

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400400

研究課題名(和文) 閉領域内の乱流に生じる大規模循環流の反転機構の解明

研究課題名(英文) On mechanism of large-scale flow reversals of turbulent flow in a confined domain

研究代表者

松本 剛 (Matsumoto, Takeshi)

京都大学・理学研究科・助教

研究者番号：20346076

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：乱れた流れには、大きな空間規模、大きな時間規模に注目すると秩序的な構造が存在することがある。特に閉じた容器内の乱流には容器と同じ程度の大きさで循環する秩序流れが生じることがある。さらに、条件によっては、この循環流の向きが長時間維持された後にランダムに突然反対になることがある。この乱流中の大規模循環流の反転の仕組みの解明が本研究の目的である。

我々は、反転が生じる最も単純な2次元乱流系の高精度数値計算を通じて、この系のランダムな反転現象を良く記述する確率的モデルを構成した。この考察から、反転は、乱流に加えられた外力の揺らぎ、この揺らぎの平均的な長さや粘性が引き起こすことが判明した。

研究成果の概要(英文)：Some turbulent flows have coherence in a large spatial and temporal scale. In particular, turbulence in a confined container sometimes has a coherent circulating flow with the scale comparable to that of the container. Furthermore, under certain conditions, the orientation of this large-scale circulating flow changes suddenly after a long duration of one fixed orientation in an unpredictable manner. The subject of this research project is to understand mechanism of this reversal of the large-scale flow in turbulence.

Based on our precise numerical simulation of a two-dimensional turbulent system that is considered as one of the simplest systems showing the reversal, we developed a stochastic model. It describes well the random reversal of the two dimensional system. Through the analysis of the model, we showed that the reversal is caused by the random force added to the turbulent flow, the characteristic length-scale of the force and the viscosity.

研究分野：流体物理学

キーワード：乱流理論 大規模流れ 確率論的モデリング

## 1. 研究開始当初の背景

発達した流体乱流中には様々な時間、空間スケールの揺らぎがほぼ相似的に分布している。壁に囲まれた閉じた領域内で、何らかの駆動力により維持されている乱流では、こうした揺らぎの積算効果として大規模な循環流(システムサイズ規模の秩序的運動)が自発的に現れることことがある。さらに、場合によっては、この大規模循環流の向きが自発的に反転することがある。

代表的な例は、高レイリー数のレイリー・ベナル熱対流乱流の実験で観測された速度のランダムな反転現象である。また、太陽活動の11年周期や、地球磁場の反転もランダムか規則的かの差はあるものの、類似の現象だと考えられている。こうした反転は閉領域内にある乱流の一般的な特性の一つと考えられているが、その物理的機構は未解明である。例えば、反転の(平均的な)時間間隔を支配するものは何か?、その確率法則を決めるものは何か?などである。

こうした大規模流の寿命は、一般的に長い。反転の時間間隔のスケールは、乱流の特徴的な大スケールの速度とシステムサイズ(長さ)から計算される時間のスケールよりも2,3桁程度大きいものとなる。従って、この反転機構の理論的研究にあたっては、従来の乱流研究で行われているよりもはるかに長時間の数値シミュレーションが大きな負担なく行える乱流系で行うことが必要である。実験室実験で反転が観測されている高レイリー数熱対流乱流の場合、多少のスケールダウンを行っても長時間の数値実験は難しいと考えられる。このような理論研究に適する、反転現象のミニマルモデルとも言うべき系がオランダのグループによって2000年代に提唱されている。この系は空間2次元、滑りなし境界をもつ正方形領域内の乱流で、外力として時間相関があるノイズを加えたものである。この系ではランダムな反転現象が起きることが数値的に報告されており、その長時間にわたる数値シミュレーションも容易である。このミニマル系は1980年代にフランスでおこなわれた伝導性流体をもちいた準2次元乱流の実験室実験を模擬したものになっている。実験においては乱流を駆動する外力として直流電流が用いられており、大規模流の形成とその確率的な反転が報告されている。ミニマルモデルでの外力が確率的ノイズであることが実験と必ずしも整合していないため、数値シミュレーションと実験の反転現象は定量的に一致はしないが、定性的には一致している。(なお、このフランスでの実験が刺激となって、オランダ発のモデルの他にも、2次元系での反転をしめす乱流系の提案が行われている)。

