

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 16 日現在

機関番号：15201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400205

研究課題名(和文) 集合値計画法の統一的な評価基準の研究とその応用

研究課題名(英文) Research on unified criteria in set-valued programming and its application

研究代表者

黒岩 大史 (Kuroiwa, Daishi)

島根大学・総合理工学研究科(研究院)・教授

研究者番号：40284020

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：集合値最適化問題とは、実社会における多様な価値観を集合値写像を用いて自然に表現した最適化問題であり、理論および応用の両面から発展が強く望まれている。この問題には、主に二つの異なる評価基準(1型とu型)と、これらを同時に利用する評価基準(s型)があり、それぞれ別個に対応する必要があったため、これらの評価基準を統一的に考察できるような埋め込み手法を構築する必要性は大いに高まっていた。本研究では、区間によって表現できる集合順序を導入することで、従来の1型、u型、s型の評価基準を統一的に論じることが出来るような方法を発見し、解の存在性、拡張凸性、不確実性のある多目的問題等について結果を得た。

研究成果の概要(英文)：Set-valued optimization problems are represented by using set-valued functions as objective and constraint functions in order to express various ideas in the real world. The study of set-valued optimization problems is required in the sense of theory and applications. However there are mainly two types of criteria of the solutions of the problem, l and u-types criteria, and also there is another s-type criterion. In this study, we give a unified framework for such various criteria including l, u, and s-types ones, and we observed the existence of solutions of the problems, generalized notions of convexity for set-valued maps, applications for vector-optimization problems with uncertainty, and so on.

研究分野：凸解析・非線形解析・集合解析と最適化

キーワード：集合値計画法 統一的評価基準

1. 研究開始当初の背景

「数理計画問題」とは、与えられた制約条件の下でより良い目的を達成するための数理モデルであり、理学、経済学、工学の分野にとどまらず、経営、政策なども含む非常に有用性の高い問題である。この問題を、目的が複数であっても対応できるようにモデル化したのが「多目的計画問題」であり、これまでに四半世紀程の研究が行われている。例えば何か欲しいものを購入する場合、出来るだけ良い品を買いたい(目的1)、出来るだけ安く買いたい(目的2)という二つの目的を同時に達成させたいと考えるのは自然なことであり、この問題は非常に広い適用範囲を持っていることが判る。しかしながらチームやクラス、部署や会社等のグループ同士の比較の際には、それぞれの構成員が複数の要素から評価されているとしても、多目的計画問題の枠組みには収まらない。優秀なグループを選ぶには、個人の能力のみで比較するのではなく、構成員全体の能力によって判断されるべきである。このような考えに基づいて、研究代表者によって1996年に導入されたのが『集合値計画問題』である。このモデルにおいてはグループ間の比較が可能となり、かつ実社会における多様な価値観を集合値写像によって自然に表現することが可能となるため、複雑かつ多彩な社会現象を紐解くことが可能となる。『集合値計画問題』の研究は、ゲーム理論、数理経済学などを始めとする種々の最適化理論の関連分野への新しいアプローチを持つものとして国際的に評価・注目されており、予想を越えたかなり早い速度で拡散・発展してきている。多目的最適化の世界的権威である J. Jahn 氏に注目され、彼の書籍「J. Jahn, Vector optimization. Theory, applications, and extensions. Springer-Verlag, Berlin, 2004.」にも取り上げられているだけでなく、ドイツの C. Tammer 氏、A. Lohne 氏、アメリカの A. Hamel 氏、ベトナムの T. X. D. Ha 氏、スペインの E. Hernandez 氏、M. Sama 氏、V. Novo 氏、イタリアの M. Rocca 氏、G. Crespi 氏など、多くの国々の研究者に注目され、盛んに研究が進められている。また、2012年8月には、集合値計画法を主題として扱い、ファイナンスとの連携について考察する国際会議「Set optimization meets finance」が A. Hamel 氏等によって開催されるなど、最近の集合値計画法の研究の発展には目覚ましいものがある。

さて、これらの集合値計画問題には、二つの評価基準(1型およびu型の集合順序)がある。ベクトル順序空間における $a \succ b$ の関係は、二つの集合 A, B を比較した場合、1型の関係 $A \succ^1 B$ および u 型の関係 $A \succ^u B$ を含む複数の拡張概念が現れる。しかし 1 型、u 型、いずれの集合順序を考察する際にも、既

に研究代表者によって導入された「埋め込み手法」を用いることで、最適解や集合値関数にまつわる様々な概念を容易に扱えるため、この埋め込み手法は非常に有益な手段であるとして M. Rocca 氏、G. Crespi 氏、T. X. D. Ha 氏から高く評価されている。しかしながら、1 型および u 型の集合順序を考察する際には、それぞれ別個に埋め込み空間を用意する必要があり、また、実社会においてはこれらを同時に利用するような場合(s型)もあるため、1 型および u 型の集合順序を同時に考察できるような埋め込み手法を構築する必要性は大いに高まっていた。

2. 研究の目的

このような状況を鑑みながら、本研究では 1 型および u 型の集合順序を同時に考察できるような埋め込み手法の構築、すなわち、集合値計画問題の評価基準を統一的に論じるための土壌作りと、その応用を試みる。具体的には次の通りである。

