

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 9 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400392

研究課題名(和文) エンタングルメントに基づく量子臨界現象の分類

研究課題名(英文) Classification of quantum critical phenomena based on entanglement

研究代表者

押川 正毅 (OSHIKAWA, Masaki)

東京大学・物性研究所・教授

研究者番号：50262043

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：エンタングルメントなどの新しい概念に基づく、ギャップの開いたトポロジカル相の分類の近年における進展をふまえて、ギャップレスな量子相の分類に関する新たな概念を構築した。たとえば、量子スピン系の基底状態におけるバレンスボンド分布が基底状態の性質を反映した普遍的なスケーリングを示すことを数値的・解析的に示した。さらに、2つの結合した朝永・ラッティンジャー流体の間のエンタングルメント・スペクトルを数値的・解析的に求め、特にギャップが部分的に閉じている場合、エンタングルメント・スペクトルに運動量の平方根に比例する特異な分散関係が出現することを見出した。

研究成果の概要(英文)：Stimulated by the recent substantial progress in the classification of gapped topological phases, we proposed and formulated several novel concepts for classification of gapless quantum critical phases, which is a major open problem. For example, we found that the valence-bond distribution in the ground state of a quantum antiferromagnet follows a universal scaling which reflects the nature of the ground state. Moreover, we obtained the entanglement spectrum between two coupled Tomonaga-Luttinger liquids. In particular, when the gap is partially opened by the interchain interaction, the entanglement spectrum exhibits a peculiar dispersion relation in which the entanglement energy is proportional to the square root of the momentum along the chain. In both cases, analytical prediction was confirmed by numerical calculations.

研究分野：物性理論・統計力学

キーワード：量子多体系におけるエンタングルメント 量子反強磁性体 エンタングルメント・スペクトル 朝永・ラッティンジャー流体 場の理論 量子異常 相の分類 対称性による保護

1. 研究開始当初の背景

相の分類は統計力学および物性物理学における最も基本的かつ重要な課題である。近年では、量子多体系の絶対零度における量子相の分類に特に注目が集まっている。量子相は、まず、励起ギャップの開いたギャップ相とギャップのないギャップレス相に大きく分類できる。ギャップレス相は、しばしばギャップの開いた相の間の量子臨界点として現れるが、有限のパラメータの範囲で安定なギャップレス相も存在する。

相の分類には、ランダウを端緒として、対称性の自発的破れや局所的物理量である秩序パラメータの概念が長年多くの成功を収めてきた。しかし、近年、このような伝統的な相の分類には収まらない、新しい量子相が注目されてきており、トポロジカル相と総称されている。トポロジカル相の特徴づけには、通常の秩序パラメータの概念が使えない一方で、量子情報理論で重要となるエンタングルメントが有用であることがわかってきた。実際、ギャップの開いたトポロジカル相の分類の理論は、エンタングルメントも活用して大きく進展してきた。

一方、ギャップレス相の分類は、共形場理論の大きな成果はあるものの、概念的にも未開拓の部分が大きい。これは、近年いくつかの系で数値的・実験的に見出されている非自明なギャップレス相の解明にとっても重要な問題である。

2. 研究の目的

エンタングルメントなどの新しい概念に基づく、ギャップの開いたトポロジカル相の分類の近年における進展をふまえて、ギャップレスな量子相の分類に関する新たな概念を構築する。

3. 研究の方法

具体的には、以下のような理論的な手法および概念の開拓を行った。

(1) 量子スピン系の基底状態におけるバレンスバンド分布の数値的・理論的解明

量子エンタングルメントの最も基本的な例として、スピン 1/2 の対がなす一重項状態がある。これは、2 つのキュービットが最大限にエンタングルした状態の例でもある。多数のスピンからなる量子スピン系の基底状態におけるエンタングルメントも、この一重項状態をもとに理解できる可能性がある。実際、P. W. Anderson が提案した Resonating-Valence-Bond (RVB) 状態は、多数のスピンについて異なる組み合わせの対を考え、それぞれが一重項状態を形成した状態の重ねあわせで与えられる。このときの一重項状態を化学結合とのアナロジーからバレンスバンドと呼ぶ。RVB 状態はトポロジカル相の原型となった一方、長距離のバレンス

バンドまで全て含めると、バレンスバンド状態は全スピンの一重項状態の空間の過剰完全系をなす。すなわち、長距離秩序を持つ状態であっても、バレンスバンド状態の重ねあわせとして書けることになる。すると、与えられた全一重項状態の特徴づけとして、バレンスバンド状態の重ねあわせとして表現したときのバレンスバンドの分布が有用であることが考えられる。バレンスバンド状態の過剰完全性から、この分布が一意に定義できるかは自明ではないが、二分格子の場合には一意に定義できることがわかる。本研究では、ハイゼンベルグ反強磁性体の基底状態におけるバレンスバンド分布が場の理論における境界相関関数で与えられることを示し、それから導かれる解析的な結果と、大規模な量子モンテカルロシミュレーションによる数値的な結果を比較した。

(2) 2つの結合した朝永・ラッティンジャー流体の間のエンタングルメント・スペクトル

朝永・ラッティンジャー流体を空間的に分割した際のエンタングルメントは共形場理論を用いて良く研究されている。一方、2つの鎖上の朝永・ラッティンジャー流体を鎖間相互作用によって結合したとき、鎖間のエンタングルメントについては、示唆的な結果は得られていたものの解明は進んでいなかった。本研究では、朝永・ラッティンジャー流体が自由ボソン場の理論であることを活用し、鎖間のエンタングルメント・スペクトルを解析的に求めた。また、対応する量子スピン梯子模型について、密度行列くりこみ群(DMRG)によって基底状態における鎖間のエンタングルメント・スペクトルを数値的に求め、解析的な結果と比較した。

(3) 対称性によって保護された自明な相の解明

ギャップレス相の研究は、ギャップの開いた量子相の理解にも新たな側面をもたらした。スピン 1 のハイゼンベルグ反強磁性鎖に単一イオン異方性と交替磁場の両方を導入した模型について、まずボソン化に基づく場の理論によって各種の対称性とその下で許される摂動の系統的分類を行った。これから期待される相図を検証するため、同じ模型について infinite time-evolving block decimation (iTEBD) によって数値的に相図を求め比較した。さらに、1次元のギャップが開いた相の行列積状態(Matrix-Product State, MPS)を用いた一般的な表示を用いて、対称性とその帰結を調べた。

(4) ギャップレス相の対称性による保護

近年、ギャップ相の分類において、自発的対称性の破れを伴わないが、対称性の存在下ではじめて自明な相と区別される「対称性によって保護されたトポロジカル相」[Symmetry-Protected Topological (SPT)相]

が重要となっている。これとのアナロジーで、ギャップレス相においても、自発的な対称性の破れを伴わないが対称性により保護された相の存在が考えられる。実際、一般スピンの量子反強磁性鎖の既知の相図はその存在を示唆するものであった。そこで、この概念を具体化するために、共形場理論の一種である $SU(2)$ Wess-Zumino-Witten (WZW)理論についてグローバルな量子異常の物理的解釈を行い量子スピン鎖の相図に対する帰結を議論した。

4. 研究成果

(1) 量子スピン系の基底状態におけるバレンスバンド分布の数値的・理論的解明

一般の空間次元 d におけるハイゼンベルグ反強磁性体の基底状態について、場の理論の境界相関関数にマップすることによってバレンスバンドの分布関数 P がバレンスバンドの長さ r に

$$P(r) \sim r^{-(d+1)}$$

という普遍的な依存性を持つことを示した。これを、量子モンテカルロシミュレーションによって得られた数値解と比較することで、良い一致を示すことを確かめた (図1)。

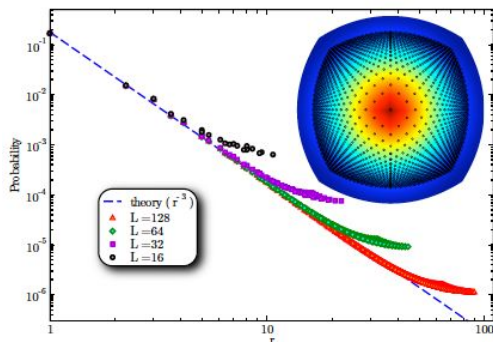


図1: 2次元正方格子上的 $S=1/2$ ハイゼンベルグ反強磁性体の基底状態におけるバレンスバンド分布。量子モンテカルロシミュレーションの結果と理論(破線)がよく一致している。

分布関数 $P(r)$ は一見、次元 d によらず共通の形をしているが、背後にある理論は $d=1$ (朝永・ラッティンジャー流体) と $d=2$ (南部・ゴールドストーンモード) で大きく異なっている。これを反映して、 $d=2$ では2つのバレンスバンド間の相関は長距離極限で消失するが、 $d=1$ では普遍的で非自明なバレンスバンド間の相関が存在する。これについても、量子モンテカルロシミュレーションと理論で非常に良い一致を確認した。(図2)