このミニマルモデルについて詳細な研究がなされ、様々な知見がえられているものの、その反転の物理機構は未解明と言って良か

った。また、このミニマル系で解明に近づくことができれば、その結果は、閉領域内にある乱流でみられる様々な反転現象一般の理解への突破口となるとも予想される。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は上記の2次元ミニマルモデルでの大規模循環流反転の機構を解明することである。具体的な問いとしては、上記にあげた、反転の平均的な時間間隔を支配するものは何か?、その確率法則を決めるものは何か?である。ここで足がかりとなるのは、ミニマルモデルのランダム外力である。より具体的には、このランダム外力は特徴的長さスケールをもつ空間等方的なマルコフ過程ノイズである。

この最終目的への道筋として以下のように研究を4つに細分化する。最初に、反転の外力依存性(特徴的長さスケール、相関時間)に関する組織的なシミュレーションを行って、反転の定量的な特徴づけを行う(先行研究では反転の外力パラメータ依存性については報告されていない)(目的1)。次に、ミニマルモデルが確率微分方程式であることに注目し、循環流反転についての確率的側面を確率誘起転移などの概念をもちいて理解可能か否か検証し、反転の確率論モデルの構築をめざす(目的2)。この一方で、乱流研究の強力な手法として最近確立された、大自由度力学系的解析方法を応用し、反転を力学系的描像(特に接続軌道として)から捉えることも試みる(目的3)。最後に、空間2次元におけるミニマルモデルを自然に3次元に拡張したもので同様の大規模流反転が生じるか否か検証する(目的4)。

以上の4つの段階から得られた結果を総括して反転機構の解明をめざす。

## 3. 研究の方法

細分化した目的のそれぞれについての方法を述べる。

(目的1) ミニマルモデルの数値シミュレーション方法は先行研究にならって、チェビシェフタウ法をもちいて滑りなし境界の影響を高精度でシミュレーションする。ここでは外力の2パラメータを組織的に変動させてその影響を統計的に整理する。

(目的2) (目的1)の結果を用いて、反転のオーダーパラメータであるエネルギーで規格化された角運動量の確率密度分布関数を計算し、反転、非反転の転移が確率誘起転移として解釈できるか否かを調査する。さらにこの確率的な振舞いについて、ランダム外力つきのナビエ・ストークス方程式から確率論的モデルを作ることを試みる。

(目的3) ミニマルモデルを力学系としてあつかう場合には、ランダム力学系になり、接続軌道などの議論は複雑になる可能性が

ある。このため、ミニマルモデルの外力を決定論的にかえて、大自由度力学系の解析方法の応用を試みる。

(目的 4) ミニマルモデル(空間 2 次元)の 3 次元への自然な拡張は、滑りなし壁にかこまれた正方形内の乱流になる。しかし、この場合の数値シミュレーションではチェビシェフタウ法の適用は技術的に困難になる(influence matrix が大きすぎて扱えなくなる)。このため、埋め込み境界法を適用して探査をおこなう。

#### 4. 研究成果

(目的 1) ランダム外力の 2 パラメータは、外力をくわえる空間スケールと相関時間である。相関時間は先行研究では非常に小さく設定されており、平均的な反転間隔の 1/10000 程度である。空間スケールを固定し、相関時間を 1, 2 桁増やしても反転への影響はほぼ認められなかった。

