

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 7 日現在

機関番号：12608

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2015

課題番号：25610026

研究課題名(和文)放物型偏微分方程式における動的特異点の除去可能性と漸近形

研究課題名(英文)Removability and asymptotic profile of dynamic singularities in parabolic partial differential equations

研究代表者

柳田 英二(YANAGIDA, Eiji)

東京工業大学・理工学研究科・教授

研究者番号：80174548

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：熱方程式に対し、動的特異点が除去可能であるための必要十分条件を求め、特異点の形状が変化する解の存在を示した。次に、藤田型方程式に対し、球対称な定常特異解の性質について調べ、初期値と定常解への収束レートの関係性を明らかにした。吸収項を持つ半線形放物型方程式に対し、動的特異点が除去可能であるための条件を明らかにし、除去可能でないときには特異解は特異性の強さによって2種類に分類できることを示した。

研究成果の概要(英文)：For the heat equation, we obtained a necessary and sufficient condition for the removability of singularities, and showed the existence of solutions whose singularities vary in time. Next, for Fujita-type equations, we studied properties of radially symmetric solutions and made clear the relation between initial values and convergence rates to the stationary solutions. For a semilinear parabolic equation with absorption, we made clear conditions for the removability of dynamic singularities, and showed that when non-removable, any singular solution can be classified into two types depending on the strength of singularities.

研究分野：数物系科学

キーワード：関数方程式 解析学 特異点 除去可能性 非線形

1. 研究開始当初の背景

藤田型方程式はべき乗の形の非線形項を持つ楕円形放物型偏微分方程式であり、特異性を持つ球対称定常解を持つことが知られている。10年ほど前に、時間とともに移動する特異点を保持する解の存在が示され、その性質が少しずつ明らかになって来たが、十分ではなかった。また他の型の方程式に関する研究はまったくなく、同様の構造が見られるかどうかは重要な問題として残されていた。

2. 研究の目的

偏微分方程式の解の特異性に関する諸問題は解析学における重要な研究課題の一つであり、楕円型方程式に対する特異点の除去可能性については多くの興味深い結果が得られている、一方、放物型方程式に対しては、これまで主に特異性の発現の過程に関心が集まり、特異性を保持する解の存在とその性質については十分な研究がなされていなかった。本研究の目的は、放物型の偏微分方程式に対する特異点の除去可能性について調べるとともに、動的な特異点を保持する解の特異点近傍における漸近形について調べることにある。

3. 研究の方法

まず、藤田型方程式の動的な特異点についての解析を行ってその理解を深める。次に他の方程式の動的な特異点についての研究を進めると同時に、動的な特異点について統一的な視点からその本質を明らかにする。研究対象とする方程式は、線形熱方程式、藤田型方程式、吸収項を持つ方程式などでこれらの方程式に対し、具体的には以下のような問題を考察する。

(1) 特異性を保持するための非線形性と拡散

の相互作用を明らかにする。(2) 特異性を保持する解に対し、特異性の漸近構造を調べる。(3) 強すぎる特異性を持つ解が存在し得ないことを示す。(4) 弱すぎる特異性を持つ解に対し、特異点の除去可能性を示す。

4. 研究成果

線形および非線形熱方程式の特異解について、主に以下のような成果を上げた。

(1) 熱方程式に対し、動的な特異点が除去可能であるための必要十分条件を求め、これをより高次の特異集合を持つ場合へと拡張するとともに、除去可能でない特異性を持つ解の存在を示した。

(2) 動的な特異点を持つ線形熱方程式の解で、特に空間的特異性の強さが時刻によって変化するものを考察した。具体的には、動的な特異点の動きの滑らかさに応じて、特異点近傍での解の形状が漸近的に非球対称となり、特異性の強さが変化することを突き止めた。

(3) 藤田型方程式に対し、指数に関する適当な仮定のもとで、球対称な定常特異解の挙動について調べ、重み付き空間において初期値と定常解への収束レートの関係を示した。

