

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 4 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400462

研究課題名(和文)地球流体渦のクラスタリングと負温度性：準地衡風点渦系の統計力学

研究課題名(英文)Clustering and negative temperature state of vortices in geophysical flow:
Statistical mechanics of quasi-geostrophic point vortices

研究代表者

宮崎 武(Miyazaki, Takeshi)

電気通信大学・情報理工学(系)研究科・教授

研究者番号：50142097

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：周期境界条件下における準地衡風点渦系の統計力学を大規模数値計算と最大エントロピー理論に基づいて調べた。大規模な直接数値計算を分子動力学専用計算機で実行した。その結果、同符号渦の合体・一本化が見られ、平衡状態では2次元的な渦対構造が形成された。この数値計算結果を解釈するために、古典統計力学(最大エントロピー理論)に基づいて平均場方程式を導出し、その2次元・3次元解を導出した。数値計算で現れた平衡状態は2次元的な渦対構造を持つsn-sn2重極解に対応することが分かった。また、他の解に比べ、sn-sn2重極解のエントロピーが最も高く、平衡状態として最も相応しい構造であることが裏付けられた。

研究成果の概要(英文)：The statistical mechanics of quasi-geostrophic vortices is investigated numerically and theoretically. Direct numerical simulations of a point vortex system of mixed sign under periodic boundary conditions are performed using a fast special-purpose computer for molecular dynamics. Clustering of point vortices of like sign is observed and a columnar dipole structure appears as an equilibrium state. These numerical results are explained from the viewpoint of the classical statistical mechanics. A three-dimensional mean field equation is derived based on the maximum entropy theory. The numerically obtained end states are shown to be the 2D sn-sn dipole solutions of the mean field equation. We present other branches of 2D and 3D solution of the mean field equation, whose entropy is smaller than that of the two-dimensional sn-sn dipole branch. These findings explain the reason why only the two-dimensional sn-sn dipole states are found in the numerical simulations of point vortices.

研究分野：流体物理学

キーワード：地球流体運動 秩序渦構造 統計力学 準地衡風近似 最大エントロピー理論 負温度状態

1. 研究開始当初の背景

地球流体現象ではコリオリ力と安定密度成層の効果で秩序渦構造が形成されて、その相互作用が乱流場の動力学を支配する。これまでは、地球流体を2次元渦系で近似して、その統計力学が調べられてきた。しかし、実際の地球流体では各水平面上で異なる流速場が形成され、渦構造に3次元性が認められる。高次近似である準地衡風近似に基づいて、3次元秩序渦系の統計力学を調べ、地球流体乱流場の特徴を解明する必要がある。

2. 研究の目的

地球流体現象に現れる3次元渦構造の相互作用を f -平面一様密度勾配の準地衡風近似に基づいて解析し、その統計力学的性質を調べる。異符号渦の混在する乱流場でも、高エネルギー（負温度）領域では同符号渦のクラスタリングが起きる。分子動力学専用計算機 (GRAPE-9) による大規模数値計算の結果と最大エントロピー理論に基づいて導出される平均場方程式の平衡解を比較することで、平衡渦分布のエネルギー依存性を調べる。特に周期境界条件など、様々な有限領域内における平衡解の分岐現象に注目して、その詳細を解明する。また、エネルギー散逸項と外力強制項を渦力学系に取り込む「punctuated Hamiltonian力学系」を構築し、散逸乱流場の統計性、特にエネルギーの逆カスケードとエントロピーの順カスケードを再現し、そのメカニズムを解明する。これらの知見により、地球流体運動における乱流場の特徴を明確にできる。

3. 研究の方法

(1) Hamilton 渦力学系の大規模数値計算：分子動力学専用計算機 (GRAPE-9) を購入して、3方向周期境界条件のもとに正負異符号の点渦系の大規模数値計算を実行する。保存量である鉛直渦度分布とエネルギー値を変化させて、平衡状態に対する影響を確認する。

(2) 統計力学理論の展開：準地衡風近似のもとで最大エントロピー理論を構築し、平衡状態が従う平均場方程式を導出し、その解を数値的な反復法で求める。保存量である鉛直渦度分布とエネルギーの制約のもとで、Lagrange の未定乗数法に基づいて Shannon エントロピーを極大化する。

