

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 22 日現在

機関番号：50102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2016

課題番号：25610044

研究課題名（和文）6次元光子ボルツマン方程式による一般相対論的輻射流体シミュレーション

研究課題名（英文）General relativistic radiative hydrodynamic simulation by six dimensional photon Boltzmann equation

研究代表者

高橋 宥太（Takahashi, Rohta）

苫小牧工業高等専門学校・その他部局等・准教授

研究者番号：40513453

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：ブラックホール時空などの湾曲時空中の動的な輻射流体において、任意の光学的厚みを持った光子に対し、一般相対論的光子ボルツマン方程式（輻射輸送方程式）を数値的に正確に解く手法は存在しない。本研究では、湾曲時空の動的流体中において、光子の放射・吸収・散乱過程をともなった一般相対論的光子ボルツマン方程式を解く手法を新たに提案し、一般相対論的輻射輸送方程式ソルバーARTISTを開発した（Takahashi, Umemura, 2017, MNRAS, 464, 4567）。ARTISTにより、一般相対論的レイトレーシングの結果を高精度に再現する輻射輸送シミュレーションが可能となった。

研究成果の概要（英文）：In curved spacetime such as black hole spacetime, there is no numerical method to accurately solve general relativistic (GR) photon Boltzmann equation (radiative transfer equation) for arbitrary optical thickness of photon. In this study, we proposed a new method to solve GR photon Boltzmann equation with photon processes of emission, absorption and scattering, and developed a new GR radiative transfer equation solver, ARTIST (Takahashi, Umemura, 2017, MNRAS, 464, 4567). By ARTIST code, we can perform GR radiative transfer simulations which correctly reproduce results of GR ray-tracing calculations with high accuracy.

研究分野：宇宙物理学

キーワード：ブラックホール ボルツマン方程式 輻射輸送 輻射流体 一般相対論

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 巨大ブラックホールの形成過程として、大質量星と高密度星団の重力崩壊が提案されてから30年以上経つが、今現在でも未解決である。20世紀からの行われている数多くの観測により、銀河中心に巨大ブラックホールが存在していることがわかっている。巨大ブラックホールの質量は銀河バルジの質量の約千分の一になっている関係が観測的に見出されている。この関係が存在するという事は、巨大ブラックホール形成の普遍的なメカニズムが存在することを示唆しているが、そのメカニズムの正体は未だに謎である。

(2) 観測により、宇宙年齢約8億年で2億太陽質量の巨大ブラックホールの存在を示すクエーサーが見つかっている。質量降着により、この巨大ブラックホールの質量を獲得しようとする、エディントン比が1を超える超臨界降着が必要となる。ところが、降着流からの放射が降着を阻害するため、超臨界降着が長期間続くことは困難である可能性が指摘されている。更に、観測で示唆されている平均的なエディントン比は0.1程度と低い値になっている。

(3) 巨大ブラックホールの形成過程を正しく理解するためには、宇宙論的な天体形成史を踏まえた上で、時空・物質・光子がどのように関連しているかを理解することが必須となる。ところが、一般相対論の枠組みで、重要な物理過程を無視せずに、光子の大局的な振る舞いを正確に計算する手法は存在しない。

(4) 相対論効果が効かない状況では、光子の振る舞いを記述する輻射輸送方程式を数値的に大規模並列計算により正確に解く手法であるART法が提案されていた。光子の情報をフル解こうとした場合、位相空間(座標空間+運動量空間)での光子の情報を全て解かないといけませんが、情報量が膨大なために数値的にまともに計算することは不可能である。ART法は、計算精度をほとんど落とすことなく、計算量を劇的に減らす手法として提案された。また、ART法は、非相対論的な状況での宇宙論的輻射流体シミュレーションに用いる手法として提案された手法であり、この手法を一般相対論的に拡張することが可能かどうかは不明であった。