(4) 吸収項を持つ半線形放物型方程式に対し、すべての動的な特異点が除去可能であるための条件について詳細に調べ、そのほぼ必要十分と考えられる条件を明らかにした。また、除去可能でないときには、特異定常解と同じ強さの特異性を持つ特異解と、ラプラス方程式の基本解と同程度の強さの特異性を持つ特異解の、2種類のタイプしかないと示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計6件)(すべて査読有)

(1) T. Kan and J. Takahashi,

- Time-dependent singularities in semilinear parabolic equations: Behavior at the singularities, Journal of Differential Equations 260 (2016), 7278--7319
DOI: 10.1016/j.jde.2016.01.026
- (2) J. Takahashi and E. Yanagida, Time-dependent singularities in the heat equation, Commun. Pure Appl. Anal. 14 (2015), 969--979
DOI: 10.3934/cpaa.2015.14.969
- (3) Marek Fila and E. Yanagida, Non-accessible singular homoclinic orbits for a semilinear parabolic equation, Differential and Integral Equations, Differential Integral Equations 27 (2014), 563-578.
<http://projecteuclid.org/euclid.die/1396558097>
- (4) Peter Polacik and E. Yanagida, Global unbounded solutions of the Fujita equation in the intermediate range, Math. Ann. 360 (2014), 255-266
DOI: 10.1007/s00208-014-1038-2
- (5) Peter Polacik and E. Yanagida, Localized solutions of a semilinear parabolic equation with a recurrent nonstationary asymptotics, SIAM J. Math. Anal. 46 (2014), no. 5, 3481--3496.
DOI: 10.1137/140958566
- (6) T. Kan and J. Takahashi, On the profile of solutions with time-dependent singularities for the heat equation, Kodai Mathematical Journal 37 (2014), 568-585
DOI: 10.2996/kmj/1414674609
- [学会発表](計9件)(すべて招待講演)
- (1) E. Yanagida, Removable and non-removable singularities in some parabolic equations, 2015 International Workshop on Nonlinear PDE and Applications, June 11 - 12, 2015 釜山大学, 韓国
- (2) 萱徹, Solutions with time-dependent singularities for semilinear parabolic equations, Geometric Properties for Parabolic and Elliptic PDE's, May 27, 2015, Grand Hotel San Pietro, Palinuro, Italy
- (3) 柳田英二, 非線形放物型方程式における局在した非収束解の存在と漸近挙動, 拡散に付随する数理科学セミナー, 2014年11月8日, 九州大学 産学官連携本部 産学官連携イノベーションプラザ(福岡県福岡市早良区)
- (4) 柳田英二, 放物型偏微分方程式の動的的特異点について (Part I, Part II), 第4回室蘭非線形解析研究会, 2014年10月17日-18日, 室蘭工業大学(北海道室蘭市)
- (5) 萱徹, 半線形放物型方程式の解が許容する特異性について, 山形発展方程式研究集会, 2014年9月16日, ヒルズサンピア山形(山形県山形市)
- (6) Eiji Yanagida, Accessibility of singular homoclinic orbits for a semilinear parabolic equation, The

10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, July 7, 2014, ICMAT, Madrid, Spain

(7) Eiji Yanagida, Removable and non-removable singularities in parabolic equations, Geometric Aspects of Semilinear Elliptic and Parabolic Equations, Recent Advances and Future Perspectives, May 27, 2014, BIRS, Canada

(8) E. Yanagida, Removable and non-removable singularities in parabolic equations, Equadiff 2013, August 28, 2013, Prague, Czech Republic

(9) E. Yanagida, Removable and non-removable singularities in parabolic equations, The Asian Mathematical Conference 2013, PDE session, July 4, 2013, BEXCO, Busan, Korea

6. 研究組織

(1) 研究代表者

柳田 英二 (YANAGIDA, Eiji)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：80174548

(2) 研究分担者

菅 徹 (KAN, Toru)
東京工業大学・大学院理工学研究科・助教
研究者番号：60647270

以上