(3) スペクトル法による準地衡風乱流計算：スペクトル法に基づく準地衡風乱流数値計算（減衰乱流場）を実行する準備（コードの並列化）を整え、 $1024 \times 1024 \times 1024$ の乱流計算を実行する。東北大学流体科学研究所との共同研究体制を組み、当該研究所の計算機上で本計算を行う。

(4) 過渡的渦構造の統計性：点渦系と連続

系に現れる渦構造の統計性を DBSCAN 法に基づいてクラスター解析し、その時間発展の統計性を比較する。

4. 研究成果

(1) Hamilton 渦力学系の大規模数値計算：分子動力学専用計算機 (GRAPE-9) を購入して、3方向周期境界条件のもとに正負異符号の点渦系の大規模数値計算（点渦数 16,000）を実行した。鉛直渦度分布が一樣で、中立（正負渦数が同一）な場合のエネルギー依存性を重点的に調べた。同符号点渦のクラスタリングが観察され、巨視的な秩序渦構造が形成された。高エネルギー領域の平衡状態は鉛直方向に一樣な2次元構造を持ち、最大エントロピー理論の予想する sn-sn dipole 状態（図1）に対応することが確認された。

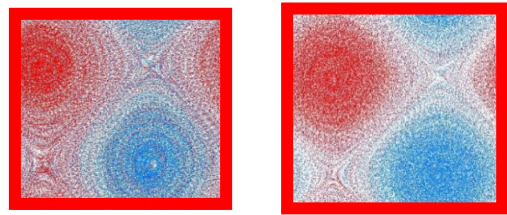


図1 点渦系の平衡渦度分布 (xy断面)
A: $E=4.6 \times 10^{-3}$ B: $E=8.0 \times 10^{-3}$

(2) 統計力学理論の展開：準地衡風近似のもとで最大エントロピー理論を構築し、平衡状態が従う平均場方程式を導出した。この平均場方程式は2次元点渦系に対して導出された sinh-Poisson 方程式の拡張になっており、2次元平衡解に加えて3次元の平衡解を有する。各種の解を Turkington-Whitaker の反復法を改良した手法で求めて、そのエネルギー依存性を解明した。(1)で得た点渦系の平衡状態(sn-sn dipole)は他の解に比べてより大きなエントロピーを持つことが確認された(図2)。点渦系ばかりでなく、渦領域モデルにおける最大エントロピー理論の定式化も進めることができた。低エネルギー領域で両者の予測は一致するが、高エネルギー領域では、点渦系はより強い渦度の集中を予測する。スペクトル法による乱流計算に現れる渦構造は後者の予測によりよく一致することがわかった。

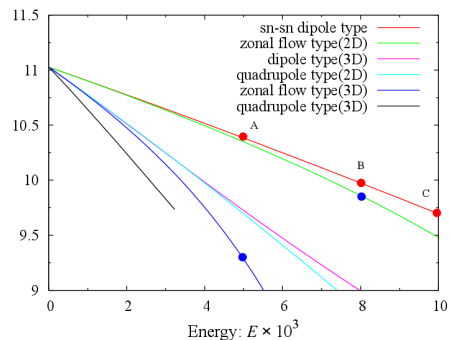


図2 最大エントロピー解の分岐図

また、周期境界のアスペクト比が平衡解に及ぼす影響を調べた。水平方向のアスペクト比を1からずらすと、低エネルギー領域では zonal 流解のエントロピーが sn-sn dipole 解のエントロピーを上回るが、高エネルギー領域では常に sn-sn dipole 解が最大エントロピー状態となった。

(3) スペクトル法による準地衡風乱流計算：東北大流体科学研究所の協力を得て、スペクトル法に基づく準地衡風乱流数値計算（減衰乱流場 $1024 \times 1024 \times 1024$ ）を実行し、その時間発展を得た。エネルギー散逸が落ち着いた時間帯での渦分布は渦領域モデルの基づく最大エントロピー状態と良く一致することが確認された。

(4) 過渡的渦構造の統計性：点渦系と連続系に現れる渦構造の時間発展の統計性を DBSCAN 法に基づいてクラスター解析した。点渦系のクラスター数は時間の-1乗で減少し、そのアスペクト比は単調に増加した（図3）。一方、連続系の渦構造は時間の-1.2乗で減少し、アスペクト比は一定値を保つ時間帯と急速に増加する時間帯に分かれた。両者の差は水平面内における渦構造の合体の有無に起因し、散逸を伴う連続系では時間発展の初期に合体が活発であることが分かった。

