

平成 30 年 6 月 16 日現在

機関番号：82118

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25400423

研究課題名(和文) 弱値及び弱測定の基盤整備とその応用

研究課題名(英文) The Weak Value and the Weak Measurement: their Foundation and Application

研究代表者

筒井 泉 (TSUTSUI, Izumi)

大学共同利用機関法人高エネルギー加速器研究機構・素粒子原子核研究所・准教授

研究者番号：10262106

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、近年、提案されている量子力学の新しい物理量である「弱値」が、局所的な実在性を持ち得る量と見なせることを、量子力学を特徴づける粒子と波動の2重性(相補性)の観点から示すことに成功した。また、この弱値が満たす新たな不確定性関係を導き、それが従来のハイゼンベルクの不確定性関係の一般化に対応することを示した。さらに、弱値を測定する「弱測定」を用いて精密測定を行った場合の有効性を吟味する具体的な理論的枠組を提示し、これを用いて従来から知られた精密測定への応用例(光の量子ホール効果の検出実験を含む)の有効性を厳密に検証した。

研究成果の概要(英文)：In the present research, we have succeeded to show that the Weak Value, which has been intensively studied in recent years as a novel physical quantity in quantum mechanics, may be regarded as a local realistic quantity in the typical quantum mechanical particle-wave duality viewpoint. We also derived a new uncertainty relation for the Weak Value, which includes the standard Heisenberg uncertainty relation as a special case. In addition, we have also provided a theoretical model allowing us to examine the validity of precision measurement by using the Weak Measurement, which is a method to obtain the Weak Value by means of conditional quantum measurement. With this, we analyzed some well-known examples of such precision measurement (including the detection of the quantum Hall effect of light) and proved their validity on a firm basis.

研究分野：量子測定理論、量子基礎論

キーワード：弱値 弱測定 不確定性関係 相補性 精密測定

1. 研究開始当初の背景

「弱値 (Weak Value)」は、1988年に Aharonov らが提案した新しい量子力学の物理量であり、表式

$$A_w = \frac{\langle \phi | A | \psi \rangle}{\langle \phi | \psi \rangle}$$

によって定義される量 (ここで  $\phi$ 、 $\psi$  は測定者が指定する物理系の始状態及び終状態であり、それぞれ事前選択状態、事後選択状態と呼ばれる) であるが、量子物理学の基礎と応用の両面から、近年、大きな注目を集めるようになっていた。その理由に、(1) 量子力学の基礎への新知見、及び (2) 量子精密測定の実現という2つの観点があった。

このうち、(1) について述べると、物理量の概念の拡張としての弱値は、従来の量子力学における非局所性や非実在性などに関するパラドックスに新しい解釈の可能性をもたらすことが期待され、特に、任意の複数の物理量が同時に存在するとする解釈が可能となるため、反事実的想定に基づく議論も可能となり、量子の世界像のより深い理解につながると考えられた。

また (2) については、弱値は一般に複素値を取り、通常量子物理量の限定 (実数固有値) から自由であることから、この自由度を利用して (具体的には状態  $\phi$ 、 $\psi$  を適当に選ぶことにより)、原理的には従来の量子測定では精度限界以下の微小な物理量の測定を可能にすることができる。実際、光のスピンホール効果の検出やビーム回折の増幅の精密測定などに応用され、さらなる応用先の拡大が期待されていた。

これらをまとめると、量子力学における標準的な物理量が、不確定性関係や相補性により制限された実在性しか持ち得ないのに対して、一定の条件の下で弱く測定する「弱測定」の方法を用いることで、より根源的な物理量を得られるのではと期待され、さらにそれが精密測定にも応用出来る可能性が示唆されたことが、本研究の開始当初の世界的な研究状況であった。

その一方で、「弱値」概念の量子力学における基礎的な位置づけが曖昧であり、また「弱測定」の有効性を検証する確実な方法が存在しないという問題があり、それゆえ、精密測定に応用する際の指針 (どのような場合に、弱測定としての精密測定が有効であるか) が明確ではなかった。