## 2. 研究の目的

巨大ブラックホール形成のような湾曲時空中での光子の放射・吸収・散乱を考慮した輻射輸送過程は、一般相対論的光子ボルツマン方程式(輻射輸送方程式)で記述される。非相対論的状況での輻射輸送方程式を数値的に解く手法であるART法を、一般相対論的に拡張することができれば、湾曲時空中でも光子の振る舞いを正確に解くことができ

る。

ところが、この拡張に当たっては、一般相対論特有の計算上の困難が存在する。相対論的流体では、光速に近い速度を持つ場合があり、因果律を正確に保つためには、光が伝搬するのに要する時間を正確に追う必要がある。また、光は光速で伝わるのであるが、離散的なグリッドを用いた数値計算で、厳密に光速で伝わることを維持することは困難となる。ブラックホール時空のような湾曲時空中では光子の軌道が湾曲する。湾曲時空中における輻射輸送では、時空の各点ごとのエネルギー・運動量が変化する。

本研究では、これらの困難をすべて克服し、非相対論的な輻射輸送計算手法であるART法を拡張した一般相対論的ART法を開発することを目標とした。これは、ART法の考え方を元に計算量を減らすことができるが、物理的な情報は失うことがない計算手法を確立することに相当する。新たに開発した手法を用いて、湾曲時空中での輻射流体中の光子の放射・吸収・散乱過程を正確に追った一般相対論的輻射輸送シミュレーションを実現することを目指した。特に、過去の研究での一般相対論的レイ・トレーシング計算の結果を完全に再現する計算手法は存在しなかったことから、厳しいテスト計算である光学的に薄い状況での輻射輸送計算が可能となるようなアルゴリズムの開発を目標とした。この一般相対論的ART法を、既存の流体計算手法と組み合わせることも念頭におき、一般相対論的輻射輸送計算にも拡張可能な計算アルゴリズムの開発を目指した。

## 3. 研究の方法

湾曲時空中での位相空間の光子の情報を正しく扱うためには、少なくとも光子の時空中の軌跡である測地線の情報はすべて考慮する必要がある。また、数値シミュレーションを通じて、光子測地線の情報を全て維持していれば、過去の一般相対論的レイ・トレーシング計算の結果は全て再現することは可能となる。ところが、位相空間中の光子の情報は膨大であるので、計算量を減らす工夫をしないとシミュレーションは実行できない。そこで、ART法での考え方をもとに計算量を減らすアルゴリズムを探しつつ、開発途中の数値コードの計算結果を一般相対論的レイ・トレーシング計算の結果と比較しながら、計算アルゴリズム探索とコード開発を進めた。ここで必要となる一般相対論的レイ・トレーシング計算コードは、過去に自分で開発したものをを用いた。また、大規模並列計算が可能なGPUとメモリを搭載した計算機を研究費で購入し、この計算機上でコードを開発した。開発したコードをもとに、回転ブラックホール時空中にある輻射流体中の一般相対論的輻射輸送シミュレーションを実行した。

#### 4. 研究成果

##### (1) 一般相対論的レイ・トレーシング計算と解析的計算によるテスト計算問題の準備

曲がった時空中にある光学的に薄い輻射流体中での輻射輸送過程は、一般相対論的レイ・トレーシングにより計算可能である。本研究では、過去の研究で行われたレイ・トレーシング計算を再現することができる数値計算コードを用いて、開発予定の輻射流体コードの光学的に薄い状況でのテスト計算に使える問題を整備した。テスト問題は主に回転ブラックホール時空中で用意した。過去のほとんどの研究では、ボイヤー・リンクスト座標で記述されたカー時空を仮定していたが、この座標系はブラックホールの事象の地平面に座標特異性があるので、数値シミュレーションには適さない。そのため、過去の様々な問題を座標特異性のないカー・シルド座標で解き直し、必要な解析解を導き出した。この作業は研究準備段階の単純な作業なのであるが、全ての計算を過去に先行研究のないカー・シルド座標で計算し直したため、時間がかかった。