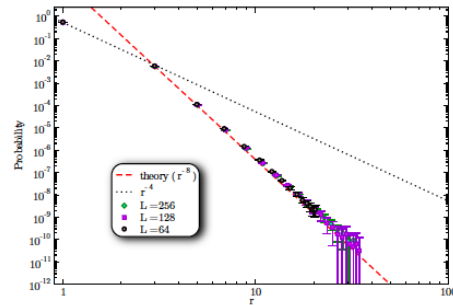


図2: $S=1/2$ ハイゼンベルグ反強磁性鎖(1次元)の基底状態における2つのバレンスバンドの分布関数。量子モンテカルロシミュレーションの結果は、相関のない場合のスケールリング則(黒点線)とは明確に異なっており、場の理論によって導かれた非自明な相関を伴う結果(赤破線)とよく一致している。

(2) 2つの結合した朝永・ラッティンジャー流体の間のエンタングルメント・スペクトル エンタングルメント・スペクトルを解析的に求めた結果、特にギャップが部分的に閉じている場合、エンタングルメント・スペクトルに運動量の平方根に比例する特異な分散関係が出現することを見出した。さらに、量子スピン梯子模型の DMRG 計算から数値的に求め、これを検証した(図3)。

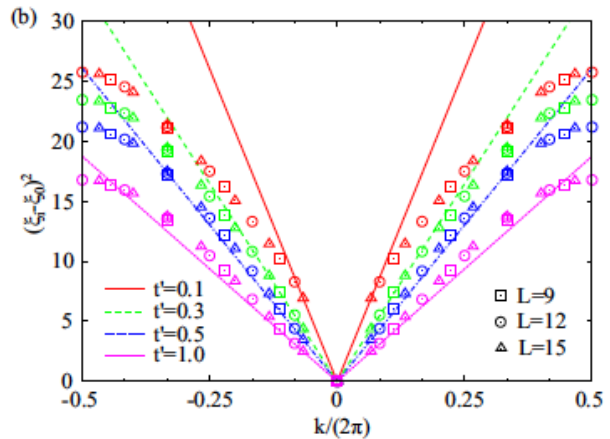


図3: 量子スピン梯子系の、ギャップが部分的に閉じている相における鎖間のエンタングルメント・スペクトル。横軸は鎖方向の運動量であり、縦軸はエンタングルメント・エネルギーの自乗である。数値データは、エンタングルメント・エネルギーが運動量の平方根に比例するという解析的な結果とよく一致している。

このような分散関係は物理的なエッジ状態には通常出現することはない、エンタングルメント・スペクトルとの一般的な対応関係の見地からも重要な結果である。

(3) 対称性によって保護された自明な相の解明

$S=1$ 量子反強磁性スピン鎖について、交替磁場によって誘起される「反強磁性長距離秩序相」と、強い単一イオン異方性の下での「large- D 相」はいずれも積状態に断熱的につながる自明な相である。しかし、サイトを中心とする空間反転と z 軸まわりのスピンの回転の複合操作に対する対称性があれば、これらの相は常に量子相転移によって隔てられ、区別されることを、場の理論およびMPS状態表示に基づいて示した。また、上記スピン鎖のモデルについてiTEBDによる計算を行い、量子相転移の存在を数値的にも確認した(図4)。この結果は、相とは何かという基本的な概念にも再考を迫るものである。

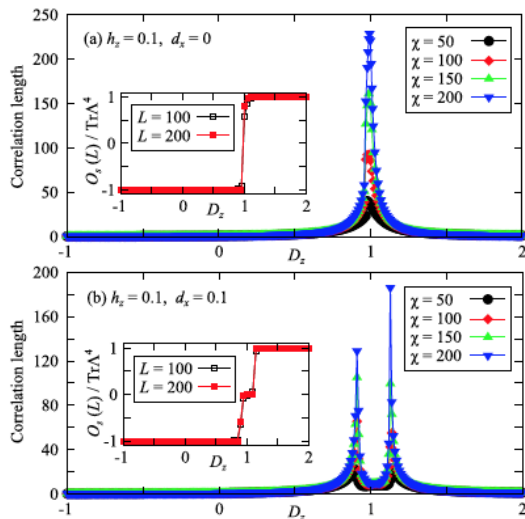


図4: $S=1$ ハイゼンベルグ反強磁性鎖の相関距離。両側とも自明な相であるにも関わらず、単一イオン異方性を変化させると、相関関数が発散する量子臨界点が存在し、左右の自明な相が区別できることが確認できる。また、これらの相は一般化されたストリングオーダーパラメータによって検出することもできる(挿入図)。

