

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 13 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400394

研究課題名(和文)大規模非線形格子の実験的研究

研究課題名(英文) Experimental Study of Intrinsic Localized modes in Large Scale Nonlinear Lattices

研究代表者

佐藤 政行 (Sato, Masayuki)

金沢大学・数物科学系・教授

研究者番号：00266925

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：非線形格子に生じる非線形局在励起(Intrinsic Localized Mode, ILM)の移動や走行を妨げる2つの問題、パイエルス・ナバロ(PN)ポテンシャルと、余分な尾を励起するテイル発生について2つの研究を行った。PNポテンシャルについては、過飽和非線形格子を実験的に作成し、非線形性の飽和時に生じる幅変化分岐時にPNポテンシャルが0になることを線形スペクトル測定法にて確かめた。定常走行時に発生する尾は、非線形力のフーリエ成分が分散関係と交差するところでフォノンを共鳴励起することで生じる。2種類の非線形力の合成で交点での非線形力を0にすることで尾の発生を抑えられることを見つけた。

研究成果の概要(英文)：Two major problems of Intrinsic Localized Modes (ILM) in a nonlinear lattice were addressed; (1) a potential which prevents free translational motion of ILM called Peierls-Nabarro potential, and (2) generation of tail excitation behind the ILM when it travels. Suppression of PN potential in a saturable nonlinear lattice was confirmed experimentally by observing a linear spectrum when the ILM takes place width-widening (narrowing) bifurcation(s) by the saturation of the nonlinearity. The generation of tail excitation when the ILM travels at a constant speed is explained by a finite magnitude of a Fourier component of a nonlinear force where the ILM intersects with a dispersion curve. By mixing of two nonlinearities with a careful tuning, the sum Fourier amplitude can be eliminated and the generation of the tail excitation was suppressed.

研究分野：非線形物理学

キーワード：非線形局在励起 Intrinsic Localized Mode Discrete Breather 超伝送 過飽和非線形 ソリトン  
格子

### 1. 研究開始当初の背景

非線形局在励起 (Intrinsic Localized Mode=ILM) の研究は 1980 年代終わりに始まった。[1-3]ILM は、非線形格子に生成される局所的な振動励起状態である。線形格子の振動解は "波" であり、局在解は存在しない。非線形性を加えることで生成可能な自己安定状態である。非線形が強く関係する局在現象として似た現象にソリトンがあり、こちらは連続体・格子どちらにも可積分という特殊な条件下で存在する。格子に限ると、可積分ではソリトンが生成し、ILM は非可積分ということになる。ソリトンは移動するが ILM は格子にピン止めされ、移動できない。ソリトンは極めて特殊なポテンシャル下で起こる現象で、一般的な非線形ポテンシャルはすべて非可積分系であり ILM が生成する。数学的な解析解が得られる可積分のソリトンに比べ、非可積分な ILM 現象の研究は遅かった。ソリトン解を出発点として非可積分性を摂動として取り入れる手法、あるいはコンピューターシミュレーションを用いて数値的に解を研究する手法しか、方法がないからである。

2000 年代では実験もマクロ格子等でなされてきた。(理論・実験のレビュー[4]に詳しい。) 格子にピン止めされた ILM の研究は理論、シミュレーション、実験で数多くなされた。応用を考える上では、静止した ILM を移動させることが必要であり、不純物ポテンシャルを用いた位置制御も行われた。具体的な応用としては光ファイバーを横に並べて格子を作り、信号を制御することが考えられている。ILM を隣に移動させるだけでなく、ある一定の速度でソリトンのように走らせる方法も考えられ、提唱されるようになっていた。

移動や走行を実現するには、2つの問題を解決しなくてはならない。(1)パエルス・ナバロ(PN)ポテンシャルと呼ばれる移動を直接に阻む仮想ポテンシャルをゼロにすること、(2)ILM 走行の後に尾を残すように格子の線形モードが励起されるが、長距離安定走行のためには"尾"=テイルを発生させてはならない。ソリトンはゼロ PN ポテンシャル、ゼロテイルである。

### 2. 研究の目的

我々の目的は大規模非線形格子中で発生する ILM を移動・走行させる手法の開発である。特に走行を研究するには大規模格子が必要である。上記問題以外に、非可積分系の離散非線形シュレジンガー方程式の ILM 速度の振幅依存性は、可積分系の Ablowitz-Ladik 系のソリトンの速度と対照的に変化することに気づいていた。このことから、大規模系での走行速度[5]についての差についても調べることも、目的の一つであった。