##### (2) 位相空間中の光の測地線の計算

輻射輸送計算手法の一つである長特性線法 (long characteristic method) では、光子軌道の全パターンの情報を解くことにより正確な輻射輸送計算を実現する。曲がった時空中の輻射輸送においても、位相空間 (座標空間+運動量空間) 中の全ての光子軌道のパターンを用いて計算を行うことができれば、正確な計算が可能となる。ところが、この方法は計算量が膨大なため、現実的な方法でない。そこで、長特性法に近い結果を出すことができるが、計算量が数桁少なくて済む ART 法に注目し、この方法を一般相対論に拡張することを行なった。

ART 法のキーとなるアイデアは、異なる光子軌道のうち計算精度の観点から問題なくまとめられる類似の軌道を1つの軌道で置き換えることにより、計算量を減らすことにある。このアイデアをブラックホール時空に適用し、位相空間をほとんど網羅することが可能な最小の測地線パターンを探し出すことを行なった。ただ、ブラックホール時空の場合には、光子球上にブラックホールの周囲を永遠に回り続ける軌道があるため、本当の意味で全ての位相空間を数値的に網羅することは不可能である。そのため、光子球近傍の軌道については、数値シミュレーションで用いている計算精度である倍精度までで十分な軌道までを網羅することにした。このような方針のもと、光子の位相空間を網羅することが可能な光子軌道を明らかにすることができた。

##### (3) 高精度運動量空間積分法の開発

光子ボルツマン方程式において、光子の放射・吸収・散乱を記述する衝突項を計算する際、および、輻射と流体の相互作用を計算する際、また、輻射テンソルを計算する際にも光子の運動量空間での積分が必要となる。これより、運動量空間積分を数値的に高精度に計算する手法が必要となる。

本研究において最初に作成した数値コードでは、ある流体計算グリッド周りで、そのグリッド近傍の測地線軌道のデータを滑らかな関数で補完することにより、運動量積分を実行した。この手法を用いたコードでブラックホール周囲での光の波面伝搬の問題を解いたところ、光子に関するエネルギー保存則が厳密に保たれていなかったため、シミュレーションの後半で解析解の結果と大きく異なる非物理的な振る舞いを示した。この結果は、研究計画作成段階では全く予想していなかった結果であったので、運動量空間積分法の新たな計算アルゴリズムを開発することになった。

解析解を用いた方法、数値的に計算した測地線データを用いる方法など、いくつかの方法を試すことにより、高精度にエネルギー保存則を保つことができる計算方法を開発することができた。開発されたアルゴリズムでは、運動量空間積分を実行する流体グリッド点を通る厳密な測地線情報を、測地線データの情報に流体グリッドの大きさの範囲内で同一とみなし計算するというものになった。このアルゴリズムで計算した結果、解析解からのずれは倍精度で計算した場合は倍精度の精度を、単精度で計算した場合には単精度の結果を出すことができた。これにより、計算に用いている数値精度の限界までの精度で計算することが可能な運動量積分の手法を開発することができた。

この計算方法は今回開発した一般相対論的 ART 法の核心技術の一つとなったが、開発に予想以上の時間がかかったため、研究計画の進行を遅らせることになった。遅れた原因は当初想定していたアルゴリズムがうまく行かなかったことであるが、研究を進めてみて初めて理解できたことが多くあったため、研究計画立案段階で予想することは難しかったと考えられる。

##### (4) 一般相対論的 ART 法コードの開発とテスト計算結果

(3) の高精度運動量空間積分法を用いて、(2) で用意した位相空間中の光の測地線上での輻射輸送計算を実行することでブラックホール時空中での一般相対論的輻射輸送計算を実行することができる一般相対論的 ART 法コードを作成した。作成したコードは、(1) で用意したテスト問題と吸収・散乱に関する定量的なテスト問題で計算精度を調べ

た。具体的には、

- (a) 軸対称光源の放射伝搬
- (b) ブラックホール時空中での光子波面伝搬
- (c) 壁状光源からの放射伝搬
- (d) ブラックホールを公転するホット・スポットからの放射伝搬

