

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2014

課題番号：25610031

研究課題名(和文) 温度効果を考慮した亀裂進展の数値モデルの提案と解析

研究課題名(英文) Proposal of a new governing equation of crack propagation caused by change of temperature and its analysis

研究代表者

磯 祐介 (ISO, Yuusuke)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：70203065

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,600,000円

研究成果の概要(和文)：本課題研究は温度変化によって生じる比較的低速度の破壊の進行を記述する新たな数値モデルを提案して、その解析手法を確立することが目的である。これに対して肯定的な成果と否定的な成果が得られた。肯定的な成果は、弾性体の亀裂の伝播について、フェーズ・フィールド法に基づく新たな数値モデルの提案が行われたことと、双曲型方程式のある高精度解法の数学的基礎づけができたことである。これらは本課題研究のみならず、破壊力学の研究と高精度数値解析において顕著な普遍的な成果といえる。一方で否定的な成果は、温度効果を考慮した高い非線型の数値モデルの提案は現時点では依然として困難であることが明確となったことである。

研究成果の概要(英文)：It is known that slow propagation of cracks caused by change of temperature at tips of cracks sometimes happen, and the aim of this research is to give a new mathematical model for the phenomena. In our research of two years, we have both positive results and a negative result. We have succeeded in giving a new mathematical model of crack propagation based on the phase-field approach and in giving a proof to a new numerical scheme to solve hyperbolic equations accurately. These results are significant and are positive ones in this research program. On the other hand, we should conclude that the original aim is related highly nonlinear analysis and is, at present, too difficult to establish a new governing equation within only two years.

研究分野：数物系科学

キーワード：応用数学 数値モデリング 破壊力学 数値解析 微分方程式 シミュレーション工学

1. 研究開始当初の背景

(1)破壊力学は構造物の亀裂等の危険性を定量・定性の両面から解析する学問で、構造物に対する安全・安心の基礎となるものである。この研究には伝統的な実験に基づく手法と数理モデルである微分方程式の解の特異性解析による手法があり、線型弾性体についての研究は大概完成している。しかし非線型弾性体あるいは弾性方程式以外の数理モデルについての研究は未だ十分とは言えず、本課題研究で扱う温度効果を考慮するモデルについてはまとまった成果は出ていない。

(2)今回の課題研究の発端の一つは1993年の Yuse, M.Sano, (“Transition between crack patterns in quenched glass plates” pp.329-331, Nature, Vol.362, No.6418 (1993))に発表された画期的な実験である。ここでは温度効果を入れることによって脆性破壊が低速で安定に進展するということが実証されている。弾性体の脆性破壊は、ガラスが割れる現象でもわかる通り、音速に近い亀裂成長が不安定に起こる(すなわち亀裂形状の再現性の困難な)複雑な現象である。これに対して Yuse-Sano の実験は亀裂先端の温度効果を利用して亀裂の速度を制御し、さらに亀裂進展速度をパラメータとすることにより亀裂進展のパターンが異なることを示した。この現象と関連して A. Friedman, Y. Liu, (“Propagation of Cracks in Elastic Media” pp.235-290, Arch. Rational Mech. Anal. Vol.136 (1996))では亀裂進展についての新たな数理モデルの提案が行なわれ、解の存在や一意性等の純粋に数学的な成果は示しているが、Yuse-Sano の実験についての数理解析という観点からは十分な成果に至っていなかった。

2. 研究の目的

(1)物質の亀裂先端の温度に依存して低速で安定的に進行する破壊現象に注目し、この現象と関連する A.Friedman Y.Liu らの数理

モデルを検討すると共に、破壊力学に関する新しい数理モデルの確立を図り、微分方程式の解の特異性伝播の視点からこの現象の解析を行う。昨今の材料工学では高温あるいは高圧下で利用する新素材の開発が進められているが、その材料特性の解析は限られた実験に留まり、これらに対する破壊力学の数理解析の研究は十分とは言えない。本課題研究は温度依存の亀裂伸展の解析という新規性のみならず、新たな数理モデルの解の特異性解析を通して高温・高圧下での新素材の脆性破壊の研究の基礎になると考えられ、応用面での将来への展開も期待される。また本課題研究の推進においては高精度数値シミュレーションが必要と考えられるが、関係する数値シミュレーション法の確立も併せて研究目的として位置づけている。

(2)工学的な視点から記述すると、材料工学では深海探査や宇宙開発と関連し、高温あるいは高圧に耐える新素材の開発を行っている。これら新素材の材料特性評価は先端技術を支える重要な要素であるが、その信頼性については不確定な部分も多い。高温・高圧下での実験は制約が大きいため数理モデルを利用した数値解析が必要となるが、亀裂問題に関する限りは微分方程式の解の特異性の解析が前提となる。しかし新素材については数理モデルの確立も十分とは言えず、また数理モデルが提案されている場合でもその解析の困難から、線型弾性論の古典的結果の類推の域を超えない研究も多い。このため、場合によっては、現在の新素材についての知見については疑問を提せざるを得ない事例も見受けられる。このような状況にあって、本課題研究では、最終的には温度効果も考慮した数理モデルによる亀裂問題の解析を見据えつつ、また亀裂問題の解析に対する何らかの新たな示唆をえることが目的である。

