

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 31 日現在

機関番号：33910

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25420455

研究課題名(和文) イdealに基づくテイラー展開を利用したサンプル値制御系設計の新展開

研究課題名(英文) New development of design of sampled-data control systems using Taylor expansion based on algebraic ideal

研究代表者

十河 拓也 (SOGO, Takuya)

中部大学・工学部・教授

研究者番号：40273487

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：サンプル値伝達関数の係数のテイラー展開係数に成り立つ法則を数学的に証明し、展開係数の数式計算を効率良く行うアルゴリズムを開発した。

得られたテイラー展開式を利用したサンプル値系伝達関数の同定からの連続時間伝達関数の同定または、もとの連続時間系との関係式を有機的に活用したサンプル値系のオンライン同定法を開発した。勾配法を基礎とする最小化アルゴリズムによるシミュレーション実験によって開発した同定法の有効性が確認できた。

研究成果の概要(英文)：It is proved that there exists a regular property for the Taylor expansion of the coefficients in the transfer function of sampled-data systems. An efficient algorithm to calculate the expansion is developed.

The proved regular property is successfully applied to developing an identification method for continuous-time models from the sampled-data models or the sampled-data input-output data.

研究分野：制御工学

キーワード：デジタル制御 サンプル値系 フィードフォワード制御

1. 研究開始当初の背景

近年、幅広い応用分野における制御系として、デジタル制御系が用いられるのが一般的である。さらに制御対象が微分方程式によってモデル化される(連続時間系)場合については、大部分が0次ホールドとサンプラを導入したサンプル値系(離散時間系)に置き換えて実装されている。しかしながら、もとの連続時間系と置き換えられた離散時間系の間には、伝達関数の分母側(極)に単純で扱いやすい対応関係があるが、分子側(零点)にはそのような関係が無く、さらに悪いことに離散時間系にはほとんどの場合に不安定な零点が生じてしまう問題点があることが知られている。例えば、多くの応用分野をもつ単純なモータの伝達関数 $1/s(s+1)$ のような場合でさえ、導かれる離散時間系は $0.0048(z+0.967)/(z-1)(z-0.9048)$ (サンプル周期 0.1) となり、極については2つがそれぞれ $0 \exp(0 \times 0.1)=1$ および $-1 \exp(-1 \times 0.1) = 0.9048$ と対応する一方、零点は個数さえ対応せず、離散化によって安定限界に近い零点(-0.967)が新たに生じてしまう。この零点を極によって相殺するフィードフォワード制御を適用しようとする大きな持続振動(リングング)現象が発生し安定的に運用できない。このように、もとの連続時間系をアナログ制御器のみで制御するならば問題にならなかった零点の問題が、デジタル制御器の導入によって新たに生じてしまう。デジタル制御器はアナログ制御器に比べて、調整・保守、実装コスト、制御アルゴリズム変更の容易さなどの様々な面で圧倒的に優れていることから広く使われるようになっていながらも関わらず、伝達関数の分子側の対応関係の不在からアナログ制御器のみを用いていた時代に比べて理論的裏付けの乏しい場当たり的な設計が行われていることも少なくなかった。

研究代表者はこのような状況を解決するため、一般には閉じた式では表されないサンプル値系の零点をサンプル周期に関するテイラー展開で表すことによってその配置を推定し、制御系設計に利用する研究を行ってきた。その成果として、それまで一部のみが知られていたテイラー展開を代数的に(微分を行うことなく)計算する一般式を導くことができた。これによりDCモータを含む2次系にフィルタを直列結合し、そのパラメータを調整して近似的にサンプル零点を望ましい位置へ再配置することで安定なフィードフォワード系を設計することに成功していた。

2. 研究の目的

前節で述べたような研究を通じて、サンプル値系の伝達関数には、零点よりもむしろ係数そのもののテイラー展開に非常に規則的な性質があり、零点の展開式の規則性は実はそこから発現していることが見えてきた。例