### 3. 研究の方法

方法は大きく分けて、(1)実験、(2)シミュレーションの2つの方法で行われた。

(1)実験的手法では電気回路素子を用いた非線形格子を作成し、ゼロ PN を達成するという過飽和非線形格子[6]での実験が行われた。ゼロ PN を調べるために、非線形状態における線形分光[7, 8]を測定し、スペクトル的に PN ポテンシャルを見積もった。また、この系では同時にシミュレーションも行っている。

(2)ゼロテイル問題はシミュレーションで研究された。運動方程式には、励起項と減衰項が追加されている。

$$\ddot{x}_n + \frac{1}{\tau} \dot{x}_n + \omega_0^2 x_n + \omega_l^2 (2x_n - x_{n+1} - x_{n-1}) + \Lambda(1-g)x_n^3 \quad (1)$$

$$+ \Lambda g \eta \{ (x_n - x_{n+1})^3 + (x_n - x_{n-1})^3 \} = \alpha \cos(k_c n - \Omega t)$$

ここで右辺と第二項が励起項、減衰項である。これらの追加は理想的なモデルからは遠くなるが、理想環境では走行しがたい ILM を定常走行させることができ、詳細な状態を吟味できる利点がある。そのため、どの程度安定走行条件から遠いのかを数値的に見積もることを可能とする。

### 4. 研究成果

(1)過飽和非線形性とゼロ PN 問題----非線形状態の線形分光とゼロ PN の実測[9]

図1に過飽和非線形回路を示す。(b)に示すように MOS キャパシターは電圧がある程度以上大きいと、容量は一定になり非線形性が小さくなる過飽和性を示す。同時に(b)は負の非線形性(振幅が大きくなると周波数が下がる)を示している。分散図は(c)のようになり、k=0 の下に負の非線形性により非線形局在ができることを示している。

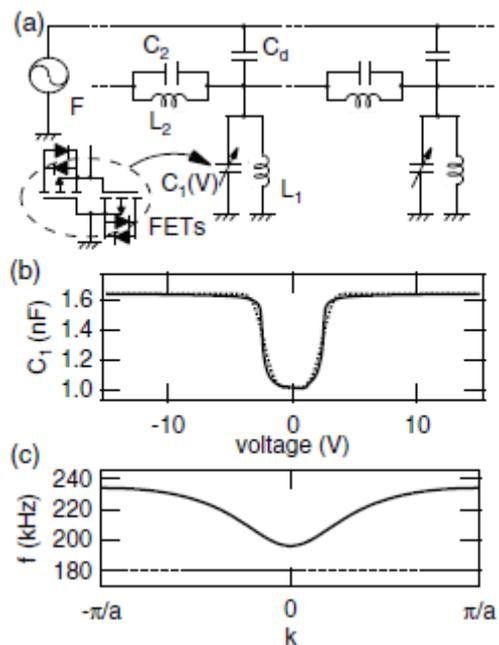


図1. (a)過飽和非線形格子回路(b)コンデンサー容量の過飽和性(c)分散図

図2に非線形局在の生成例を示す。周波数が変化すると局在の様子が変化する。負の非線形性があるので、周波数が低いほど振幅が高くなる。普通の非線形性の場合、ILM 中心は格子点か、格子間のどちらかにあり、この2つの状態のエネルギー差が PN ポテンシャルである。非線形性が飽和すると、振幅が頭打ちになり、ILM は横幅を拡大するが、このとき対称性が格子点から格子間(あるいはその逆)へと変化する。この瞬間に PN ポテンシャルがゼロになる。

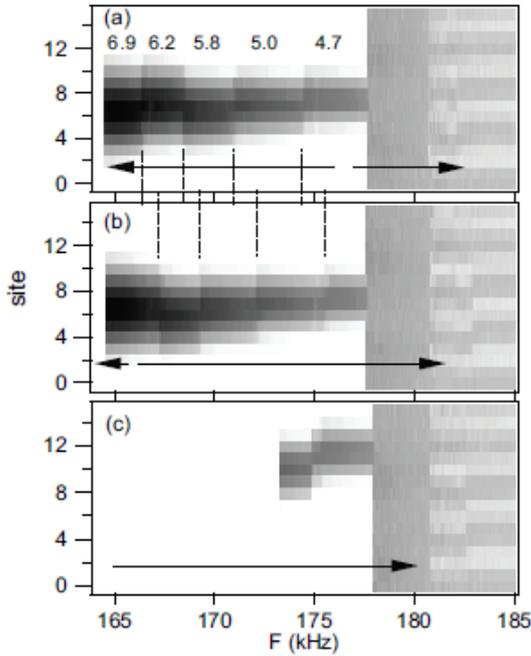


図2 . 過飽和と非線形性の実験図。(a)-(c)の違いは開始周波数

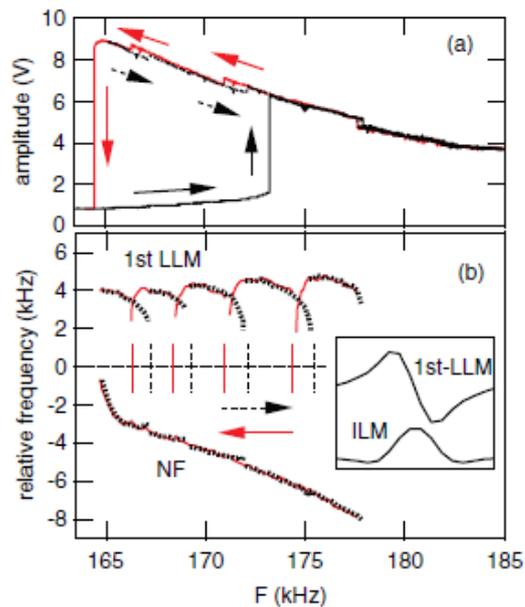


図3 . (a) ILM 振幅の周波数依存性 (b) 実測された PN ポテンシャル (1st LLM)

図3にはその時観測された PN ポテンシャルを示している。(b)は ILM を摂動変形させる弱い信号を加える線形分光法で観測された 1st LLM ピーク周波数と ILM 周波数の差がプロットされている。この周波数差は、ILM の変形周波数であり、変形モードは格子点-格子間であるので、まさしく PN ポテンシャルに相当する量である。幅変化が起こる時、PN ポテンシャルがソフト化することを表している。理想的には、周波数を上げるときと下げるときとで差があってはならないが、小さなヒステリシスが見られる。

(2) 2 種の非線形性の混合によるゼロテイルの実現----超伝送[10]

図4に示すのは、ソリトン系である Ablowitz-Ladik (AL) 格子[11]を走行するソリトンをフーリエ変換で解析し作成した図である。(a)は走行する局在励起を2次元のフーリエ変換すると、波数-周波数空間では直線上に強度を持つことを示している。図中の赤線は分散関係を表し、FT 強度が一番大きいところで斜め線が分散関係(赤線)に接している。静止 ILM でも ILM のフーリエ変換は分散関係に接するが、速度が0なので図1(c)のように横に一直線である。斜線の傾きは速度に一致する。

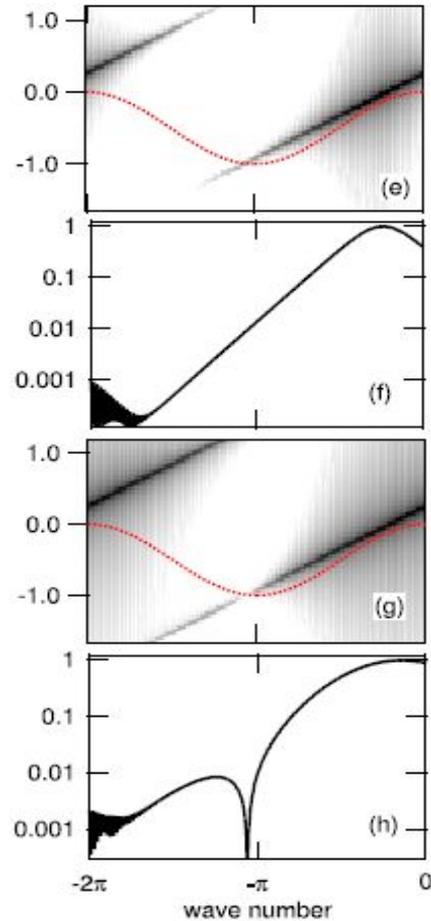


図4. Ablowitz-Ladik ソリトンの (e) 変位の 2DFT, (f) 変位の斜線上の強度, (g) 非線形力の 2DFT, (h) 非線形力の斜線上の強度

図4で注目すべき点は、斜線と分散関係が交差する場所で振幅がスムーズに変化していることである。図5に最近接非線形モデル(式1の $g=1$ )での2次元FT解析結果を載せる。比較すると図5(e)では矢印位置にスポットが現れ、(f)でもピークとして表れている。これがILMの走行により励起される線形フォノンモードであり、"テイル"そのものである。これは走行するILMの持つ力が、格子のノーマルモードと共鳴して起こる。力は式(1)では線形力と非線形力の2つの部分からなるが、線形力は分散関係を作るので、共鳴の原因は非線形力である。

AL格子ではテイルを生じない理由は、図4(g)に示すように非線形力が交点で0になっているからである。Toda格子でもこれは確認された。[12]逆に図5では(g)に示すように交点で非線形力が有限である。我々は(g)に示す $k=0$ 点でのゼロ非線形力を $g$ を調節することで交点に重ねることができると考えた。

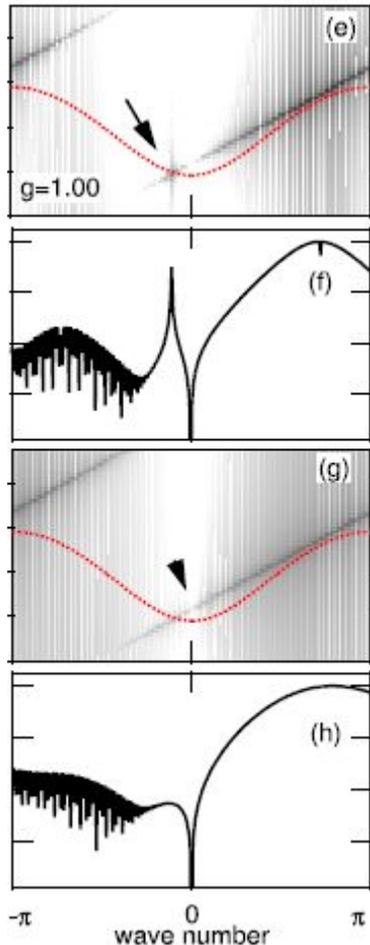


図5.最近接非線形モデル(式1の $g=1$ )での2次元FT解析(e)変位の2DFT,(f)変位の斜線上の強度,(g)非線形力の2DFT,(h)非線形力の斜線上の強度

結果を図6に示す。非線形力は交点で0になり、変位のフーリエ変換はスムーズになっている。したがって余分なテイルの発生はな

い。式(1)より励起項と減衰項を消したシミュレーションにより、実際この状態でILMは減衰することなく長距離を伝搬することを確かめている。我々はこの状態を超伝送(supertransmission)と名付けた。

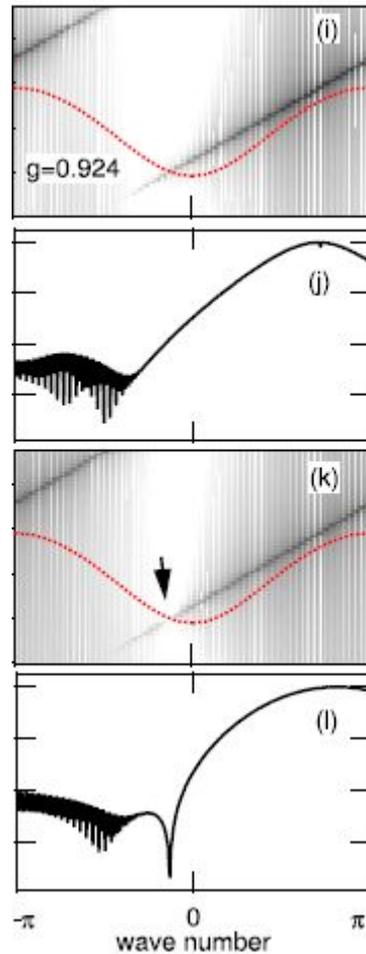


図6. 超伝送状態. 2つの非線形性の混合比 $g$ を調整して、非線形力のフーリエ成分が分散線とILM斜線の交点(矢印)で0になるように調整した。(i)変位の2DFT,(j)変位の斜線上の強度,(k)非線形力の2DFT,(l)非線形力の斜線上の強度

### (3)まとめ

PN問題は過飽和非線形性により解決可能なこと、テイル問題は2種の非線形の混合により解決可能なことが示された。これらの結果は論文として発表された。

現在、超伝送を解析的に設計する手法を開発中である。近似解はわかっているので非線形力が計算可能である。走行速度と非線形モデルがまだ完全に解決されていない。近似設計は学会では発表された。

当初はPN問題、テイル問題をはっきりとは認識していなかった。しかし次第にこの2つが重要であること、またソリトン系では同時にこの2つが成り立つのでPN問題が解決されればもう一つも解決されるだろうと考えていた。現在、この2つは別物であると認識している。具体的には静止極限での超伝送

条件を与える混合比  $g$  と、静止 ILM のゼロ PN を与える混合比は異なるのではないかという疑念が生じている。この問題ははまだ解決されていない。

#### 引用文献

- [1] A. J. Sievers and S. Takeno, *Physical Review Letters* **61**, 970 (1988).
- [2] D. K. Campbell, S. Flach, and Y. S. Kivshar, *Physics Today* **57**, 43 (2004).
- [3] S. Flach and C. R. Willis, *Physics Report* **295**, 181 (1998).
- [4] S. Flach and A. V. Gorbach, *Physics Reports* **467**, 1 (2008).
- [5] M. Sato, N. Fujita, Y. Takao, S. Nishimura, W. Shi, Y. Sada, Y. Soga, and A. J. Sievers, *NOLTA, IEICE* **3**, 87 (2012).
- [6] L. Hadžievski, A. Maluckov, M. Stepić, and D. Kip, *Physical Review Letters* **93**, 033901 (2004).
- [7] M. Sato, S. Imai, N. Fujita, W. Shi, Y. Takao, Y. Sada, B. E. Hubbard, B. Ilic, and A. J. Sievers, *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* **87**, 012920 (2013).
- [8] M. Sato, Y. Sada, W. Shi, S. Shige, T. Ishikawa, Y. Soga, B. E. Hubbard, B. Ilic, and A. J. Sievers, *Chaos* **25**, 013103 (2014).
- [9] W. Shi, S. Shige, Y. Soga, M. Sato, and A. J. Sievers, *EPL* **103** (2013).
- [10] M. Sato, T. Nakaguchi, T. Ishikawa, S. Shige, Y. Soga, Y. Doi, and A. J. Sievers, *CHAOS* **25**, 103122 (2015).
- [11] M. J. Ablowitz and J. F. Ladik, *Journal of Mathematical Physics* **17**, 1011 (1976).
- [12] M. Toda, *Theory of Nonlinear Lattices* (Springer, Berlin, 1981).

5 . 主な発表論文等 )

( 雑誌論文 )( 計 8 件 )

1. M. Sato, Y. Sada, S. Shige and A. J. Sievers, "Linear response measurement of both a single and an array of cantilevers in a high amplitude nonlinear state", *NOLTA2015 proceedings* pp.740-743, Hong Kong (12/2-12/4) 査読付
2. S. Shige, W. Shi, T. Ishikawa, T. Nakaguchi, M. Sato and A. J. Sievers, "Linear local modes produced by an intrinsic local mode in a saturable nonlinear lattice", *NOLTA2015 proceedings* pp.797-800, Hong Kong (12/2-12/4) 査読付
3. M. Sato, T. Nakaguchi, T. Ishikawa, S. Shige, Y. Soga, Y. Doi, and A. J. Sievers, "Supertransmission channel for an intrinsic localized mode in a one-dimensional nonlinear physical lattice", *Chaos* **25**, 103122, pp1-9 (2015); 査読付 <http://dx.doi.org/10.1063/1.4933329>
4. M. Sato, Y. Sada, W. Shi, S. Shige, T. Ishikawa, Y. Soga, B. E. Hubbard, B. Ilic and A. J. Sievers, "Dynamics of impurity attraction and repulsion of an intrinsic localized mode in a driven 1-D cantilever array", *Chaos* **25**, 013103 (2015) pp.1-8 査読付 , <http://dx.doi.org/10.1063/1.4905254>
5. M. Sato, Y. Takao, Y. Sada, W. Shi, S. Shige, and A. J. Sievers, "Bifurcation Dynamics of a Perturbed Intrinsic Localized Mode in a Driven Micromechanical Array", *NOLTA, IEICE* **4**, pp.225-231(2013). 査読付 , <http://dx.doi.org/10.1587/nolta.4.2.25>
6. W. Shi, S. Shige, Y. Soga, M. Sato and A. J. Sievers, "Intrinsic localized modes in a nonlinear electrical lattice with saturable nonlinearity", *EPL* **103**, 30006 pp.1-6 (2013) 査読付 <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/103/30006>
7. W. Shi, S. Shige, H. Hasebe, M. Sato, and A. J. Sievers, "Intrinsic Localized Mode in an Electric Lattice Containing MOS-Capacitors", *Proceedings of the International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, NOLTA2013 held at Santa Fe, USA, September 9-11, pp.330-333(2013)* 査読付
8. A. J. Sievers, M. Sato, J. B. Page, and T. Rossler, "Thermally populated intrinsic localized modes in pure alkali halide crystals", *Phys. Rev. B* **88**, 104305 (2013) pp1-7, 査読付

〔学会発表〕(計 13 件)

1. 重翔馬、史偉華、石川達也、佐藤政行, "可飽和非線形格子に生じる局在励起のモード解析", 日本物理学会宮城県仙台市東北学院大学泉キャンパス, 2016/3/19
2. Shoma Shige, Weifa Shi, Tatsuya Ishikawa, Takahiro Nakaguchi, Masayuki Sato, and A. J. Sievers, "Linear Local Modes Produced by an Intrinsic Local Mode in a Saturable Nonlinear Lattice", Nonlinear Theory and its Applications NOLTA2015, Hong Kong, People's of Republic of China, 12/4/2015
3. Masayuki Sato, Yurina Sada, Shoma Shige, Albert J. Sievers, "Linear Response Measurement of Both a Single and an Array of Cantilevers in a High Amplitude Nonlinear State", Nonlinear Theory and its Applications NOLTA2015, Hong Kong, People's of Republic of China, 12/3/2015
4. 中口貴裕, 石川達也, 重翔馬, 向出俊夫, 佐藤政行, "格子中を走行する非線形局在励起の尾の問題", 物理学会北陸支部, 石川県金沢市, 11/28/2015
5. Masayuki Sato and A. J. Sievers, "Velocity Step for a Driven Intrinsic localized mode", Workshop "Discrete Breathers in Crystals", at Institute for Metals Superplasticity Problems of Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia, 9/21-25/2015
6. 重翔馬、高尾裕一、石川達也、中口貴裕、佐藤政行, "離散非線形 Schrodinger 系での局在励起の速度について", 日本物理学会関西大学, 大阪府吹田市 9/18/2015
7. 石川達也, 中口貴裕, 重翔馬, 向出俊夫, 佐藤政行, "格子中を走行する非線形局在励起の研究(II)", 日本物理学会関西大学, 大阪府吹田市 9/18/2015
8. Masayuki Sato, Rob Ilic and A. J. Sievers, "Intrinsic Localized Modes in Micro-Cantilever Arrays", Workshop: Nanomechanical systems: from new materials to new application, held at Jeju Island. Asia Pacific Center for Theoretical Physics, Korea. 7/26-30/2015
9. 佐藤政行, "非線形局在励起の移動について", 2014 年度力学系応用研究集会, 京都大学. 京都府京都市 3/29/2015
10. 中口貴裕, 石川達也, 重翔馬, 佐藤政行, "格子中を走行する非線形局在励起の研

究", 物理学会早稲田大学, 東京都 3/21/2015

11. 佐藤政行, "1次元カンチレバー振動子アレイ中の非線形局在励起についての研究", 日本機会学会 第 25 回(平成 26 年度)振動基礎研究会招待講演, 金沢大学, 石川県金沢市 9/22/2014
12. 史偉華, 重翔馬, 長谷部紘明, 佐藤政行, "電気格子系での非線形局在励起の幅変化現象の研究", 日本物理学会東海大学湘南キャンパス, 神奈川県平塚市 3/27/2014
13. W. Shi, S. Shige, H. Hasebe, M. Sato, and A. J. Sievers, "Intrinsic Localized Mode in an Electric Lattice Containing MOS-Capacitors", Nonlinear Theory and its Application (NOLTA2013), Santa Fe, USA, 9/10/2013

〔その他〕

ホームページ等

金沢大学 非線形物理研究室

<http://nlab.w3.kanazawa-u.ac.jp/index.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

佐藤 政行 (SATO, Masayuki)

金沢大学・理工学域数物科学系・教授

研究者番号: 00266925

### (2) 研究協力者

A. J. Sievers

Cornell University, Laboratory of Atomic and Solid State Physics