3. 研究の方法

本研究は破壊力学の研究でも数学解析と数値解析に基づくもので、理論研究と数値計算を専らの研究方法としている。また課題研究の推進は、セミナー等における定期的な意見交換を行ないつつ、平素の研究活動では分担者毎に独立性の高い学術活動を行なった。

本課題研究のテーマは、平成 15 年秋の日本数学会応用数学分科会における若野功による特別講演でも紹介されているが、亀裂先端での温度効果を考慮した問題は非線型性が高いため、現在に至るまで大きな進展が得られていない。この問題を解決するには、弾性体中の亀裂伸展の数理モデルかそのものを再検討することが必要であり、また特性が伝播する現象を精度良く数値シミュレーションする手法を確立することが求められる。この前者の問題解決を主として分担者の木村正人（金沢大学）が担当し、後者の問題を申請者と藤原宏志を中心に京都大学で行なうようにして研究を進めた。具体的は、木村はフェーズ・フィールド法に基づく新たな亀裂進展モデルの研究に焦点を当て、主として数学解析の手法によって研究を進めた。一方で京都大学の研究グループは双曲型方程式を解く高精度数値計算法の確立の研究に焦点を当て、多倍長数値計算環境 `exlib` を活用した研究と CIP 法の確立を含む高精度数値計算法の安定性の研究を進めた。

4. 研究成果

本課題研究の成果は、肯定的な結果と否定的な成果の二つの要素がある。肯定的な内容は本課題研究の礎である破壊力学の基礎理論と高精度数値計算法によるものであり、否定的な内容は新たな数理モデルの提案にかかるものである。

弾性体の破壊力学の数学的な基礎理論に関しては、分担者の木村正人（金沢大学）が顕著な成果を挙げている。木村は共同研究者の高石とともに、G.A.Francfort と

J.-J.Marigo の仕事に基づいたフェーズ・フィールド法による独自の亀裂進展モデルを提案した。これは A.Mielke 等 や A.Karma 等の仕事とは独立になされたもので、亀裂の非修復性が明快な形でモデルに取り込まれており、本課題研究終了後もその研究は続けられ非線型発展方程式としての数学解析は現在も進んでいる。また、アダプティブメッシュ有限要素法を用いた効率的な数値計算手法による数値解析の試みも同時に行われ、成果を挙げている。さらにいわゆる「バネ・ブロック系」を用いた離散版破壊モデルへの拡張と振動破壊モデルの提案なども行なわれ、離散エネルギーの勾配流としての破壊モデルという新たな視点を導入したことは顕著な成果といえる。バネ・ブロック系モデルにおける「バネ定数」の隠れた対称性と正值性も数学的に証明し、材料定数であるポアソン比とのこの定数の関連を明確に示すに至った。そこでは、コンクリート等のポアソン比が 0.25 以下の弾性体に関しては、正定値対称なバネ定数を用いた 2 次元のバネ・ブロックモデルで近似可能であることを証明し、基礎理論の実用的な意味も明らかにしている。この事実はバネ質点系ではポアソン効果が表現しづらいという工学等で知られていた経験的事実を数学的に裏付けたことにも相当する。正定値対称なバネ定数を用いたバネ・ブロックモデルにおいては、なお、エネルギー的に整合する可解な破壊モデルが構築可能であることも別途で示されている。これらの成果は、本挑戦的萌芽研究の成果が次の基盤的研究へと継続されることを意味するものになっている。

高精度数値計算に関しては京都大学の研究グループが丸め誤差を対象とした数値計算の安定性に関して新たな知見を得た。時間発展問題の数値計算では「安定性」が数値計算結果を保証するための重要な概念であるが、安定性の定義によってこれは適切性

(well-poisedness)の単なる離散概念にすぎず、現実の数値計算の精度を保証するものではない。精度を要求しない数値計算ではこの事実が見過ごされていることを指摘し、いわゆる Courant-Freidrichs-Lewy 条件の正しい解釈を注意するとともにこの概念の整理を行なった。ここで重要な点は「丸め誤差」の数値モデルの設定であり、精密な数値計算例を示して発散しない累積丸め誤算の例を具体的に示した。この事実はこれまでに見過ごされていたものであり、数値計算結果の信頼性を論じる上では極めて重要な視点といえる。またその上で、特異性伝播の高精度数値計算法として知られている CIP (Cubic Interpolated Pseudoparticle)法の安定性解析を行ない、永らく未解決であったこのアルゴリズムの安定性を弱安定の概念を用いて証明を与えた。これらの成果は亀裂伝播の数値計算の信頼性を論じる上で基礎的であるのみならず、おおよそ時間依存問題の数値計算に共通する普遍的な事項であり、新たな知見と呼ぶに相応しい内容である。