次にランダム外力の空間スケールを正方形の一辺の 1 倍、1/2 倍、1/4 倍と設定した。空間スケールを小さくするにしたがって、反転時間は大幅に増加し、1/4 倍のケースでは平均的な反転間隔は 1 倍の場合にくらべて 1000 倍程度に増加することがわかった。過度の様子をみると、外力のスケールが大きい場合には正方形の中心付近に直径が正方形一辺程度の大きな渦が居座る。この大きな渦は境界で発生した小さい渦の攪乱によって稀に破壊される。こののち逆の過度をもつ大きな渦が居座るようになる(場合によっては逆の過度にならないこともある)。この様子は反転のオーダーパラメータ(運動エネルギーで規格化した角運動量)の時間変動に良く反映されている。この一方で、外力のスケールが小さい場合は、正方形の中心付近に渦が居座る構造は同様であるが、この居座り渦の大きさは小さくなり、周辺に存在する攪乱的な渦の大きさも様々になる。結果として、小スケール外力では、過度場のダイナミクスはマルチスケールのになるとの観察が得られる。

また外力のパラメータではないが、レイノルズ数を小さくすることでオーダーパラメータが一定符号で維持される時間が小さくなり、大規模流が反転しているという描像は低レイノルズ数では成立しないことも判明した。

(目的 2) オーダーパラメータの確率分布関数を使って(目的 1)で得られた結果を整理すると、反転が生じる場合は分布関数は双峰となる。低レイノルズ数の結果では単峰に近い。この様子から反転は確率誘起転移として捉えられることが判明した。また、動粘性率が反転において大事であると結論される。

次に、反転の動力学的なモデルとして、オーダーパラメータの時間変動に注目した。オーダーパラメータは流れの非粘性保存量(速

度の自乗の空間積分であるエネルギー、角運動量)から構成される。この他に非粘性保存量は過度の自乗の積分であるエンストロフィーがある。大スケール外力の場合、これらの 3 つの非粘性保存量の時間変動をみると相関が非常に高いことがわかる。このことから 1 スケール代表量でエネルギー、エンストロフィーを代表させることで、保存量収支から代表量の確率微分方程式(SDE モデル)が得られた。この SDE モデルは数値解析によって反転に対応する解をもつことがわかった。また、オーダーパラメータに対応する量の確率分布関数も解析的に導出することが可能である。この SDE モデルの確率分布関数も単峰-双峰の変化を示し、この制御パラメータも容易に判明する。この SDE モデルによると、動粘性率と外力の空間スケールが反転時間間隔を決定していることがわかる。反転時間間隔について定量的な比較をミニマルモデル系との間で行うと良好な一致が得られた。この事項が本研究の主要な結果である。

しかし、この一致が得られるのは、大スケール外力の場合のみであった。小スケール外力の場合、定量的一致は得られない。この原因は SDE モデルの出発点である、3 つの非粘性保存量の高相関が成立していないことにある。他の言い方をすれば、小スケール外力下で実現されるマルチスケールの状態はこの 1 代表量の SDE モデルでは記述できないといういわば当然のことでもある。マルチスケールの要素を非粘性保存量収支に持ち込もうとすると、角運動量収支式の境界積分項をモデルする必要があることに気づく。これは境界で生じる攪乱的な小さい渦の生成を記述する項である。しかし、ミニマル系の数値シミュレーション結果から何らかの洞察を得て、この項をバルク量を用いてうまくモデル化することには成功していない。

(目的 3) ミニマルモデルの外力を決定論的なものに代えて、ランダム外力の場合と同様のパラメータ値で数値シミュレーションをおこなった。この結果、数値解は安定な周期解となった。この周期は非常に大きく、ランダム外力下での平均反転周期とほぼ同じ値になる。非線形解の周期は解釈がむずかしく、この一致が単に偶然のものか、意味のあるものかは判然としない。

さて、この周期解の速度場を反転したものを初期条件とすると、逆向きの周期解となることも判明した。この周期解は大規模な渦と周辺部のちいさな渦からできており、大規模な流れがゆるやかに変動する。ただし反転は生じない(角運動量の符号は一定)。この 2 つの周期解の存在から示唆されることは、レイノルズ数を大きくしたときに、この周期解が不安定化して右回りの解と左回りの解を接続する軌道が現れれば、それが反転に対応するだろうという点である。従って、レイノルズ数を大きくする数値シミュレーションを行った。この場合、周期解はカオス的になる

ものの、角運動量の符号は変化せず反転は生じなかった。さらにレイノルズ数を大きくする必要があると考えられる。

(目的 4) 埋め込み境界法(スペクトルペナルティ法)を用いて 3 次元正方形でミニマル系と同様のランダム外力をくわえた設定での数値シミュレーションを行った。実験室実験で行われている種の同定法、角運動量ベクトルの変動、流れ場の可視化にもとづいて循環流の反転が生じているか否かを検証したが、反転は観察されなかった。

以上の 4 つの目的についての結果にもとづいて本研究の結論を述べる。

2 次元ミニマル系の大規模流の反転は、外力スケールが大きい場合にはエネルギーの揺らぎによって引き起こされ、反転の時間間隔を決めるのは動粘性率と外力の長さスケールである。外力スケールが小さい場合でも反転が生じるが、この場合の反転については本研究で提案する SDE モデルが適用不可能になる。この場合に鍵となるのは、渦の多重スケール性であり、これと関係した境界での角運動量生成・散逸と考えられる。また、ミニマル系での外力を決定論的にした場合の数値シミュレーションから、反転について力学系的解析が適用可能との示唆を得た。しかし、詳細な解析は将来の課題である。最後に、2 次元ミニマル系の単純な拡張による 3 次元化では大規模流の反転は観測されなかった。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 1 件)

Kentaro Takagi、Takeshi Matsumoto, Numerical simulation of Faraday waves oscillated by two-frequency forcing, Physics of Fluids, vol.27, 2015 032108-1--21 査読有  
<http://dx.doi.org/10.1063/1.4915340>

[学会発表](計 10 件)

松本剛、2 次元閉領域内強制乱流の大規模流反転、日本物理学会第 69 回年次大会、2014 年 03 月 28 日、東海大学(神奈川県、平塚市)

松本剛、閉領域ランダム強制乱流の大規模流反転機構、2014 年日本物理学会秋季大会、2014 年 09 月 07 日、中部大学(愛知県、春日井市)

松本剛、閉領域ランダム強制乱流の大規模流反転機構 II、2015 年日本物理学会年次大会、2015 年 03 月 22 日、早稲田大学(東京都、新宿区)

松本剛、閉領域ランダム強制乱流の大規模流反転の確率的機構、2015 年日本物理学会秋季大会、2015 年 09 月 18 日、関西大学(大阪府、吹田市)

松本剛、閉領域ランダム強制乱流の大規模

流反転の確率的機構 II、2016 年日本物理学会年次大会、2016 年 03 月 22 日、東北学院大(宮城県、仙台市)

Takeshi Matsumoto, Mean-flow reversals of a two-dimensional forced flow in a square domain, RIMS International Workshop on Theoretical Aspects of Near-Wall Turbulence Studies, 2016 年 06 月 26 日、関西セミナーハウス(京都府、京都市)

Takeshi Matsumoto, Time interval between mean-flow reversals in a two-dimensional randomly forced flow in a square domain, 24th International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, 2016 年 08 月 22 日、Palais des Congres (Montreal, Canada)

Takeshi Matsumoto, Modeling of the reversal of large-scale flow in randomly forced 2D turbulence in a square domain, Nara workshop on nonlinear dynamics, 2016 年 12 月 08 日、奈良女子大学(奈良県、奈良市)

Takeshi Matsumoto, Modeling of the reversal of large-scale flow in randomly forced 2D turbulence in a square domain, Seminar at Laboratoire Dieudone, 2017 年 02 月 17 日、Universite de Nice (Nice, France)

Takeshi Matsumoto, Reversal of a large-scale flow in a randomly forced 2D turbulence in a square domain, Seminar at fluid dynamics unit, 2017 年 03 月 27 日、Okinawa Institute of Science and Technology (沖縄県、恩納村)

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松本 剛 (MATSUMOTO, Takeshi)  
京都大学・大学院理学研究科・助教  
研究者番号 20346076

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

(4) 研究協力者