えば、相対次数2の連続時間系から導かれるサンプル値系 $H(z)$ の4つの分子係数のテイラー展開は²以上の項からなり各^kの係数は連続時間系の分母・分子係数の2次以下の多項式によって表すことができる。分母係数についても連続時間系の分母係数のみの多項式によって表すことができることも利用すれば、サンプル値系の8つの係数を同定することでテイラー展開の高次項を無視した多項式より連続時間系の6つの係数を直接的に同定することができる。また逆に、その多項式を拘束条件としてサンプルデータからオンライン同定を行えば、サンプル値系の8つの係数を自由パラメータとして扱う場合よりも同定の精度と収束の速さを向上させることができると予想される。さらに、テイラー展開式が簡単な多項式で表現されて、そのような同定法を導けるのは上の相対次数2の例に限られず一般の場合にも成り立つことがわかっている。この法則性は、予備的な研究によるとテイラー展開係数が連続時間系の係数のイデアルに属しているという代数的性質から導かれると予想しており、一般のサンプル値系について同様に成り立つとみられる。もしそうならば、数式処理ソフトウェアの一部として近年提供されているイデアル計算を行うパッケージ(グレースナー基底パッケージ)を援用してすべてのサンプル値系について具体的なテイラー展開係数の式を効率的に求めることができる。そこで、研究代表者はつぎのことを目的として本研究計画を立案した：(1) 理論的研究によってイデアル構造を明らかにするとともに、数式処理ソフトウェアを援用して具体的な展開式をあらゆる次数の連続時間系について求めることを試みる、(2) その具体式を利用して従来の離散時間系のオフラインおよびオンライン同定法や適応制御系設計法を、連続時間系の構造を有機的に利用したサンプル値制御系の統一的な同定法・設計法へ高度化する。

3. 研究の方法

まず、低次の具体的な連続時間系伝達関数につき、対応するサンプル値伝達関数の係数のテイラー展開式を代数演算によって(微分を用いずに)計算してみた。サンプル値伝達関数の指数関数の展開式はすべて連続時間系の係数の多項式で割り切れる、つまりこの多項式の生成するイデアルに含まれていると予想しており、予想が正しければグレースナー基底理論に基づいた記号計算アルゴリズムを適用できる。そこで、予算で導入する計算機および数式処理ソフトウェアを用い、この記号計算の実験をさまざまな伝達関数の例について集中的に行ってみた。その記号計算実験の手順は、つぎの3つに分けられる：(1)連続時間系の係数の関係式と展開係数の式を準備する(2)Buchbergerアルゴリズムにより連続時間系の係数からグレース

ナー基底を計算する(3)そのグレース基底をもとに割り算アルゴリズムによって展開係数の式から連続時間系の係数による表現を求める。このうち(1)は自動化できるが、(2)は項順序の選び方によって結果が大きく異なり、それによって(3)の計算に掛かる計算量が大きく異なることから、結果を見極めながらの試行錯誤が不可欠である。効率的に研究をすすめるため複数台の計算機システムを導入し、実験補助のため指導中の大学院生に協力を要請した。

つぎに記号計算実験と理論的研究を引き続きすすめるとともに、得られたテイラー展開式を利用したサンプル値系伝達関数の同定からの連続時間伝達関数の同定または、もとの連続時間系との関係式を有機的に活用したサンプル値系のオンライン同定法の研究を進めていく。その具体的な対象例としてDCモータのサンプル値制御系を取り上げて実験的検証も行う。研究代表者はこれまでの研究で、不安定零点の問題があったDCモータの0次ホールドによるサンプル値系について、自由パラメータをもつフィルタを直列結合することで零点を再配置できることを示し、極零相殺を行うフィードフォワード制御実験に成功していたが、この応用例についてサンプル値伝達関数の係数のテイラー展開式にもとづいてサンプルデータからDCモータおよび駆動する機械系のパラメータを同定するアルゴリズムの開発を試みる。この際、テイラー展開式の何次項までを利用すべきか、数値シミュレーションおよび実験による検証を行っていく。その結果に基づいて、オンラインでのパラメータ同定および適応制御アルゴリズムの開発への発展について検討していく。一方、記号計算実験には当初、数式処理ソフトウェアに含まれる汎用のグレース基底関連パッケージツールをそのまま利用する予定だが、高次の例題の計算に取り掛かるとその汎用ツールをそのまま利用するのは非効率であることも考えられる。その場合は、この研究課題にあわせて計算アルゴリズムを改良・調整し、サブルーチン(関数)として実装し利用する。

4. 研究成果

サンプル値伝達関数の係数のテイラー展開係数が、もとの連続時間系の伝達関数係数のイデアルに属しているという予想が正しければグレース基底理論に基づいた記号計算アルゴリズムを適用できる。そこで、予算で導入する計算機および数式処理ソフトウェアを用い、さまざまな伝達関数の例について具体的にテイラー展開係数の記号計算を集中的に行ってみた。その記号計算実験の手順は、つぎの3つに分けられる：(1)連続時間系の係数の関係式と展開係数の式を準備する(2)連続時間系の係数からグレース基底を計算する(3)割り算アルゴリズムによって展開係数の表現を求める。この