(4) ギャップレス相の対称性による保護

$SU(2)$ 対称性とローレンツ不変性を持つ1次元量子臨界相は、共形場理論の一種であるWess-Zumino-Witten(WZW)モデルで記述されることが知られていた。 $SU(2)$ WZWモデルは自然数値を取るレベルによって分類される。我々は、Gepner-Wittenが弦理論の研究で発見した量子異常に基づき、ある種の離散対称性(スピン鎖の場合は格子上の並進不変性)の存在下では、WZWモデルが偶数レベルと奇数レベルの2つのグループに分類され、摂動を加えても異なるグループの間の遷移は起こらないことを示した。 $SU(2)$ 対称性と1サイトの並進不変性を持つ量子スピン鎖については、スピンの整数であれば偶数レベル、スピ

ンが半奇数であれば奇数レベルの $SU(2)$ WZW理論のみが実現される。この機構は、Lieb-Schultz-Mattis定理の共形場理論への一般化と見なすこともできる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

“Entanglement spectra between coupled Tomonaga-Luttinger liquids: Applications to ladder systems and topological phases”,
Rex Lundgren, Yohei Fuji, Shunsuke Furukawa, and Masaki Oshikawa, Phys. Rev. B 88, 245137 査読有 (2013).

“Quantum criticality in an asymmetric three-leg spin tube: A strong rung-coupling perspective”,
Yohei Fuji, Satoshi Nishimoto, Hitoshi Nakada, and Masaki Oshikawa, Phys. Rev. B 89, 054425 査読有 (2014).

“Valence bond distribution and correlation in bipartite Heisenberg antiferromagnets”,
David Schwandt, Fabien Alet, and Masaki Oshikawa, Phys. Rev. B 89, 104416 査読有 (2014).

“Distinct Trivial Phases Protected by a Point-Group Symmetry in Quantum Spin Chains”,
Yohei Fuji, Frank Pollmann, and Masaki Oshikawa, Phys. Rev. Lett. 114, 177204 査読有 (2015).

“Flux quench in a system of interacting spinless fermions in one dimension”,
Yuya O. Nakagawa, Grégoire Misguich, and Masaki Oshikawa, Phys. Rev. B 93, 174310 査読有 (2016).

[学会発表](計24件)

“Single-ion anisotropy in Haldane chains and form factor of the $O(3)$ nonlinear sigma model”,
Masaki Oshikawa, invited talk at IEU Workshop on Integrability & CFT, Institute for Early Universe, Ewha Womans University, Seoul (韓国), 18 July - 20 July 2013.(招待講演)

「有限温度相転移における相互情報量の場の理論による解析」,
熊野裕太、押川正毅、日本物理学会

2013 年秋季大会、徳島大学（徳島県徳島市） 2013/09/25-28

「J1-J3-J4 モデルの量子相転移のユニバーサリティークラス」

毛利 宗一郎、古谷 峻介、藤 陽平、高吉 慎太郎、押川正毅、日本物理学会 2013 年秋季大会、徳島大学（徳島県徳島市） 2013/09/25-28

「量子多体系におけるエンタングルメントと幾何学」

押川正毅、日本物理学会 第 69 回年次大会、東海大学（神奈川県平塚市）、2014/03/27-30（招待講演）

「対称性によって守られた Haldane 相：場の理論によるアプローチ」

藤陽平、押川正毅、日本物理学会 第 69 回年次大会、東海大学（神奈川県平塚市） 2014/03/27-30

「二分格子上の $S=1/2$ ハイゼンベルグ反強磁性体におけるバレンスボンドの分布と相関」

David Schwandt、Fabien Alet、押川正毅、日本物理学会 第 69 回年次大会、東海大学（神奈川県平塚市）、2014/03/27-30

“Symmetry-protected trivial phases in one dimension”,
Masaki Oshikawa, invited talk at Topology and Entanglement in Correlated Quantum Systems, MPIPKS, Dresden (ドイツ), 21-25 July 2014（招待講演）