2. 研究の目的

本研究は、以上で述べたの弱値及び弱測定に関する概念的に不明瞭な点を解消し、量子力学におけるそれらの位置づけを明確にすることを第1の目的とした。

加えて、弱測定を精密測定に応用した際の実効性を検証する理論的枠組を整備し、これを用いて具体的な応用研究への指針を定めることを第2の研究目的とした。

3. 研究の方法

研究代表者の筒井を中心に、量子過程と弱値の理論的基盤の整備、弱測定的一般理論の構築の2つを研究の柱として、研究室の院生の協力を得て実施した。

また、弱値の局所実在性に関する概念的考察については、インドやイスラエルなど外国の実績ある専門家との交流を通して、より専門的な助言を得て行った。

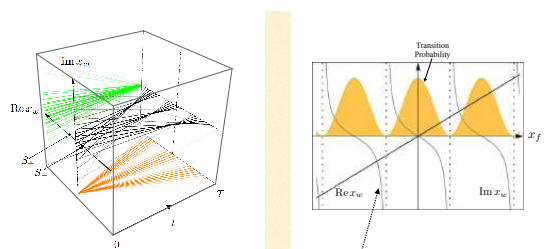
4. 研究成果

まず全期間にわたる研究成果を要約すると、(1) 「弱値」が局所的な実在性を持ち得る量と見なせることを、量子力学を特徴づける粒子と波動の2重性 (相補性) の観点から示すことに成功したことが1つ。(2) この弱値が満たす新たな不確定性関係を導き、それが従来のハイゼンベルクの不確定性関係の一般化に対応することを示したことが2つ目の成果。加えて、(3) 弱値が数学での擬確率の下での物理量の期待値に対応するものであり、これを量子力学の中で条件つき量子測定理論として厳密に基礎づけることに成功したことが第3点。さらに (4) 「弱測定」を用いて精密測定を行った場合の有効性を吟味する具体的な理論的枠組を提示し、これを用いて従来から知られた精密測定への応用例

(光の量子ホール効果の検出実験を含む) の有効性を厳密に検証したことが4つ目の成果である。以下、これらについて詳しく述べることにする。

(1) 弱値から見た粒子と波動の2重性 (相補性) : 新しい量子物理量である弱値は、交換しない複数の物理量に対しても確定した値を持ち得ることから、相補性といった量子力学の根幹的性質のより深い理解に繋がるものと期待された。この観点から、申請者は弱値の物理的意味を調べ、弱値の虚数部分は一般に量子干渉の指標を与えるものであることを発見した。また弱値の実数部分は確率的な要素を付与した実在量として考え得ることを示し、弱値が粒子性と波動性の両者を統一的に表現する物理量として解釈できる可能性を示した。

その端的な例として、2重スリットを通した物質粒子 (例えば電子) ビームのスクリーン上の干渉実験を、弱値の観点から理論的に分析した。その結果を図示すると：



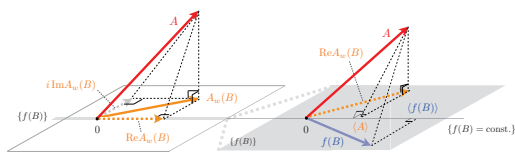
上図のように、粒子の位置は弱値として見ると2つのスリット上では実数部分は中央に

り、その虚数部分はゼロを中心に分布する（左図）。それが粒子の観測されるスクリーン上では虚数部分がゼロとなり、実数部分には強弱が現れて干渉縞を作る（右図）という描像である。

(2) 弱値に基づく新たな不確定性関係の導出: 量子力学における標準的な物理量は可観測量の固有値（物理量演算子が有界作用素の場合は離散的な限定された実数の組）に限定されるが、弱値はこの限定から自由であり、一般に任意の複素数を取り得る（「異常値」の可能性）。しかしながら、このような弱値にも固有の不確定性関係

$$\|A - \text{Re}A_w(B)\| \cdot \|B - \langle B \rangle\| \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle|$$

が成立することを示し、かつそれが従来の（Heisenberg 型の）測定値の揺らぎに関する不確定性関係と、時間とエネルギーの測定誤差に関する不確定性関係の両者を含む一般的なものであり、量子推定を含めた種々の不確定性を扱うのに有用なものであることを明らかにした。これは下の図のような量子状態の空間内の幾何学的な構造から導かれる美しい関係式である。



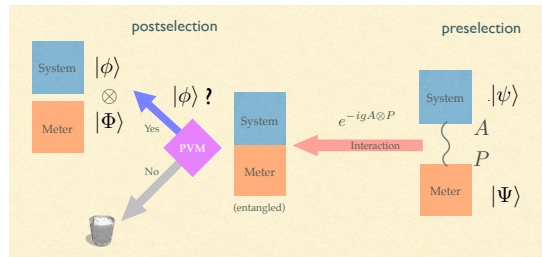
加えて、擬確率の量子力学における意義の明確化と実在論モデルの分類を行った。弱値の基盤には擬確率という通常確率概念を一般化したものが対応するが、この擬確率が量子状態の（古典的な観点からの）性質を記述する上で便利な概念であり、一方でボームの隠れた変数モデルのような量子力学の実在論を分類する上でも有効であることを示した。

(3) 擬確率としての弱値の定式化と対応する量子測定理論の構築: 弱値を測定する過程である弱測定は、一般には事前測定に加えて事後測定を行うタイプの量子測定の特別な場合に相当する。この事後測定を行う条件付き測定量子測定理論を、数学的に厳密な形で構成することに成功した。さらに、その中では自然な概念として擬確率が定義され、その確率的期待値として弱値が得られることを明らかにした。さらに、この擬確率の下で量子・古典対応の問題や、量子推定論への新たな視点を獲得するための種々の情報理論的な考察を行い、弱測定量子推定に関する新しい指標を得た。

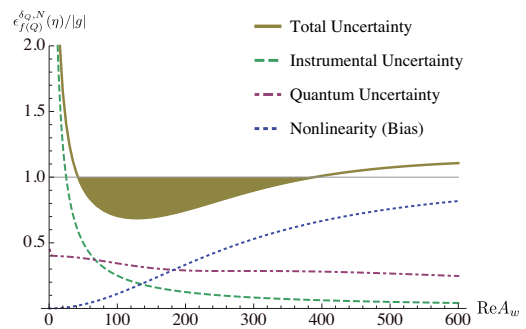
その一方で、近年、大きな論争に発展している弱値の物理量としての実在性と時間発展との関係について、詳細な検討を行った。これは量子論的に混合状態にある場合の弱値の物理的解釈の必要性和、弱測定における状態の時間に関する順行、逆行の解釈を用いる場

合に派生する疑問点であるが、論争の中心にある Vaidman 氏との共同研究を通して、問題の所在を明確にし、今後の課題としてその解決の方法を提議した。加えて、弱値概念の提案時に Aharonov らが援用した量子力学の時間対称形式を再検討し、通常用いられる標準的な非対称形式での Born 則に対応する対称形式での ABL 則は、条件つき測定において強測定極限で得られるものであり、逆に弱値の基礎にある擬確率は弱測定極限で得られるものであることを明確にした。この結果は、従来より不明瞭であった弱測定と ABL 則との関係を確立する上で、重要な結果となった。

(4) 弱測定を精密測定に応用するための理論的整備: 前述のように、弱値の増幅を弱測定（における事前、事後選択）を通して達成し、これを利用して物理量の精密測定に応用することが期待されている（下図）。



しかしながら、この増幅が状態選択による一部のデータの棄却によって達成されることから、情報量の観点からその有効性への疑問が提出されていた。そこで、新たな国際標準となっている「測定の不確かさ」の概念に含まれる本質的に統計処理の出来ない要因を考慮に入れることで、確かに弱測定は精密測定に有効な場合があることを示し、その分析モデルを構築した。具体的には、系統的な（測定装置による）測定誤差を指定した上で、（量子的な）統計誤差と（非線形効果など理論的な）近似誤差を考慮に入れた上で、弱値の増幅の大きさとこれらの誤差との間に成立するトレードオフの関係を調べるものであるが、典型的には以下の図のような状況が生じることが判明した。



この図から、弱値（の実数部分）をそれ以上増幅すると、誤差評価の上からは有意な測定とは言えなくなる上限値が存在することがわかる。この分析方法を用いて、従来より弱値

増幅による精密測定成功例として良く知られた光の量子ホール効果の検証実験と、Sagnac 干渉計を用いた光ビームの微小角のずれの検出実験を、誤差と増幅のトレードオフ関係から評価し、両者の有効性を確認することができた。さらにこのモデルの中で、一般に弱値増幅の方法が有効である条件を提示することで、今後の弱測定精密測定（例えば重力波測定実験など）への応用を考察する上での有用な理論的基盤を提供した。

#### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 8 件）全部査読有

- ① J. Lee, I. Tsutsui, “A General Framework of Quasi-probabilities and the Statistical Behaviour of Non-commuting Quantum Observables”, to appear in ‘Reality and Measurement in Algebraic Quantum Theory’ (Eds. J. Butterfield et al.), Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, (2018).
- ② J. Lee, I. Tsutsui, “Quasi-probabilities in Conditioned Quantum Measurement and a Geometric/Statistical Interpretation of Aharonov’s Weak Value”, Prog. Theor. Exp. Phys., (2017) 052A01.
- ③ K. Fukuda, J. Lee, I. Tsutsui, “Weak Value, Quasiprobability and Bohmian Mechanics”, Found. Phys., 47 (2017) 236–255.
- ④ J. Lee, I. Tsutsui, “Uncertainty Relations for Approximation and Estimation”, Phys. Lett. A380 (2016) 2045-2048.
- ⑤ T. Mori, I. Tsutsui, “Quantum Trajectories based on the Weak Value”, Prog. Theor. Exp. Phys., (2015) 043A01.
- ⑥ T. Mori, I. Tsutsui, “Weak Value and the Wave-Particle Duality”, Quantum Stud.: Math. Found., 2 (2015) 371–378.
- ⑦ J. Lee, I. Tsutsui, “Merit of amplification by weak measurement in view of measurement uncertainty”, Quantum Stud.: Math. Found., 1 (2014) 65-78.
- ⑧ T. Morita, T. Sasaki, I. Tsutsui, “Complex Probability Measure and Aharonov’s Weak Value”, (2013) 053A02.

〔学会発表〕（計 6 件）以下招待講演のみ：発表者は全て筒井 泉（研究代表者）

- ① 「弱値と量子測定：ABL 規則の解釈と混合状態における弱値」、研究会「量子測定の物理と情報通信」、東北大学、仙台市、2018 年 3 月 7 日。
- ② 「弱測定から見えてくる物理」、日本物理学会 2016 年秋季大会・領域 1, 領域 11 合同シ

ンポジウム、金沢大学、金沢市、2016 年 9 月 14 日。

③ 「弱値と擬確率の物理について」、第 34 回量子情報技術研究会、高知工科大学、高知市、2016 年 5 月 30 日。

④ “Basics of the Weak Value and the Weak Measurement”, International Workshop on Weak Value and Weak Measurement, Tokyo Inst. Tech., Tokyo, 19 March 2015.

⑤ “Foundations of the Weak Value Revisited: its Reality, Interpretation and Probability”, Nagoya Winter Workshop on Quantum Information, Measurement, and Foundations, Nagoya Univ., Nagoya, 11 March 2015.

⑥ 「物理量の実在性と弱値」、KEK・総研大研究会「量子論の諸問題と今後の発展(QMKEK5)、高エネルギー加速器研究機構、つくば市、2014 年 3 月 10 日。

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

筒井 泉 (TSUTSUI, Izumi)

高エネルギー加速器研究機構・素粒子原子核研究所・准教授

研究者番号：10262106