うち(1)は自動化できるが、(2)は項順序の選び方によって結果が大きく異なり、それによって(3)の計算に掛かる計算量が大きく異なることから、結果を見極めながらの試行錯誤を行った。効率的に研究をすすめるため複数台の計算機システムを導入し、実験補助のため指導中の大学院生に協力してもらった。その結果、多くの例で展開係数が予想の形に表されることが判明し、イデアルの存在についての予想の信憑性が強まった。このことからこの予想が一般に成り立つことを証明する理論的研究もすすめ、証明を完成することができた。そして、サンプル値伝達関数の係数のテイラー展開係数に成り立つ法則を整理して出来るだけ簡単な表現方法で表すことに成功した。この結果は、テイラー展開係数の数式計算を効率良く行うアルゴリズム開発という成果につながった。

得られたテイラー展開式を利用したサンプル値系伝達関数の同定からの連続時間伝達関数の同定または、もとの連続時間系との関係式を有機的に活用したサンプル値系のオンライン同定法の研究を進めた。研究代表者はこれまでの研究で、不安定零点の問題があったDCモータの0次ホールドによるサンプル値系について、自由パラメータ(p,q)をもつフィルタ $C(s) = (s-q)/(s-p)$ を直列結合することで零点を再配置できることを示し、極零相殺を行うフィードフォワード制御実験に成功していたが、この応用例についてサンプル値伝達関数の係数のテイラー展開式にもとづいてサンプルデータからDCモータおよび駆動する機械系のパラメータを同定するアルゴリズムの研究を行った。具体的には、テイラー展開を適切な近似度の次数で打ち切った代数方程式を準備しておき、サンプル値系の入出力データについて最適なパルス伝達関数になるようなもとの連続時間伝達関数の係数を同定するアルゴリズムの研究を行った。その最適化問題は上記の代数方程式から作られる評価関数の最小化問題と定式化されることから、勾配法を基礎とする最小化アルゴリズムを開発し、シミュレーション実験によって有効性を確認した。

さらに、間接法つまりサンプル値系の入出力データからまずパルス伝達関数を同定し、そこから対応する連続時間伝達関数を求める間接法について検討した。とくにパルス伝達関数から連続時間伝達関数を求める問題の計算法として、上記のテイラー展開から得られる代数方程式にニュートン法等の繰り返し法を適用する方法を提案し、数値シミュレーションによって有効性を確認した。この問題の数値解法として従来、行列指数関数の計算問題に帰着させて解く方法が提案され、主要な計算ソフトウェアに実装されていた。本研究の成果として提案した方法は、行列指数関数を扱うよりはるかに単純な代数方程式を実数計算のみで解くアプローチであり、アルゴリズムの簡便さにおいて優れている。

5. 主な発表論文等
(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計5件)

十河拓也・宇津野利仁, 2016, 離散時間モデルからの連続時間モデルの計算法について, 計測自動制御学会 第3回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 南山大学, 愛知県・名古屋市, 2016年3月8日

十河拓也・宇津野利仁, 2015, サンプル値系入出力データからの連続時間系モデルパラメータの同定法, 第58回自動制御連合講演会, 神戸大学, 兵庫県・神戸市, 2015年11月15日

Takuya Sogo and Toshihito Utsuno, 2015, Simple algebraic structure of Taylor expansion of sampled-data systems, The 10th Asian Control Conference, Kota Kinabalu, Malaysia, June 3rd, 2015

十河拓也・宇津野利仁, 2015, サンプル値系のテイラー展開が持つ代数的構造とそのモデル同定への応用, 計測自動制御学会 第2回計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 東京電機大学, 東京都・足立区, 2015年3月6日

Takuya Sogo and Toshihito Utsuno, 2014, Adaptive controller design based on relocation of sample zeros for digital control systems, SICE Annual Conference 2014, Hokkaido University, 北海道・札幌市, Sept. 10, 2014

[その他]

ホームページ等

http://www-mech.chubu.ac.jp/Mech_Labs/T_Sogo/

6. 研究組織

(1) 研究代表者

十河 拓也 (SOGO, Takuya)

中部大学・工学部・教授

研究者番号: 40273487