

平成30年6月25日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25400253

研究課題名(和文)弦の場の理論の位相的構造と多重Dブレーン解の物理

研究課題名(英文) Topological structure in string field theory and the physics of multiple D-brane solutions

研究代表者

畑 浩之 (Hata, Hiroyuki)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：70164837

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：研究課題に関連した主に次の二つの研究をおこなった。

(1) Cubic String Field Theory (CSFT) の多重ブレーン解の非自明なエネルギーの起源として、 $K=0$  と  $K=\infty$  の特異性によるものがあるが、後者の解に対しては、重力との結合で定義したエネルギーがゼロになるという問題があった。本研究では、この問題を精密に分析し矛盾を解消することに成功した。

(2) CSFTにおけるタキオン真空解と2重ブレーン解のそれぞれの周りの物理的ゆらぎの部分的解析を Batalin-Vilkoviski形式に基づいて行い、前者の周りの揺らぎは非物理的であるが、後者の周りの揺らぎは物理的であるという結果を得た。

研究成果の概要(英文)：We carried out mainly the following two researches which are related with the present research subject:

(1) It has been known that the origins of the non-trivial energy of multi-brane solutions in Cubic String Field Theory (CSFT) are the singularities at  $K=0$  and  $K=\infty$ . However, there was the problem that the energy defined by the gravitational coupling vanishes for the solution with singularity at  $K=\infty$ . In the present research, we precisely examined this problem and succeeded in resolving the contradiction.

(2) We carried out, using the Batalin-Vilkoviski formalism, the analysis of (a part of) physical fluctuations around the tachyon vacuum solution and the 2-brane solution in CSFT. We found that the fluctuation around the former solution is unphysical, while that around the latter solution is physical.

研究分野：素粒子論

キーワード：弦の場の理論 CSFT 多重ブレーン解 KBc代数 古典解 Batalin-Vilkoviski形式

1. 研究開始当初の背景

『弦の場の理論』とは、弦の配位  $X^\mu(\sigma, \tau)$  の汎関数としての弦場  $[X^\mu(\sigma, \tau)]$  を力学変数として持ち、弦場の作用  $S[\dots]$  を与える事で弦理論を記述する定式化である。Yang-Mills 理論や Einstein 重力等の局所場の理論の弦理論への自然な拡張であり、それらの局所ゲージ対称性あるいは一般座標不変性を包含する巨大なゲージ不変性を持った理論である。このため、弦理論の非摂動的な解析に役立つものと期待されており、実際、開弦の場の理論は、タキオン凝縮と呼ばれる非摂動的現象の解析に大きな威力を発揮した。

弦の場の理論、特に Lorentz共変かつゲージ不変な弦の場の理論には、本研究代表者を含むグループが世界に先駆けて構築した理論をはじめいくつかの定式化があるが、本研究においては、Cubic String Field Theory (CSFT) と呼ばれる、Wittenが提案したボソニック開弦の場の理論を取り扱う。この CSFT の作用およびそれを不変に保つ微小ゲージ変換は次のように与えられる:

$$S[\dots] = \left( (1/2) \int Q_B + (1/3) \int * * \right) = Q_B + * \Lambda - \Lambda *$$

ここで注目すべきは、この CSFT と 3 次元 Chern-Simons(CS)理論との類似性である。CS理論はある群  $G$  の Lie 環に値を取るベクトル場  $A_\mu(x)$  を力学変数とする 3次元時空上のゲージ理論であり、その作用は 1-form  $A = A_\mu dx^\mu$  および微分形式の記号を用いて  $S_{CS}[A] = \int \text{tr}((1/2)A \wedge A + (1/3)A \wedge A \wedge A)$  で与えられる。二つの理論の作用を見比べても推測されるように、CSFTとCS理論はその代数的構造が次の対応により全く同一である:

$$\leftrightarrow A, Q_B \leftrightarrow d, * \leftrightarrow \wedge, \int \leftrightarrow \text{tr}$$

この形式的な対応は昔から知られていたものであるが、近年の CSFT の古典厳密解に関する研究の著しい進展により、より具体性を持ってこの対応の意味や問題の理解が進みつつあった。特に、研究代表者達は、課題を投げ掛け、それに対する部分的解答を与えた端緒の研究を発表していた。

CS理論の運動方程式は  $F = dA + A \wedge A = 0$ 、すなわち、「field strength  $F_\mu$  がゼロ」であり、その解は pure-gauge(=ゼロの有限ゲージ変換)  $A = gdg^{-1}$  と与えられる ( $g(x)$  は群  $G$  に値を取る関数)。解の field strengthはゼ

ロであるが、その作用の値は非自明であり、 $N[g] = 1/(24 \pi^2) \int \text{tr}(gdg^{-1})^3$  の定数倍である。この  $N[g]$  は、関数  $g(x)$  の微小変形に対して不変な“位相不変量”であるが、具体的には、 $x$  が 3次元空間  $M$  を一回覆う間に  $g(x)$  が群  $G$  を覆う回数(winding数)を表わし、整数に値を取る。これに対応して、CSFT の運動方程式  $Q_B + * = 0$  の解として pure-gauge型  $A = UQ_B U^{-1}$  を考えると、その作用は  $-N[U]/(2 \pi^2)$ 、ただし、

$$N[U] = (1/24 \pi^2) \int \text{tr}(U Q_B U^{-1})^3$$

と与えられる。 $N[g]$  と同様に、 $N[U]$  も  $U$  の微小変形に対して不変な“位相不変量”であるが、更に  $N[U]$  も整数に値を取ると期待される。実際、CSFT では、 $D$  ブレインが消滅し開弦の自由度が全く無い安定真空を表現する解や、逆に複数の  $D$  ブレインがある状態を表わす解が、それぞれうまく調整した  $U$  を用いることで pure-gauge型  $A = UQ_B U^{-1}$  で与えられ、 $N[U]+1$  が丁度  $D$  ブレインの枚数 (=整数) となっている。しかし、数学的な素性の明らかな  $N[g]$  とは異なり、CSFT における  $N[U]$  が何故整数に量子化されるのか、果たして  $N[U]$  に winding 数のような位相的な意味があるのか、等は全く知られていなかった。また、 $N[U]$  の正体を明らかにすることは、CSFT の厳密解の一般的構成、更には、弦の場の理論に当初から期待されていた“弦理論の非摂動的解析”への道を切り開く突破口となると期待された。

2. 研究の目的

本研究は「弦の場の理論」、特に、Cubic String Field Theory (CSFT) と呼ばれる開弦の場の理論を「位相的構造」という新しい観点から研究し、そこに内在すると期待される未知の美しい数学的構造を明らかにすると共に、それを利用した多重  $D$  ブレイン解等の古典厳密解の系統的構成、および、古典解に関する弦理論の物理を明らかにすることを目的とした。具体的には、

- i) CSFTと並列の代数構造を持った Chern-Simons理論との対応を追求することによる、弦の場の理論における「巻き付き数」等の位相不変量や積分に関する「Stokesの定理」といった概念の確立
- ii) CSFTにおける多重  $D$  ブレイン解の完全な

## 分類と構成法の確立

iii) 各古典解周りの弦理論の物理の解析等を目指した。

### 3. 研究の方法

本研究計画は、弦の場の理論、特に Cubic String Field Theory(CSFT)と 3 次元 Chern-Simons(CS)理論との間の類似性に着目し、CSFT における“位相的構造”を CS 理論同様に明らかにすることにより、CSFT に対して新たな知見を得、それをを用いた弦理論物理の解明へと迫ることを目的としたが、その具体的方法としては次のようなものを考えた：

1) まず、CSFT における  $N[U]$  がどのような意味で“巻き付き数”という意味を持ち、整数に量子化されるのか、を明らかにする。  
2) その後、位相的構造の理解を基にした、CSFT の多重 D ブレイン解析解の系統的構成法を確立する。

3) 更に、多重 D ブレイン解上の弦理論の物理の解析を始めとした、CSFT の位相的構造の理解の応用を目指す。特に、「巻き付き数を持った位相的オブジェクト」という、D ブレインに対する CSFT からの新しい描像に基づいた弦理論の未知の物理の開拓を行う。

### 4. 研究成果

(1) Cubic String Field Theory(CSFT)の多重ブレイン解の構成の先行研究として、Kbc 代数に基づいたものがあつた。本研究代表者とその共同研究者は、この解のエネルギーが  $K=0$  の特異性を起源とするものであることを指摘し、更に、 $K=$  をエネルギーの起源とする解の構成も行った。そこにおいては  $K$  と  $1/K$  の入れ替えに対する美しい対称性 (Inversion Symmetry) が重要であつた。この議論におけるエネルギーは、作用から得られる正準エネルギーに相当するものであるが、CSFT においては、これとは別に重力子との結合で定義されるエネルギー (重力結合エネルギー) がある。 $K=0$  の特異性を持つ解に対しては、これら二つのエネルギーは同じ値を与えるが、 $K=$  に特性を持つ新しい解に対しては二つのエネルギーが異なることが知られていた。実際、正準エネルギーは期待される値を与えるが、重力結合エネルギーはゼロとなる。本研究代表者は、共同研究者と共にこの矛盾の解決に取り組み、これまで重力結合エネルギーと考えられていたものは、 $K=$  に特異性を持つ解に対しては不十分であり、それまで知られていなかった付加項を必要とすることを発見した。具体的には、Baba-Ishibashi によって与えられた CSFT における二つのエネルギーの等価性の証明を慎重に吟味し、その証明が  $K=$  に特性を持つ解に対しては破れていることを見出し、更に、等価性が成り立つために必要な重力結合エネルギーに対する補正を同定した。これによ

り、重力結合エネルギーも Inversion Symmetry を持つことが示された。

(2) Cubic String Field Theory(CSFT)の多重ブレイン解の周りの揺らぎに対し、モードの具体的構成による解析を行った。詳細は以下の通りである。

CSFT の古典解として、D25 ブレインが消滅した安定な開弦真空を表す「タキオン真空解」や、逆に、複数枚の D25 ブレインの配位を表す「多重ブレイン解」が構成されてきた。これらの古典解の構成は、通常、Kbc 代数と呼ばれる数学的枠組みを用いて行われ、研究代表者達は、以前の研究において、古典解が表すブレインの枚数が  $K$  空間における特異点の個数と関連していることを明らかにした。特に、 $K=0$  を特異点とする解の場合、その解を正則化し、様々な物理量を不定性なく定義するためには、 $K$  を正の微小定数 だけずらした  $K_+ = K + \epsilon$  に置き換えればよいことを示した。本研究では、この  $K_+$  正則化の枠組みの中で、タキオン真空解および (D25 ブレインが 2 枚ある) 2 ブレイン解の周りの物理的揺らぎの解析を行った。

まず、それぞれの古典解 が正則化の前は pure-gauge の形  $=UQ_0(1/U)$  であることから、ゲージ変換でゼロに持っていく。ただし、正則化のために  $U$  は完全にゼロにはならず、見かけ  $0(\epsilon)$  の微小量となる。また、この  $0(\epsilon)$  の解 の周りの BRST 演算子  $Q$  は D25 ブレイン 1 枚上の BRST 演算子  $Q_0$  から見かけ  $0(\epsilon)$  の量だけずれている：

$$Q = Q_0 + 0(\epsilon)$$

次に、この見かけ微小な解の周りの揺らぎモードとして、D25 ブレイン 1 枚を表す  $=0$  という自明な解の周りのタキオンの揺らぎモードを基本としたものを取り、このモードの組に対して、i) 古典解の運動方程式との内積が消えるという要請からの揺らぎモードの不定性の固定、および、ii) 揺らぎモードが物理的か非物理的かの解析、を行った。この解析は Batalin-Vilkoviski(BV) 形式を用いたものである。

単純に  $=0$  としてしまうと、D25 ブレイン上の物理的なタキオン揺らぎが存在してしまうことになるが、問題は見かけの  $0(\epsilon)$  とある種の「 $U$  についての非摂動論的效果」から来る  $0(1/\epsilon)$  の量が相殺して、非自明な結果、 $\times(1/\epsilon) \rightarrow 0$ 、をもたらずかどうかである。解析は次のように行われた：

・まず、 $0(1/\epsilon)$  の古典解 周りの BRST 演算子  $Q = Q_0 + 0(\epsilon)$  の作用でつながった 6 個の揺らぎ状態  $u_i$  ( $i=1\sim 6$ ) を与える。この 6 個の状態は、BV 形式における field と anti-field に対応する。

・上記の 6 個の状態  $u_i$  の中の不定要素を、 $u_i$  およびそれらの交換子  $[u_i, u_j]$  と古典解 の運動方程式  $Q_0 + *$  との内積が消える条件

$$(u_i, [u_i, u_j]) * (Q_0 + *) = 0$$

から決定する。この条件は、与えられた古典解に対して揺らぎの状態空間を制限するものであり、解析に必要な様々な関係式のために必要となるものである。

・6個の揺らぎ状態  $u_i$  の間の内積

$g_{ij} = u_i \cdot u_j$  で定義される  $6 \times 6$  行列  $g_{ij}$  を求める。BV形式によると、もしも、 $g_{ij}$  が非縮退 ( $\det g_{ij} \neq 0$ ) なら、今考えているタキオン揺らぎは実は非物理的なもの、すなわち、「実は存在しない」ということになる。逆に、 $g_{ij}$  が縮退 ( $\det g_{ij} = 0$ ) なら、物理的なタキオン揺らぎが存在する。

以上の解析を、タキオン真空解および2ブレイン解に対して行ったところ、以下のような期待される結果を得た：

タキオン真空解に対しては、 $g_{ij}$  は非縮退であり、構成したタキオン揺らぎは非物理的なものとなった。

2ブレイン解に対しては、 $g_{ij}$  は縮退しており、物理的なタキオン揺らぎが存在する。

古典解周りの揺らぎのBV形式に基づく具体的な解析は、本研究がはじめてのものである。しかし、タキオン真空解および2ブレイン解に限っても、以上の解析は完全なものではない。すなわち、

・揺らぎモードとして1ブレイン解上のタキオンモードを基礎としたものしか考えていない。Massless photon モードを始めとする、他の開弦揺らぎを全て含めた解析が必要。

・本解析は6次元のタキオン揺らぎモード空間に限ったものであったが、それ以外の揺らぎ空間との分離を仮定している。

・2ブレイン解上の物理的タキオン揺らぎは4重に縮退している筈であるが、本解析では一種類のモードしか同定していない。

今後の研究において、これらの問題点を解消した、より完全な解析を行う必要がある。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計2件)

Hiroyuki Hata, "BV Analysis of Tachyon Fluctuation around Multi-brane Solutions in Cubic String Field Theory", JHEP, 査読有, 1605, 2016, 022

doi:10.1007/JHEP05(2016)022

Hiroyuki Hata, Toshiko Kojita, "Inversion Symmetry of Gravitational Coupling in Cubic String Field Theory", JHEP, 査読有, 1312, 2013, 019

doi:10.1007/JHEP12(2013)019

[学会発表](計1件)

畑 浩之, "BV Analysis of Tachyon Fluctuation around Multi-brane Solutions in Cubic String Field Theory", 「弦の場の理論 16」, 2016年2月22日, 筑波大学東京キャンパス文京校舎(東京都)

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

畑 浩之 (HATA, Hiroyuki)  
京都大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：70164837

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし

(4)研究協力者

小路田 俊子 (KOJITA, Toshiko)