集合族上の二項関係 1 型および u 型の集合順序を埋め込んだベクトル順序空間を構築し、集合族の埋め込み方法について観察し、これらの二項関係を統一的に論じる方法について考察する。

集合値写像に対する拡張凸概念などを統一的に論じる。他にも応用として、不確定要素を持つ多目的最適化問題や、多目的良設定問題をはじめとして、いくつかの応用を考察する。

3. 研究の方法

1 型および u 型の集合順序を同時に考察できるような埋め込み手法を発見し、関連する理論を構築する。またこれらの埋め込み手法を利用しながら、s 型を表現できるような方法を考察する。

得られた手法を元にして、集合値関数の凸概念や微分概念などの拡張概念の導入と、解の存在性などの観察、および各種応用を考察していく。

その際に国内外の研究協力体制を活用する。

4. 研究成果

埋め込み関数にパラメタを用いて、これら 1 型と u 型の評価基準を統一的に扱うことが出来る手法を発見した。

この手法に関する各種性質について観察した。特に、意味を持つパラメタは区間 $[0,1]$ 内であること、および埋め込み関数はパラメ

タに関する単調性とアフィン性を持つことを示した。

[0,1]の部分区間に対する集合順序を定義することで、s型が表現可能であることを発見した。

統一的に評価基準を表現することで、l型、u型、s型を含む新しい解の概念を定義し、その性質を観察した。また関連するスカラー化関数を導入し、解の存在性に関する定理を示した。

集合値写像に関する拡張凸概念に関する性質について考察した。特に凸、準凸、アフィンの性質に関する同値条件について、成果を得た。

準凸最適化問題、DC最適化問題などの拡張凸最適化問題について、双対性や最適性条件などに関する成果を得た。また解法に関連して、複数の不動点を持つ場合の収束列に関する結果を得た。

不確実性を持つ多目的最適化問題に応用し、複数のロバスト解を定義し、観察を行った。またこれらについて、解の特徴付けや良設定条件について成果を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 10 件)

1. Kuroiwa, Daishi; Popovici, Nicolae; Rocca, Matteo. A characterization of cone-convex vector-valued functions. *Carpathian J.* 32 (2016), 79-85.
2. Kuroiwa, Daishi. Generalized minimality in set optimization. *Set optimization and applications—the state of the art*, 293–311, Springer Proc. Math. Stat., 151, Springer, Heidelberg, 2015.
3. Suzuki, Satoshi; Kuroiwa, Daishi. Characterizations of the solution set for quasiconvex programming in terms of Greenberg-Pierskalla subdifferential. *J. Global Optim.* 62 (2015), no. 3, 431–441.
4. Kuroiwa, Daishi; Popovici, Nicolae; Rocca, Matteo. A characterization of cone-convexity for set-valued functions by cone-quasiconvexity. *Set-Valued Var. Anal.* 23 (2015), no. 2, 295–304.
5. Seto, Kazuki; Kuroiwa, Daishi; A convergence theorem of the Picard iteration whose mapping has multiple fixed points. *Adv. Fixed Point Theory* 5 (2015), 387-395.
6. Crespi, Giovanni P.; Kuroiwa, Daishi; Rocca, Matteo. Quasiconvexity of set-valued maps assures well-posedness of robust vector optimization. *Annals of Operations Research* (2015), 1-16. DOI 10.1007/s10479-015-1813-9.
7. Kuroiwa, Daishi; Lee, Gue Myung. On robust convex multiobjective optimization. *J. Nonlinear Convex Anal.* 15 (2014), no. 6, 1125–1136.
8. Crespi, Giovanni P.; Kuroiwa, Daishi; Rocca, Matteo. Convexity and global well-posedness in set-optimization. *Taiwanese J. Math.* 18 (2014), no. 6, 1897–1908.
9. Ide, Jonas; Köbis, Elisabeth; Kuroiwa, Daishi; Schöbel, Anita; Tammer, Christiane. The relationship between multi-objective robustness concepts and set-valued optimization. *Fixed Point Theory Appl.* 2014, 2014:83, 20 pp.
10. Harada, Ryohei; Kuroiwa, Daishi. Lagrange-type duality in DC programming. *J. Math. Anal. Appl.* 418 (2014), no. 1, 415–424.

[学会発表](計 4 件)

1. Kuroiwa, Daishi. Unification of criteria in set optimization, Workshop on set-valued optimization, February 29, 2016, Martin-Luther-University, Germany.
2. Kuroiwa, Daishi. Robust vector optimization by set optimization, Set Optimization meets Finance, September 9, 2014, Bruneck-Brunico, Italy.
3. Kuroiwa, Daishi. A unified embedding for set optimization, ICOTA2013, December 14, 2013, Taipei, Taiwan.
4. Kuroiwa, Daishi. A unified embedding idea for set optimization, NACA2013, August 2, 2013, Hirosaki University, Japan.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

なし

6. 研究組織

(1)研究代表者

黒岩 大史 (KUROIWA, Daishi)
島根大学・総合理工学研究科・教授
研究者番号：40284020

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

山内 貴光 (YAMAUCHI, Takamitsu)
愛媛大学・理工学研究科・准教授
研究者番号：00403444

松下 慎也 (MATSUSHITA, Shin-ya)
秋田県立大学・システム科学技術学部・准教授
研究者番号：20435449

田中 環 (TANAKA, Tamaki)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：10207110