一方で否定的な内容の成果としては、亀裂先端での温度を制御することで生じる比較的低速の亀裂現象の数値モデル化は、現時点では困難であることが明らかとなった。最大の原因はこの現象の物性物理的な研究が未だに十分進んでおらず、本課題研究の最終目標は過度に時代を先取りしていると考えられ、肯定的な成果を得るためには、今暫くの継続的な研究が必要である。今回の挑戦的萌芽研究は未踏科学に対する調査研究の側面もあって2年という短い期間を設定したが、この期間で数値モデルの提案まで行なうことは、現時点では時期尚早と考えることが妥当である。今後の研究推進においては、物性物理学上の研究とリンクさせることが重要であることが明らかになったといえる。

5 . 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)
〔雑誌論文〕(計10件)
K. Abe and M. Kimura,
"Vibration-fracture model for one dimensional spring-mass system" (査読有)
Journal of Math-for-Industry, Vol.5 A, pp.25-32 (2013)

高石武史、木村正人
"フェーズフィールド法による亀裂進展現象の数値モデリング" (査読無)
九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 MI レクチャーノート、 Vol.46, p.109-118 (2013)

Masato Kimura and Hirofumi Notsu,
"A mathematical model of fracture phenomena on a spring-block system" (査読無) 京都大学数理解析研究所講義録、 Vol.1848、 pp.171-186 (2013)

安部公輔、東森信就、久保雅義、藤原宏志、磯祐介
"Courant-Friedrichs-Lewy 条件についての注意" (査読有)
日本応用数学会論文誌、 24 巻、 pp.15-26 (2014)

K.Abe, N.Higashimori, M.Kubo, H.Fujiwara, Y. Iso
"A remark on the Courant-Friedrichs-Lewy condition in finite difference approach to PDE's" (査読有)
Advances in Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 6, pp.693-698 (2014)

L.P. Castro, H. Fujiwara, M.M.Rodorigues, S. Saitoh, V.K.Tuan
"Aveiro Discretization Methods in Mathematics: A new disciretization prnciple" (査読有)
Mathematics Without Boundaries; Survey in Pure Mathematics (2014)

L.P. Castro, H. Fujiwara, T.Qian, S. Saitoh
"How to catch properties and analyticity of functions by computers" (査読有)
Mathematics Without Boundaries; Survey in Pure Mathematics (2014)

Hideyuki Azegami, Kohji Ohtsuka and Masato Kimura,
"Shape derivative of cost function for singular point: Evaluation by the generalized J integral" (査読有)
JSIAM Letters, Vol. 6, pp.29-32 (2014)

Masato Kimura and Takeshi Takaishi

"A phase field approach to mathematical modeling of crack propagation"

(査読無)

A Mathematical Approach to Research Problems of Science and Technology, Mathematics for Industry, Vol.5, pp.161-170 (2014)

H. Notsu and M. Kimura

"Symmetry and positive definiteness of the tensor-valued spring constant derived from P1-FEM for the equations of linear elasticity" (査読有)

Networks and Heterogeneous Media, Vol.9, pp.617-634 (2014)

〔学会発表〕(計4件)

藤原宏志

「数値解析学と多倍長数値計算による高精度・高信頼な数値計算の実現」日本学会議第3回計算力学シンポジウム (2013年12月3日) 日本学会議場

藤原宏志

「An accurate quadrature rule on the sphere for the fast computation of the radiative transport equation」East Asia SIAM (2014年6月23日-25日) Thailand

磯 祐介

「Mathematics I and numerical analysis for the radiative transport equation」11th IGAKUKEN international symposium (2015年2月20日) 東京都医学総合研究所

磯 祐介

「CIP法の数理解析」日本計算工学会第28回フォーラム (2015年3月20日) 京都大学

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

取得状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

磯 祐介 (ISO Yuusuke)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号: 70203065

(2) 研究分担者

若野 功 (WAKANO Isao)

京都大学・情報学研究科・講師

研究者番号: 00263509

藤原 宏志 (FUJIWARA Hiroshi)

京都大学・情報学研究科・助教

研究者番号: 00362583

ミグダリスキー ウラディーミル

(MYGDALSKYY Volodymyr)

京都大学・工学研究科・特任講師

研究者番号: 70598896

木村 正人 (KIMURA Masato)

金沢大学・数物科学系・教授

研究者番号: 70263358

(3) 連携研究者

()

研究者番号: