

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 30 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400258

研究課題名(和文)YM理論におけるゲージ不変なオペレーターの研究

研究課題名(英文)Study of gauge invariant composite operators in YM theories

研究代表者

園田 英徳 (Sonoda, Hidenori)

神戸大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：20291966

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：Wilson作用によって場の理論，特にYM理論(非可換ゲージ理論)，を構築するにあたって，重要な役割を演じるゲージ不変なオペレーターの性質を調べることを目的として，本研究はスタートした．3年間を振り返ると，Wilson作用の基本的な理解の不足を補うための研究に従事したようだ．Wilson作用間の同等性の概念を導入したことや，与えられたWilson作用に対してエネルギー・運動量テンソルを構築する方法を解明したことが主な成果で，現行の研究につながっている．ようやくYM理論を議論する素地ができた気がする．

研究成果の概要(英文)：The initial purpose of this project was to study the properties of gauge invariant composite operators that play important roles in the construction of Yang-Mills theories in terms of Wilson actions. Looking back on the past three years I was mostly busy with enforcing my basic understanding of Wilson actions. I have managed to introduce the notion of equivalence among Wilson actions and come up with a recipe for constructing the energy-momentum tensor out of a Wilson action. I finally feel ready to tackle with the YM theories.

研究分野：Elementary Particle Theory

キーワード：Wilson actions Exact RG Energy-momentum tensors

1. 研究開始当初の背景

厳密くりこみ群はカットオフのある場の理論を連続空間上に定式化する方法で、1970年代のはじめに Ken Wilson によって導入された。長い間、これといった応用はなかったが（1983年の Polchinski による摂動論への応用は例外である）、1990年代になって数値的な応用が Wetterich や Morris などの研究を機として加速的に盛んになり、現在に至るまで盛んに研究が行われ、研究対象の範囲も驚くほど広範に渡っているが、あくまで研究の主流は数値的である。一方で、ゲージ対称性とカットオフの整合性など、定式化に関しても進展があるが、理論的な考察が不十分のまま、量子重力への応用など性急に行われているのが現状である。本研究者は、厳密くりこみ群の定式化、特にゲージ対称性の導入方法の理解が不十分であることを長く不満に思っていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、非可換なゲージ対称性をもつ Yang-Mills 理論 (YM 理論) の厳密繰り込み群による定式化をさらに掘り下げて、ゲージ不変な複合オペレーターの構造を理解することである。特に荷電カレントやエネルギー・運動量テンソルなど物理的な意味をもつオペレーターの構成 (つまり場の変数の汎関数としての構成) を理解しようとするものである。

3. 研究の方法

通常くりこみ群というと高いエネルギーの情報は失われるように思われるが、厳密くりこみ群変換のもとでは、情報は何も失われない。この深い認識にもとづいて研究を行うところが、本研究の強みである。

本研究者は、2007年の先行研究で、 $U(1)$ ゲージ対称性をもつ QED の厳密繰り込み群による構築方法を示した。ここで得られた結果は、あくまでも摂動論的ではあるが、厳密くりこみ群を使うと、カットオフに依存しない相関関数が得られることの認識が、理論の構成の鍵となった。ゲージ群が非可換な YM 理論の場合も、摂動論的にはカットオフに依存しない相関関数の得られることが、Igarashi & Itoh との 2008 年の先行研究で示されている。これらの先行研究の結果を Wilson 作用のみでなく、複合オペレーターに拡張することによって、本研究の目的が達成されることが期待された。

4. 研究成果

Wilson 作用に同等性という概念を導入することにより、厳密くりこみ群をより一般的に、そして一層深く理解することができた。さらに、与えられた Wilson 作用が並進・回転対称性を持っていれば、エネルギー・運動量テンソルが構成でき、そのトレースが厳密くりこみ群変換を与えることを示した。これらの結果にもとづいて、ゲージ対称性をもつ理論の定式化に進むことは、今後の課題として残された。以下、本研究期間中に得られた研究成果を多少具体的に、しかし簡潔に記述する。

- (a) カットオフとゲージ対称性の整合性(論文 [2]) — ゲージ理論を連続空間上で定式化するとき、ゲージ不変性をそのまま保つことは難しく、通常 BRST 不変性に置き換えて、定式化する。この定式化にはゲージ・パラメーターという任意のパラメーターがあって、理論の記述する物理がこのパラメーターの選択に依らないことは保証されなければならない。ゲージ対称性が可換な場合、理

論のゲージパラメーターへの依存性を Landau-Khalatnikov の式として厳密に求められることが知られていたが、厳密くりこみ群の定式化を使うとくりこまれた Landau-Khalatnikov の式がきれいに導出できることがわかった。

- (b) くりこみの本質を表す簡単なモデルの導入(論文 [3]) — くりこみの操作は、往々にして複雑なモデルを使って行われるので、繰り込みの背景にある本質的な物理を見逃してしまうことが多い。共鳴現象の現象論的モデルとしてよく知られた Fano のモデルを使って、くりこみを必要とする簡単な調和振動子の系を考案した(論文を書いた段階では、モデルの源を Dirac としたが、のちに U.Fano が原子物理への応用のため広くこのモデルを使っていることを知った。)論文では 2 つの場合を議論した。ひとつは 3 次元の 4 乗模型、もうひとつは 4 次元の 4 乗模型と同じくりこみの性質をもつ。
- (c) 「同等性」の導入(論文 [4]) — Wilson 作用は、低エネルギー物理の正確な記述を意図して作られるので、その記述する高エネルギー物理はあまり重要ではない。したがって高エネルギー領域のみで異なる 2 つの Wilson 作用は、物理的に同等とみなして良いはずである。この異なり方が、高エネルギーでの場の 2 点関数にしか現れない場合が、特に扱いやすい。この観察に基づいて、Wilson 作用の同等性を定義した。この定義によると、厳密くりこみ群方程式の解となる Wilson 作用は、カットオフの値によらず、すべて同等となる。さらにカットオフ関数の異なる厳密くりこみ群方程式の 2 つの解も、高エネルギーでの振る舞いを少し変えれば、同

じ相関関数をもたらすことを示すことができる。この同等性を使って、連続極限の普遍性(カットオフ関数の選択に依らないこと)を示すことができた。普遍性の『証明』はそれまでもいろいろな形でなされていたが、この論文で与えられた証明が最も一般的で、簡潔であると自負する。

- (d) Wilson 作用によるエネルギー・運動量テンソルの構成(論文 [5]) — カットオフ関数をつかって、連続空間上にある場の理論を構成することの利点は、空間の並進・回転対称変換のもとで理論が不変になるようにできることである。そこで、並進・回転対称のもとで不変な Wilson 作用からスタートして、エネルギー・運動量テンソルをどう構築するかを研究した。Ward-Takahashi 恒等式がこのテンソルの構造をかなり制限すること(一意的には決まらない)、テンソルのトレースが厳密くりこみ群変換を与えることを示した。この論文では、議論の対象を実スカラー場に限定したが、スピノル場及びゲージ場に拡張することに本質的な障害はないと思われる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- [1] H. Sonoda, “Solving renormalization group equations with the Lambert W function,” Phys. Rev. **D87**, 2013, 85023 査読有
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.085023>
- [2] H. Sonoda, “Gauge invariant composite operators of QED

in the exact renormalization group formalism,” Journal of Physics **A47**, 2013, 15401 査読有
<http://dx.doi.org/10.1088/1751-8113/47/1/015401>

[3] H. Sonoda, “Renormalization for free harmonic oscillators,” Phys. Rev. **D89**, 2014, 47702 査読有
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.89.047702>

[4] H. Sonoda, “Equivalence of Wilson actions,” PTEP 2015, 2015, 103B01(1-17) 査読有
<http://dx.doi.org/10.1093/ptep/ptv130>

[5] H. Sonoda, “Construction of the Energy-Momentum tensor for Wilson actions,” Phys. Rev. **D92**, 2015, 065016(1-12) 査読有
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.92.065016>

[学会発表] (計 2 件)

[1] H. Sonoda, “On the universality of critical exponents,” ERG2014, 2014 年 9 月 26 日, Lefkada(ギリシャ)

[2] H. Sonoda, “Renormalization for harmonic oscillators,” New Trends in Field Theories, 2014 年 11 月 5 日, Varanasi(インド)

[図書] (計 1 件)

[1] 園田英徳, 講談社, 『今度こそわかるくりこみ理論』, 2014, 208 ページ

6. 研究組織

(1) 研究代表者

園田 英徳 (SONODA, Hidenori)
神戸大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号: 20291966