“Symmetry-protected trivial phases in one dimension”,
Masaki Oshikawa, invited talk at Numerical and analytical methods for strongly correlated systems, CCBPP Benasque (スペイン), 24 August – 13 September 2014（招待講演）

「結合した Tomonaga-Luttinger 液体間のエンタングルメントスペクトラム」

藤陽平、Rex Lundgren、古川俊輔、押川正毅、日本物理学会 2014 年秋季大会、中部大学（愛知県春日井市）、2014/09/07-10

「1次元系の SPT 相と量子相転移」

押川正毅、日本物理学会 2014 年秋季大会シンポジウム、中部大学（愛知県春日井市） 2014/09/07-10（招待講演）

「空間反転対称性によって守られた 1次元ボゾン系のギャップ相」

藤陽平、Frank Pollmann、押川正毅、日本物理学会第 70 回年会、早稲田大学（東京都新宿区） 2015/03/21-24

“Symmetry protection of critical phases and global anomaly in 1+1 dimensions”
Masaki Oshikawa, invited talk at Dynamics of Strongly Correlated Systems, 東京大学物性研究所（千葉県柏市） 2015/03/30 -31（招待講演）

“Entanglement/Valence Bond/Shannon Entropies and Boundary Field Theory”,
Masaki Oshikawa, invited talk at Entanglement in Strongly Correlated Quantum Matter, Kavli Institute for Theoretical Physics, UC Santa Barbara, Santa Barbara(米国), 18 May 2015（招待講演）

“Symmetry protection of critical phases and global anomaly in 1+1 dimensions”
Masaki Oshikawa, invited talk at Holographic duality for condensed matter physics, Kavli Institute for Theoretical Physics China, 北京 (中国), 06-31 July 2015（招待講演）

“Symmetry protection of critical phases”,
Masaki Oshikawa, invited talk at Beyond Quasiparticles: New Paradigms for Quantum Fluids, Aspen Center for Physics, Aspen (米国), 17 August – 13 September 2015（招待講演）

「2次元量子反強磁性相における

Renyi-Shannon Entropy」
Gregoire Misguich、Vincent Pasquier、押川正毅、日本物理学会 2015 年秋季大会、関西大学（大阪府吹田市） 2015/09/16-19

「一次元スピンレスフェルミオン系における磁束クエンチ」

中川裕也、Gregoire Misguich、押川正毅、日本物理学会 2015 年秋季大会、関西大学（大阪府吹田市） 2015/09/16-19

“Symmetry protection of critical phases and global anomaly in 1+1 dimensions”
Masaki Oshikawa, invited talk at Strongly Interacting Topological Phases, Banff International Research Station, Banff (カナダ), 20-25 September 2015（招待講演）

“Symmetry protection of critical phases and global anomaly in 1+1 dimensions”

Masaki Oshikawa, invited talk at KEK Theory Workshop 2015 Dec., 高エネルギー加速器研究機構 (茨城県つくば市) 1-4 December 2015 (招待講演)

“Entanglement and Shannon-Renyi Entropies in Quantum Many-Body Systems”,

Masaki Oshikawa, invited talk at Entanglement at Fudan, Fudan University, 上海 (中国), 17-23 December 2015 (招待講演)

⑳ “Symmetry-Protected trivial Phases in One Dimension”,

Masaki Oshikawa, invited talk at Entanglement at Fudan, Fudan University, 上海 (中国), 17-23 December 2015 (招待講演)

㉑ “Entanglement and Shannon-Renyi Entropies in Quantum Many-Body Systems”,

Masaki Oshikawa, invited talk at YITP Workshop in Quantum Information Physics 2016, Yukawa Institute for Theoretical Physics, 京都大学基礎物理学研究所 (京都府京都市) 5-8 January 2016 (招待講演)

㉒ “Flux Quench in Interacting Spinless Fermions in One Dimension”,

Masaki Oshikawa, invited talk at Mathematical Aspects of Quantum Integrable Models in and out of Equilibrium, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, University of Cambridge, Cambridge (イギリス), 4 February 2016 (招待講演)

㉓ “Symmetry protection of critical phases and global anomaly in 1+1 dimensions”,

Masaki Oshikawa, invited talk at Topological Science Kick-off Symposium 2016, 慶應義塾大学(神奈川県横浜市), 14-15 March 2016 (招待講演)

6 . 研究組織

(1) 研究代表者

押川 正毅 (OSHIKAWA, Masaki)
東京大学・物性研究所・教授
研究者番号 : 50262043

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし