

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 6 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400393

研究課題名(和文) 複雑系の動的相関構造：ランダム行列理論とヒルベルト変換の融合

研究課題名(英文) Dynamics Correlation Structures of Complex Systems: Combination of Random Matrix Theory and Hilbert Transformation

研究代表者

家富 洋 (Iyetomi, Hiroshi)

新潟大学・自然科学系・教授

研究者番号：20168090

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：複素ヒルベルト主成分分析(CHPCA)とランダム行列理論(RMT)を組み合わせ、複雑多変量系におけるリード・ラグ関係などの動的相関を効果的に検出できる新手法を開発した。RMTは統計的に有意な主成分を抽出するための明確な判定規準を与える。加えて、時系列が自己相関を含む場合にも有効な帰無仮説を提供するランダム回転シャッフリング法も開発した。先行、一致、遅行の特性をもつことが確立されている景気動向基礎指標データ群に新手法を適用し、その有効性を確認した。また、得られた手法に用いて、株式市場における動的相関構造、個別価格の集団運動、国際的な金融ネットワークにおける同期コミュニティなどを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：Combining the complex Hilbert principal component analysis (CHPCA) and the random matrix theory (RMT), we have developed a new method which enables us to efficiently detect dynamical correlations such as lead/lag relationships in complex multivariate systems. The RMT serves as a theoretically sound criterion to identify significant principal components. Furthermore, we devised a rotational random shuffling (RRS) method for an alternative null hypothesis; the RRS destroys only cross correlations preserving autocorrelations involved in data. Applying the new method (CHPCA+RMT/RRS) to a collection of basic macroeconomic indicators for the indices of business conditions, we demonstrated its effectiveness in differentiating leading, coincident, and lagging nature of those indicators. Using the CHPCA+RMT/RRS, we also elucidated dynamical correlation structures in stock markets, collection motion of individual prices, and synchronising communities in globally-coupled financial networks.

研究分野：経済物理

キーワード：多変量時系列 ヒルベルト変換 ランダム行列理論 主成分分析 動的相関構造 位相同期 ネットワーク コミュニティ

1. 研究開始当初の背景

時間方向に T 個の観測点がある N 変数の時系列で記述された複雑系を考える。各時刻における系の状態は N 次元空間における 1 点で記述され、系の相関構造は N 次元空間における T 個の状態点の分布形状に反映される。そのような多変量相関を計量する有力な手法の 1 つとして主成分分析がある。具体的には、相関係数からなる行列（以後、相関行列と呼ぶ）の固有値問題を解けばよい。得られる固有値を大きいものから順に並べると、最大固有値が分散の最大値を与え、付随する固有ベクトルが第 1 主成分軸を決め、最も重要な相関構造を表す。第 2 最大固有値とその固有ベクトルが、第 1 主成分に対する直交補空間で最も重要な相関情報（分散値、主成分軸）を提供する。以下同様である。このような主成分分析は、力学で例えれば、質点系に対する慣性主軸の決定と等価である。

しかし、すべての主成分が統計的に有意味というわけではない。まったくランダムな時系列データでも、ただ 1 度の観測では擬似的な相関が含まれてしまう。主成分分析においては、いったいどれほどの大きさの固有値まで統計的に意味あるものとして選択するかが、手法上の大きな問題である。それに解答を与えるのが、ランダム行列理論(RMT)である。ランダム時系列の相関行列は、特別な無限次元極限(データ数 N と時間方向の観測点数 T との比 $Q = T/N$ を固定)で、普遍的な固有値分布や固有ベクトル成分分布をもつことが知られ、応用上有用な解析的表式が導かれている[1]。もちろん、時間方向の観測点数を増やせば増やすほど、固有値の広がりには収束する。もし、RMT によって予測される最大固有値より大きい固有値が存在すれば、それは真の相関の現れと判断できる。

1999 年に経済物理学にとって記念碑的論文 2 編がほぼ同時に出版された[2,3]。それらの論文は米国株式市場における株価相関を明らかにするために、S&P500 構成銘柄が作る相関行列の固有値分布と RMT の解析式とを比較し、市場全体の“重心運動”(市場モード)を含めて複数の統計的に有意な主成分があることを示した。これらの論文を契機に、海外の多くの研究者が、株価相関の研究に RMT を応用した論文を発表している。また、応用範囲は、気象、情報通信、脳波等に広がりがつつある。