などの問題を、

- (A) 放射のみ
- (B) 放射・吸収のみ
- (C) 放射・散乱のみ
- (D) 放射・吸収・散乱

を考慮した場合で計算をした。放射のみの問題の場合には、(1)で用意したテスト問題の結果と比較を行った。吸収・散乱がある場合については、吸収係数、散乱係数の値を変えることと、シミュレーションの後期での散乱のみの効果が残る結果を定量的に評価することで計算の正確さを調べた。計算結果の一部を以下に報告する。

#### 計算1：軸対称放射

この問題はブラックホール周囲の軸対称光源からの放射を計算する問題である。図1は一般相対論的ART法で計算した放射テンソルの各成分を表し、図2は計算精度を表している。図2から、倍精度を用いた計算では約15桁の精度で、単精度を用いた計算では約5桁の精度で計算されていることがわかる。

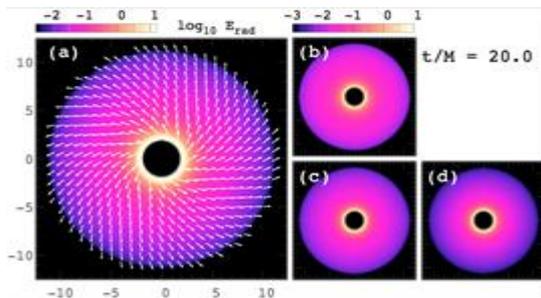


図1：軸対称放射の伝搬

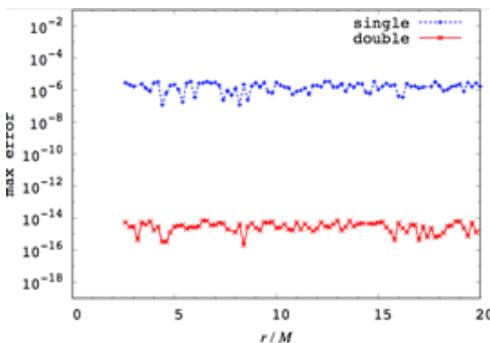


図2：軸対称放射問題の計算精度

#### 計算2：ブラックホール周囲の光子波面伝搬

この問題は、Hanni (1977)やTakahashi et al. (1990)により計算された問題である。これらの論文では、ボイヤー・リンクスト座標で記述されたカー時空中で計算されたのであるが、本研究ではカー・シルド座標を用い

て計算した。この問題は単純な問題なのであるが、この問題で光の湾曲の効果、時空の引きずりの効果などの相対論効果やエネルギー保存などに関するテストを同時に実行できる非常に便利なテスト問題になっている。特に、シミュレーションの後期段階は解析解で表すことができるので、長時間にわたってエネルギー保存が保たれているか、正確な検証が可能となっている。

本研究での高精度運動量空間積分法はこの問題をクリアできるように開発したことから、一般相対論的光子ボルツマン方程式を解く際に必須の運動量空間積分が正確に計算できているのか、定量的に確かめることができる問題である。上述したように、本研究で開発した一般相対論的ART法コードは、この問題をほぼ完璧にクリアできる輻射輸送計算コードになっている(図3)。現状では、この問題をクリアできる計算アルゴリズムは他に知られていない。

図3は、時間 $t=48.0M$ でのシミュレーションの放射テンソルの各成分を表したものの(中、右)と一般相対論的レイ・トレーシング計算の閣下(左)を表したものである。この図から一般相対論的ART法コードが正確にレイ・トレーシング計算の結果を再現していることがわかる。

図4の縦軸は放射エネルギー、横軸は時間である。実線は一般相対論的ART法コード(ARTIST)の計算結果、破線は高精度運動量空間積分法を開発する前の計算結果となっている。点線はレイ・トレーシング計算と解析解が示す傾きとなっており、本研究で開発した一般相対論的ART法コードは正確に傾きを再現し、数値精度の範囲内で正確に放射エネルギーが計算されていることが分かる。

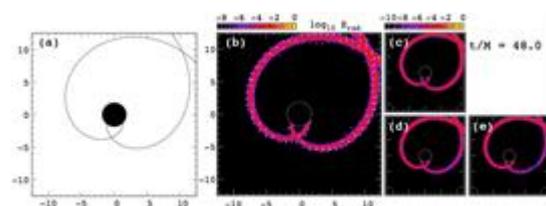


図3：光子波面の伝搬

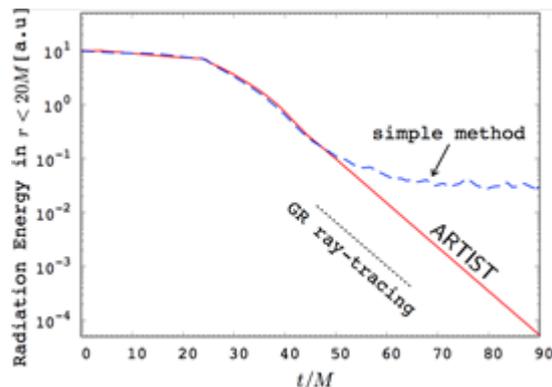


図4：光子波面の放射エネルギーの時間変化

計算 3 : 散乱・吸収入り光子波面伝搬

この問題は、計算 1 に光子の吸収・散乱の効果を入れた問題である。図 5 に時間  $t=12.0M$ 、 $24.0M$ 、 $48.0M$ 、 $88.0M$ 、での輻射エネルギーを示している。シミュレーションの初期段階では波面が残っているが、 $T=88.0M$  では散乱光子のみが残っている散乱光子優勢状態になっており、波面の情報は光子散乱により消されていることがわかる。

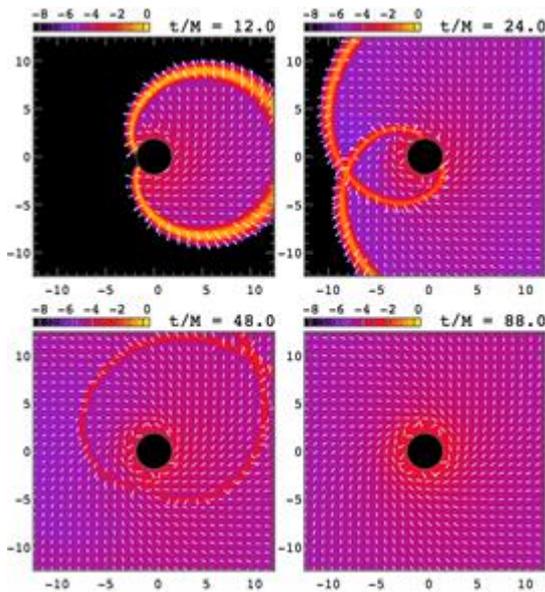


図 5 : 光子波面と散乱光子の伝搬

計算 4 : ブラックホールを公転するホット・スポットからの放射伝搬

ブラックホール周囲の光を出すガス状物質であるホット・スポットからの放射は、前世紀からレイ・トレーシング計算で繰り返し計算されてきた問題であり、観測データの解釈や観測的特質の予言など、観測データを用いた実証的な研究の際に重要となる問題である。今回、この問題を一般相対論的 ART 法で計算し、過去の計算では取り入れられていなかった散乱・吸収の効果も取り入れて計算することができた。

図 6 は、放射がない場合の  $t=20.0$  でのレイ・トレーシング計算結果 (左) と一般相対論的 ART 法で計算した輻射テンソルの各成分 (中、右) を示しており、レイ・トレーシング計算が正確に再現されていることが分かる。