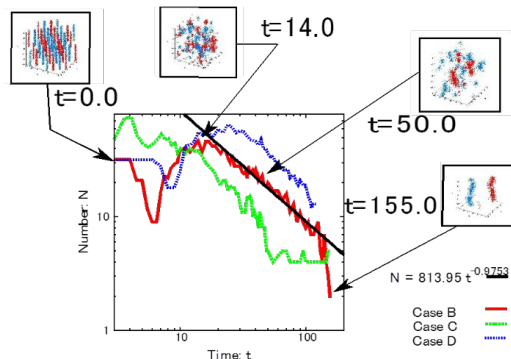


図3 点渦系の時間発展

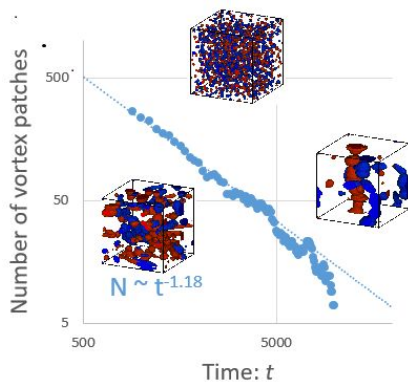


図4 連続系の時間発展

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 3 件)

T. Miyazaki, Y. Shimoda, K. Saga: Statistical Mechanics of Quasi-geostrophic Vortices, Proceedings of International Conference on Mathematical Fluid Dynamics, Present and Future, in press (2016)

T. Miyazaki, H. Miyamoto, S. Funakoshi, S. Taguchi: Maximum and extremum entropy states on quasi-geostrophic point vortices, J. Physics, in press (2016)

Y. Yamada, T. Okabe, T. Miyazaki, H. Sakaue: Temperature Cancellation Method of Motion-Capturing PSP System, Proc. 30th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, 2942 (2014)

〔学会発表〕(計 5 件)

M. Ishihara, N. Takahashi, T. Miyazaki, N. Hatakeyama, Y. Hattori: Vortex dynamics of the high energy (negative temperature) state in quasi-geostrophic turbulence, Fifteenth International Symposium on Advanced Fluid Information, Sendai International Center, (2015)

石原雅也, 嵯峨圭晟, 今野優哉, 宮寄武: 準地衡風渦系の統計力学 - 直接数値計算と渦領域モデルの比較 -, 日本流体力学学会年会 2015, 東工大, (2015)

T. Miyazaki, Y. Shimoda, Y. Konno: Clustering and entropy growth of quasi-geostrophic point vortices under periodic boundary conditions, Japan-Russia Workshop on Supercomputer Modeling, Instability and Turbulence in Fluid Dynamics (invited), Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, (2015)

T. Miyazaki: Statistical Mechanics of Quasi-geostrophic Vortices, CREST-SBN international Conference (invited), Waseda Univ., Tokyo, (2014)

M. Ishihara, N. Takahashi, T. Miyazaki, N. Hatakeyama, Y. Hattori: Vortex dynamics of the high energy (negative temperature) state in quasi-geostrophic turbulence, Proc. 11th International Symposium on Advanced Fluid Information, Sendai International Center, (2014)

〔図書〕(計 2 件)

高橋直也: 並列計算技術の数値流体力学への応用, 理化学研究所 RICC 利用報告, (2016)

高橋直也, 服部裕司, 畠山望, 宮寄武: 翼端渦の大規模変形が崩壊過程へ及ぼす影響について, 東北大共同利用・共同研究拠点「流体科学研究拠点」活動報告書, 33-34, (2014)

〔産業財産権〕

出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮崎 武 (MIYAZAKI, Takeshi)
電気通信大学・大学院情報理工学研究科・
教授
研究者番号：5 0 1 4 2 0 9 7

(2) 研究分担者

高橋 直也 (TAKAHASHI, Naoya)
東京電機大学・工学部・教授
研究者番号：4 0 3 1 3 4 2 3

(3) 連携研究者

()

研究者番号：