最近、代表者と分担者は、共同研究者とともに、RMT によって裏打ちされた主成分分析を日本の鉱工業指数データ(経産省によって毎月公表される景気判断にとって重要な指標)へ応用し、統計的に有意な 2 つの主成分があることを発見した最大固有値に対応した主成分は生産と出荷が一緒に伸縮する標準の景気変動モード、第 2 最大固有値に対応する主成分は在庫調整モードを表し、これらの重ね合わせが周期 40 ヶ月、60 ヶ月の景気循環を生む。また、代表者は、指導する

大学院生らとともに、日米の株式市場における銘柄間の正負の相関関係をネットワーク的な視点から調べた代表者らの研究以前は、株価同士の正の相関関係のみに焦点が当てられていたその結果、日米の株式市場の背後には、静的には安定しない多極構造が共通して存在することを発見した。

景気循環や株式市場におけるフラストレーション構造は本質的に動的な現象であり、それらについてより深い理解を得るためには、動的(異時刻)相関構造についての知見が必須である。しかし、従来の主成分分析では、相関行列を作る際に同時刻で変量間の相関をとっている。そのためタイムラグのある変量間での相関構造を抽出することは難しい。極端な場合、sin 波と cos 波のように位相が 90 度異なった時系列同士は無相関と判断されてしまう。

以上のように、代表者は、複雑系における動的相関を検出する方法の開発の必要性を痛感し、本研究の申請に至った。

2. 研究の目的

(1) 静的相関の検出に対してのみ有効である従来の主成分分析法を基盤に、動的相関を効果的に検出できる分析法である複素ヒルベルト主成分分析(CHPCA)を発展させることである。具体的には、ヒルベルト変換とランダム行列理論を組み合わせる。ランダム行列理論を一般化することにより、主成分の判定規準を明確化する。さらに新手法をいくつかの複雑経済現象(株式市場、景気循環、物価変動)へ応用し、それらの現象の背後に隠れた動的相関構造を明らかにするとともに、新手法の有効性・汎用性を提示する。

(2) CHPCA で得られるノイズ除去後の複素相関行列を隣接行列とみなすと、変量をノード、変量間の相関関係をリンクとする相関ネットワークが構築される。しかし、このネットワークは通常のものとは異なり、ノード間のリンクの重みが複素数である。その大きさはノード同士の相関の強さ、その位相はノード間のリード・ラグ関係を示す。このような複素相関ネットワークは、ネットワーク科学に対しても新しい問題を提示する。複雑多変量系の動的相関の特性を明らかにするため、複素重み付きネットワークの構造を解析する新しい方法を開発する。特に変量間の同期性に着目する。

3. 研究の方法

(1) 本研究の方法論的な面での中核は、ヒルベルト変換と一般化された RMT とを組み合わせることである。複素ヒルベルト主成分分析[4,5]とは、実データから得られる時系列 $x(t)$ とそのヒルベルト変換 $y(t)$ を用いて $X(t) = x(t) + iy(t)$ なる複素時系列データを生成し、それらの拡張データから計算される複素相関行列に対して主成分分析を行う手法

である。 $X(t)$ を用いて主成分分析を行うと、位相のズレた時系列の相関抽出が可能になるため（ヒルベルト変換は時系列データの位相を90度ずらす働きをもつ。sin波とcos波の時系列であっても、複素化された時系列データを用いて相関係数を計算すれば、実部と虚部とのクロス項からそれらのタイムラグ相関を検出できる）、従来の手法では抽出されなかった新たな相関構造の抽出・解析が期待できる。その一方で、統計ノイズを除去するための帰無仮説となるRMTにおける固有値分布表式や固有ベクトル成分分布式の修正を行う。

(2) 複素相関ネットワークに対してコミュニティ抽出法を適用する。具体的には、リンクの位相の絶対値に閾値を設け、その閾値を超えないリンクのみを残したネットワークを考える。コミュニティの抽出にあたっては、リンクの重みの大きさを考慮する。得られたコミュニティは、互いに同期して振る舞う変量群を与える。

4. 研究成果

(1) 一般の複素相関行列に対しては、RMTにおける固有値分布式は実相関行列に対するものと同じである。しかし、ヒルベルト変換に基づく複素時系列の相関行列については、データ行列のアスペクト比を $Q = 2TN$ へ修正すればよいことを示した。

実際のデータに対してRMTを主成分の判定規準として用いる際には、時系列データの有限サイズ効果や自己相関性に注意を払う必要がある。RMTは無次元の行列を仮定している。また、もし時系列に自己相関が含まれていれば、時系列間に疑似相互相関が生じる。それらの問題を解決する実用的な数値計算手法として、Rotational Random Shuffling (RRS)法を新しく考案した。RRS法は、自己相関を残したまま時系列データを時間方向にシャッフルすることにより、相互相関のみを破壊する。

(2) 先行、一致、遅行の特性をもつことが確立されている景気動向指数（景気の現状を把握し、将来予測を行うための指標として景気動向指数があり、内閣府から毎月公表）の基礎指標データに対してCHPCAを適用することにより、CHPCAの有効性を確認した。RRSの結果との比較は、有意な固有モードが2個あることを示す（図1を参照）。特に第1モードは、景気動向基礎指標の集団運動を表す。基礎指標30種類のリード・ラグ関係を読み取ると、概ねそれらの先行性、一致性、遅行性は再現されていることがわかる。

CHPCAは、リード・ラグ関係を含めて各基礎指標の集団運動（景気循環）に対する寄与について定量的な知見を与える。CHPCAに従えば、必ずしも現在採用されている基礎指標がタイムラグについて明確にグループ分け

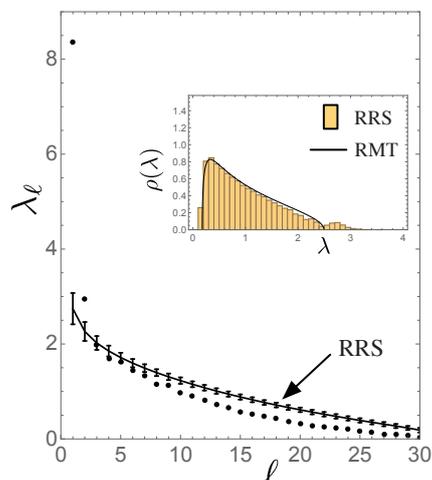


図1 景気動向基礎指標群(30種)の複素相関行列の固有値に対するRRSを参照とした平行分析およびRRSの固有値確率分布(RMTと比較)。

されているわけではない。基礎指標は定期的に見直しが行われており、基礎指標の取捨選択に対してCHPCAを役立てることを提案した。

(3) 景気動向指数（先行、一致、遅行）、円ドル為替レート、中分類物価指数（輸入、企業、消費者）を組み合わせた月次データ（1985年1月から2014年12月までの期間）に対して、CHPCAを適用したところ、2個の統計的に有意な主成分（固有モード）が得られた。第1固有モードは、為替レートと輸入物価指数がリードし、その影響が景気、さらに国内物価へと順繰りに伝播していく様子を表す。他方、第2固有モードは、景気が国内物価の変動を先駆けている経済状態を表し、第1モードとは対照的に、景気動向と為替レート、輸入物価（「石油・石炭・天然ガス」を除く）とは逆サイクルになっている。固有ベクトルの振る舞いからは、第1モードでは川上の為替レートが物価変動を駆動しているのに対し、第2モードでは川下の需要が物価変動の要因となっていることがわかる。なお、これらの固有モードにおいて、マネーストックは重要な役割を果たしていない。

特筆すべき発見は、中下流にあたる国内物価に影響が波及していく際の物価間のリード・ラグ関係が両固有モード間で酷似していることである。2つのモードにおける物価変動の要因は全く異なっており、この発見は、個別物価間に相互作用が働き、その相互作用に起因する普遍的な物価の集団運動が存在することを示唆する。比喩的に言えば、国内物価の集団運動は、国内物価同士の連結した列車の走行に例えられる。第1固有モードは、そのような物価列車の先頭に機関車があり、列車を牽引している状況に対応する。他方、第2固有モードについては、物価列車が後尾から機関車によって押されている状態をイメージすればよい。加えて、第1モードは金融的なショック、第2モードは实体经济へのショックに対して強く結合することが確か