図 7 は、放射・吸収・散乱を入れた場合の図を示している。シミュレーションの後期段階では、放射・吸収・散乱が釣り合った定常状態になっている。

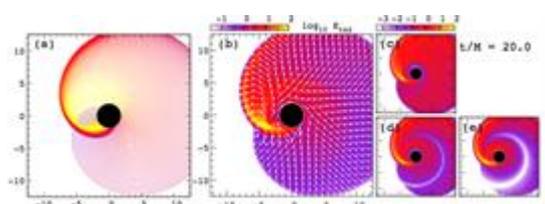


図 6 : ホット・スポットからの放射の伝搬

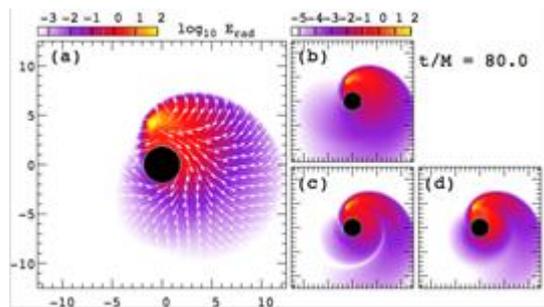


図 7 : 散乱と吸収の効果を取り入れたホット・スポットからの放射の輻射輸送

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Kotaro Fujisawa, Rohta Takahashi, Shin Yoshida, Yoshiharu Eriguchi, 2013, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 431, 1453-1469, Counter effects of meridional flows and magnetic fields in stationary axisymmetric self-gravitating barotropes under the ideal MHD approximation: clear examples - toroidal configurations, 査読有, DOI:10.1093/mnras/stt275
- ② A. C. Liebmann, Y. Haba, H. Kunieda, S. Tsuruta, M. Takahashi, R. Takahashi, 2014, The Astrophysical Journal, Volume 780, id. 35, 12pp, Dynamical behavior of X-ray spectra from Margarin 766, 査読有, DOI: 10.1088/0004-637X/780/1/35
- ③ Kazunori Akiyama, Rohta Takahashi, Mark Honma, Tomoaki Oyama, Hideyuki Kobayashi, 2013, Publications of the Astronomical Society of Japan, Volume 65, No. 91, 13pp, 査読有, DOI: 10.1093/pasj/65.4.91
- ④ Kohkichi Konno, Rohta Takahashi, 2014, Physical Review D, Volume 90, 064011, 10pp, Scalar field excited around a rapidly rotating black hole in Chern-Simons modified gravity, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevD.90.064011
- ⑤ Kohkichi Konno, Tomoaki Nagasawa, Rohta Takahashi, 2016, Annals of Physics, Volume 375, 91-104, Effects of two successive parity-invariant point interactions on one-dimensional quantum transmission: Resonance conditions for the parameter space, 査読有, DOI: 10.1016/j.aop.2016.09.012
- ⑥ Rohta Takahashi, Masayuki Umemura, 2017, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 464, 4567-4585, General relativistic radiative transfer code in rotating

black hole space-time: ARTIST, 査読有,  
DOI: 10.1093/mnras/stw2479

[学会発表] (計 3 件)

- ① 高橋 労太、梅村 雅之、ボルツマン方程式による一般相対論的輻射輸送シミュレーション、日本天文学会秋季年会、2014 年 9 月 12 日、山形大学 (山形県・山形市)
- ② 高橋 労太、梅村 雅之、高精度運動量空間積分によるブラックホール時空中の輻射輸送シミュレーション、日本天文学会春季年会、2015 年 3 月 21 日、大阪大学 (大阪府・吹田市)
- ③ 高橋 労太、梅村 雅之、ARTIST コードによるブラックホール時空中での一般相対論的輻射輸送シミュレーション、日本天文学会 2016 年秋季年会 S01a、2016 年 9 月 14 日、愛媛大学 (愛媛県・松山市)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

高橋 労太 (TAKAHASHI, Rohta)  
苫小牧工業高等専門学校・創造工学科・准教授  
研究者番号: 4 0 5 1 3 4 5 3

### (2) 研究分担者

梅村 雅之 (UMEMURA, Masayuki)  
筑波大学・数理物質系・教授  
研究者番号: 7 0 1 8 3 7 5 4