都).
 12. Masakazu Jimbo, Miwako Mishima and Koji Momihara, Resolvability of a cyclic orbit of a subset of Z_v and a spread decomposition of a Singer cycle of a projective line, ACA2015, 2015 年 8 月 26 日, Michigan Technological University(アメリカ).
 13. 佐竹 翔平, 澤 正憲, 神保 雅一, グラフの非対称性に関する Erdős-Rényi の定理とその有向グラフへの拡張, 平成 27 年度 RIMS 共同研究「デザイン, 符号, グラフおよびその周辺」, 2015 年 7 月 8-10 日, 京都大学(京都).
 14. 盧 曉南, 神保 雅一, Unifying some graphs related to quadruple systems, 日本数学会 2015 年度年会・統計数学科

- 科会, 2015年3月24日, 明治大学(東京).
15. 山田 紘頌, 澤 正憲, 神保 雅一, グラフの距離行列に関する Graham and Lovász の問題と準対象デザイン, 日本数学会年会・応用数学分科会, 2015年3月22日, 明治大学(東京).
 16. Masakazu Jimbo and Satoshi Noguchi, Cyclic code with large distances and related combinatorial designs, ALCOMA15, 2015年3月16日, Kloster Banz (Germany).
 17. 三嶋 美和子, 組合せデザインを通して応用を見る～FHS から学んだこと～, 研究集会「有限幾何と組合せデザイン」, 2015年3月6日, 東京理科大学神楽坂キャンパス(東京).
 18. 野口 聡, 神保 雅一, 最小距離が大きい線形符号と組合せデザイン, 熊本組合せ論研究集会 -代数的デザインとその周辺-, 2015年1月9日, 熊本大学(熊本).
 19. 朝比奈 潤, 吉野 篤仁, 初原 幸二, 三嶋 美和子, A new series of optimal tight conflict-avoiding codes of odd length and weight 3, 研究集会「実験計画およびその周辺の組合せ構造 2014」, 2014年12月13日, 城崎国際アートセンター(兵庫).
 20. 盧 曉南, 神保 雅一, Affine-invariant strictly cyclic Steiner quadruple systems and related hypergraphs, 日本数学会 2014 年度秋季総合分科会・統計数学分科会, 2014年9月28日, 広島大学(広島).
 21. Yiling Lin, Miwako Mishima, and Masakazu Jimbo, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of weight four, The 3rd Taiwan-Japan conference on combinatorics and its applications (3rd TJCCA), 2014年3月22日, 国立嘉義大学(台湾).
 22. Yiling Lin, Miwako Mishima, Junya Sato and Masakazu Jimbo, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of odd length and weight three, The 3rd Taiwan-Japan conference on combinatorics and its applications(3rd TJCCA), 2014年3月22日, 国立嘉義大学(台湾)
 23. Masakazu Jimbo, Generalized 1-factorization over C and quasi-difference matrices, The 3rd Taiwan-Japan conference on combinatorics and its applications (3rd TJCCA), 2014年3月21日, 国立嘉義大学(台湾)
 24. 林 怡伶, 三嶋 美和子, 佐藤 潤也, 神保 雅一, The multiplicative order

- of a unit and its application to equi-difference conflict-avoiding codes, 第10回「代数学と計算」研究集会(AC2013), 2013年12月18日, 首都大学東京(東京).
25. 林 怡伶, 三嶋 美和子, 神保 雅一, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of weight four, 研究集会「組合せ論とその実験計画法への応用」, 2013年11月13日, 三愛高原ホテル(熊本).
 26. 林 怡伶, 三嶋 美和子, 佐藤 潤也, 神保 雅一, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of odd length and weight three, 日本数学会 2013 年度秋季総合分科会・統計数学分科会, 2013年9月24日, 愛媛大学(愛媛).
 27. 林 怡伶, 神保 雅一, A t-spontaneous emission error design and its application to secret sharing scheme, 日本応用数理学会 2013 年度年会, 2013年9月11日, アクロス福岡(福岡).
 28. 林 怡伶, 三嶋 美和子, 佐藤 潤也, 神保 雅一, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of odd length and weight 3, 日本応用数理学会 2013 年度年会, 2013年9月9日, アクロス福岡(福岡).
 29. 林 怡伶, 三嶋 美和子, 佐藤 潤也, 神保 雅一, Optimal equi-difference conflict-avoiding codes of odd length and weight three, 離散数学とその応用研究会, 2013年8月8日, 山形市保健センター(山形).

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三嶋 美和子 (MISHIMA MIWAKO)

岐阜大学・工学部・教授

研究者番号：00283284

(2) 研究分担者

神保 雅一 (JIMBO MASAKAZU)

中部大学・現代教育学部・教授

研究者番号：50103049

(3) 連携研究者

()

研究者番号：