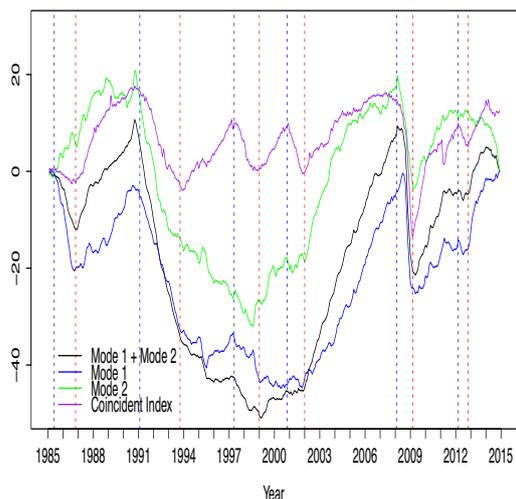


図2 第1および第2固有モードの景気動向一致指数への寄与と景気動向一致指数（標準化処理済み）との比較。赤縦線は景気の谷、青縦線は景気の山を示す。

められた。この結果は各モードの特徴づけと符合する。

2つの固有モードで景気循環をどの程度まで説明できるだろうか。図2は両モードの景気動向一致指数への寄与を景気動向一致指数そのものと比較している。それらのモードの重ね合わせは、全体変動強度のおよそ2割の変動を表したものに過ぎないが、概ね景気の山と谷がよく再現されている。バブル景気期に着目してみる。第1モードと第2モードのトレンドを比較すると、その前半では為替主導型の第1モードと需要主導型の第2モードとが共に景気拡大に関係しているのに対して、後半では景気上昇が第1モード主体のものへと変質してしまっている。最近のアベノミクスによる景気上昇に目をやると、その様子はバブル期後半の第1モードの片肺飛行状態とよく似ている。むしろ、第2モードの振る舞いは、需要で駆動される实体经济活動が2014年初頭から下降的であることを示唆する。確かに、アベノミクスにおける第1の矢「大胆な金融政策」はそれなりの効果をあげたことがわかる。しかし、第2の矢「機動的な財政政策」、第3の矢「民間投資を喚起する成長戦略」については、需要への働きかけの効果は乏しく、逆風にさらされていることがうかがわれる。

多数の個別物価が参加するマクロの集団運動の存在は、マクロ経済学の重要性を再確認する。いかに物価列車を定時運行させるかが、マクロ経済学に課された懸案課題である。その際に、本研究で明らかにされた2つの物価変動モードは、新しい視点を提供すると期待される。

(4) 世界48カ国について株式市場インデックスと通貨の日次推移を1999年から2012年までCHPCA法を使って解析し、その相関固有ベクトルの特性解析、同期ネットワークのコミュニティ解析などを行った。これらの解析は、国際的な金融ネットワークの動的相関構

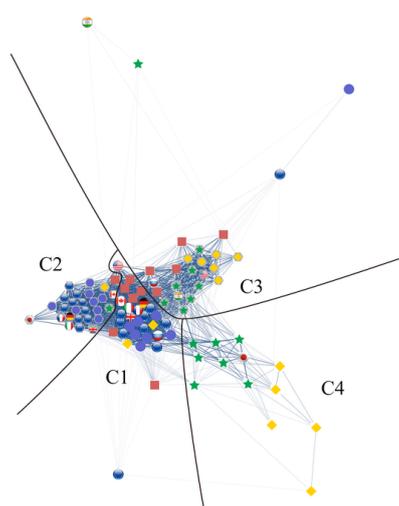


図3 1999年から2012年にわたっての国際金融ネットワーク（世界48カ国の株式市場インデックスと通貨）における平均同期コミュニティ構造。C1は主としてヨーロッパおよびアメリカの株式市場からなるコミュニティ、C2はユーロをベースとする通貨コミュニティ（円を含む）、C3は米ドルを中心とする通貨コミュニティ、C4は日本を取り囲むアジア株式市場コミュニティである。

造が中規模の世界金融危機時（1999-2002）、安定時期（2003-2006）、米国のサブプライム住宅ローン危機を発端とする大規模世界金融危機時（2007-2012）で大きく異なることを明らかにする。図3に同期コミュニティの抽出結果の一例を示す。

(5) NYSEに上場している銘柄とTSEに上場している銘柄から時間相関行列を計算し、固有値と固有ベクトルを求め、RMTの解析式と比較することによって、有意な相関構造を抽出した。そして、有意な相関構造の中でも、第4番目の固有ベクトルに特徴があることを明らかにした。その理由を見つけるために、2009年から2011年までのニュース記事を形態素解析して名詞を抽出し、第4番目の固有ベクトルが示す期間は、ユーロ危機と関係していることを明らかにした。

<引用文献>

- ① D. Paul and A. Aue, J. Statistical Planning and Inference **150**, 1 (2014).
- ② L. Laloux, et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1467 (1999).
- ③ V. Plerou, et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1471 (1999).
- ④ T. P. Barnett, Monthly Weather Rev. **111**, 756 (1983).
- ⑤ J. D. Horel, J. Climate and Applied Meteorology **23**, 1660 (1984).

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計16件）

- ① I. VODENSKA, H. AOYAMA, Y. FUJIWARA, H. IYETOMI and Y. ARAI, Interdependencies and Causalities in Coupled Financial Networks,

PLoS ONE, Vol. 11(3), e0150994 (pp. 32), 2016. 査読有

② 家富洋, 景気動向指数(先行, 一致, 遅行)の複素ヒルベルト主成分分析, 統計数理研究所共同研究レポート「経済物理学とその周辺(12)」, Vol. 360, pp. 80-86, 2016. 査読無

③ Y. KICHIKAWA, Y. ARAI and H. IYETOMI, Procedia Computer Science, Vol. 60, pp. 1836-1845, 2015. 査読有

④ Y. ARAI, T. YOSHIKAWA and H. IYETOMI, Dynamic Stock Correlation Network, Procedia Computer Science, Vol. 60, pp. 1826-1835, 2015. 査読有

⑤ 新井優太, 家富洋, 銘柄間の位相情報を盛り込んだ複素株価相関ネットワーク, 統計数理解析研究所共同研究レポート「経済物理学とその周辺(11)」, Vo. 332, pp. 17-25. 査読無

⑥ 新井優太, 家富洋, 株式市場に潜む動的相関構造の抽出: 主成分分析の拡張, 統計数理研究所共同研究レポート「経済物理学とその周辺(10)」, Vol. 311, 31-38, 2014. 査読無

⑦ 吉川丈夫, 家富洋, 株式市場に埋め込まれたグループ相関構造—日米比較, 横幹(横断型基幹科学技術研究団体連合学会誌), Vol. 7, No. 2, 92-99, 2013. 査読無

⑧ T. YOSHIKAWA, Y. ARAI and H. IYETOMI, Comparative Study of Correlations in Financial Markets, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, Vol. 255, pp. 104-110, 2013. 査読有

⑨ Y. ARAI, T. YOSHIKAWA and H. IYETOMI, Complex Principal Component Analysis of Dynamic Correlations in Financial Markets, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications, Vol. 255, pp. 111-119, 2013. 査読有

[学会発表] (計 58 件)

① HIROSHI IYETOMI, Elucidation of the Production Network Structure in Japan through Visualization and Community Detection, Global Seminar of Department of Business and Technology Management, Korea Advanced Institute of Science and Technology (招待講演), 2015年11月04日, Daejeon (Korea).

② WATARU SOUMA, Application of CPCA and RRS to cross correlations of stocks listed

on the NYSE, International Conference on Big Data in Economics, Science and Technology (BEST2015), 2015年07月20日-22日, Ohrid (Macedonia).

③ HIROSHI IYETOMI, Community Analysis on Dynamic Stock Correlation Network, International Conference on Big Data in Economics, Science and Technology (BEST2015), 2015年07月20日-22日, Ohrid (Macedonia).

④ 家富洋, 鉱工業指数の位相ダイナミクス, 京都大学数理解析研究所共同研究「マクロ経済動学の非線形数理」研究会(招待講演), 2014年09月17日, 京都大学(京都府, 京都市).

⑤ HIROSHI IYETOMI, Frustration in Financial Markets, Seminar at Department of Physics, Boston University (招待講演), 2014年03月28日, Boston (U.S.A.).

⑥ HIROSHI IYETOMI, Synchronization of Business Fluctuations, Seminar at Seminar at Department of Physics, University of Southern California (招待講演), 2014年03月24日, Los Angeles (U.S.A.).

⑦ HIROSHI IYETOMI, Community Structure of a Bank-Firm Credit Network in Japan, 2013 SSK-KERI International Conference on Perspectives on Food Security and Financial Security (招待講演), 2013年10月30日-11月02日, Seoul (Korea).

⑧ 家富洋, 経済物理学の基礎と金融・株式市場の動き, 第59回みずほ証券インサイト&カタリスト(IC)セミナー(招待講演), 2013年08月26日, (株)みずほ証券(東京都, 千代田区).

⑨ HIROSHI IYETOMI, Frustrated Correlation Structures Embedded in Well-Developed Stock Markets, Econophysics Colloquium 2013&Asia Pacific Econophysics Conference 2013 (招待講演), 2013年07月29日-31日, Pohang (Korea).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

家富 洋 (IYETOMI, Hiroshi)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号: 20168090

(2) 研究分担者

相馬 亘 (SOUMA, Wataru)
日本大学・理工学部・准教授
研究者番号: 50395117